

真空预压加固软土地基变形与固结计算研究

张仪萍, 严 露, 俞亚南, 刘伟超

(浙江大学 建筑工程学院, 杭州 310058)

摘 要: 考虑真空度的衰减情况, 对真空预压加固软基的变形和固结度计算方法进行了研究。先根据真空预压时砂井的真空压力状态建立了真空预压的空间轴对称变形模型, 用位移法推导该模型在等应变条件下的变形及体积应变计算公式。在此基础上结合 Hansbo 砂井地基固结理论和真空预压的边界条件, 推导了忽略竖向渗流情况下的真空预压加固软土地基的固结解析解。比较文中计算方法与已有计算理论和现场试验实测资料结果表明, 体积应变的计算对真空预压的孔压和固结度的计算有较大的影响, 而直接引用传统堆载预压的体积应变计算公式计算会导致较大误差。在固结度计算中, 采用 Hansbo 的近似方法能满足计算精度的要求, 所得计算结果与实测结果吻合较好。

关 键 词: 软土地基; 真空预压; 真空度衰减; 变形; 固结

中图分类号: TU 447

文献标识码: A

Solutions for settlement and consolidation of soft ground with vacuum preloading

ZHANG Yi-ping, YAN Lu, YU Ya-nan, LIU Wei-chao

(College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: Solutions for settlement and consolidation calculation of soft ground with vacuum preloading are studied by considering the loss of vacuum. Firstly, an axisymmetric deformation model is developed under equal strain condition according to the vacuum pressure condition of sand drain with vacuum preloading. Formulae of deformation and volumetric strain are derived from spatial axisymmetric displacement control functions by using the displacement method. Then combining the obtained volumetric strain functions and the existing Hansbo's sand drain foundation consolidation theory, and modifying some boundary conditions with vacuum preloading, analytical solutions for consolidation of soft ground under vacuum preloading are conducted when vertical water flow in soil is neglected. Finally, a comparison between the present solution and some previous solutions is made, and compared those theoretical solutions to test data in situ too. The results show that the volumetric strain has great effects on pore pressure and consolidation calculations; it would lead to large errors in consolidation calculation of vacuum preloading while quoting the volume strain formula of surcharge preloading directly. And using Hansbo's approximate method to calculate degree of consolidation can meet the requirements of precision; the calculation results are in good agreement with experimental results.

Key words: soft ground; vacuum preloading; vacuum loss; deformation; consolidation

1 引 言

真空排水预压法加固软土地基的基本原理, 最早由瑞典皇家地基学院的 W.Kjellman 教授于 1952 年提出^[1]。1958 年在美国费城国际机场的跑道扩建工程中首次应用真空井点降水和砂井相组合的工法处理地基问题, 随后日本、芬兰、法国、苏联、瑞典、美国等国家都有该工法的报道, 但由于施工工艺方面的困难, 如抽气设备、密封材料、垂直排水

通道、打设技术等方面的原因, 在很长一段时间内没有得到广泛的应用。我国于 20 世纪 80 年代开始研究此加固工艺, 交通部一航局、天津大学、南京水利科学院土工所等单位对真空预压加固软土地基在施工工艺和设计方法等方面做了不少工作, 使其在工程应用中取得成功, 此后该工法得到很大的发展^[2]。在真空预压技术发展的过程中伴随着真空预压机制的探索, 相对于真空预压的工程应用, 理论和试验研究落后于工程实践。

真空预压同堆载预压加固地基一样, 有两个最基本的问题: 最终效果问题和预压时变形、孔压、有效应力强度参数等随时间变化^[3]。对堆载作用下的砂井地基解析解的研究已有较长的历史, 也有较多成果, 如 Carrillo^[4]指出瞬时条件下砂井三维固结问题可分为径向固结和竖向固结单独考虑, 随后 Barron^[5]提出了轴对称固结等竖向应变和自由应变的概念, 求解了理想井的两种应变条件下的固结解, 后来 Yoshikuni^[6]、Hansbo^[7]、谢康和等^[8]进一步发展了砂井固结解析解的研究。但是, 对于真空预压及真空-联合堆载预压的固结解析解研究则相对较少, 董志良^[9]在谢康和等^[8]的砂井固结理论的基础上, 通过改变初始条件和边界条件, 推导了真空预压加固地基的固结解析解; 彭劼^[10]推导出考虑真空荷载随时间变化的真空预压解析解以及真空荷载瞬时施加堆载随时间变化的真空-堆载联合预压解析解; Mohamedelhassan 和 Shang^[11]发展了真空联合堆载预压的一维固结模型; Indraratna 等^[12]提出抽真空作用下真空度的衰减经验公式, 并由此在 Hansbo^[7]的砂井固结理论的基础上分别推导了空间轴对称模型的固结解和平面应变模型的固结解; Tran 和 Mitachi^[13]对 Indraratna 等^[12]的推导过程进行了修正。

真空预压下土骨架的体积应变计算与传统堆载预压有所不同^[14], 而目前理论^[9, 12-13]直接引入堆载预压时的体应变计算公式进行求解。本文建立了真空预压空间轴对称的变形模型, 并推导了其变形量及体积应变计算公式, 在此基础上利用文献[13]的研究成果, 引入真空预压时砂井内边界条件, 求出了忽略竖向渗流时固结问题的解析解。最后, 结合现场试验实测资料, 并对本文方法在真空预压中的应用进行了验证。

2 真空度线性衰减时的体积应变

单元体模型是由土体和砂井构成的空间轴对称模型, 如图 1 所示。单元体深度为 H , 半径为 r_c , 砂井半径为 r_w 。基本假设包括: ①土体为各向同性线弹性体, 弹性模量为 E , 泊松比为 μ ; 不计砂井的变形及砂井与土体的摩擦力; ②等应变条件成立, 砂井地基单井影响区的单元体模型无侧向变形, 同一深度平面内任一点垂直变形相等。③根据文献[12], 假设真空度在整个真空预压加固阶段沿土体竖直方向为线性衰减, 且设真空度竖向衰减后的残余系数为 k_1 ($0 \leq k_1 \leq 1$), 不考虑径向的真空度衰减, 膜下平均真空度为 $-p_0$ 。

建立如图 1 所示的坐标系, 应力以受压为正, 变形以压缩为正。等应变条件下竖向位移与径向坐标无关, 根据位移法求解空间轴对称问题的基本微分方程^[15], 可得

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E(1-\mu)} Z = 0 \quad (1)$$

式中: w 为竖向位移; Z 为竖直方向由于线性衰减的真空度而引起的压差体力, $Z = \frac{p_0(1-k_1)}{H}$ 。

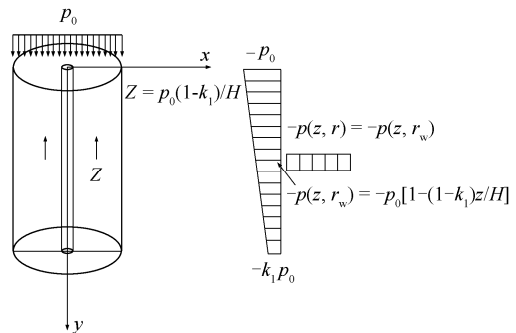


图 1 空间轴对称模型图

Fig.1 Spatial axisymmetric model

令 $F_z = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E(1-\mu)} \frac{p_0(1-k_1)}{H}$, 式 (1) 通解为

$$w(z) = \frac{1}{2} F_z z^2 + A_1 z + A_2 \quad (2)$$

根据边界条件 $z = H$, $w(H) = 0$ 可得

$$A_2 = -\frac{1}{2} F_z H^2 - A_1 H \quad (3)$$

因此土体的竖向位移可表示为

$$w(z) = \frac{1}{2} F_z (z^2 - H^2) + A_1 (z - H) \quad (4)$$

忽略水平位移时, 竖向应力与竖向位移的关系可表示为

$$\sigma_z = -\frac{(1-\mu)E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \frac{\partial w}{\partial z} \quad (5)$$

将式 (4) 代入, 可得

$$\sigma_z = -\frac{(1-\mu)E}{(1+\mu)(1-2\mu)} [F_z z + A_1] \quad (6)$$

在土体顶面有 $z = 0$, $\sigma_z = p_0$, 代入式 (6) 可得

$$A_1 = -p_0 \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E(1-\mu)} \quad (7)$$

将式 (7) 回代入式 (4) 中, 可得土体的竖向位移表达式:

$$w(z) = \frac{1}{2} F_z(z^2 - H^2) - p_0 \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E(1-\mu)}(z-H) \quad (8)$$

由此可得在忽略侧向变形的情况下在深度 z 处的土体的体积应变:

$$\varepsilon = p_0 \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E(1-\mu)} - \frac{p_0(1-k_1)}{H} \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E(1-\mu)} z \quad (9)$$

3 固结度计算

忽略土体竖向排水, 根据砂井地基径向固结基本方程可得

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -\frac{1}{E_s} \left[1 - \frac{(1-k_1)}{H} z \right] \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{k_s}{\gamma_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_s}{\partial r} \right) &= \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}, (r \in (r_w, r_s)) \\ -\frac{k_h}{\gamma_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) &= \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}, (r \in (r_s, r_e)) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式(10)是由式(9)演变而来。由径向流入井中的水量等于井中排出的水量, 可得

$$\frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = -\frac{2k_s}{r_w k_w} \frac{\partial u_r}{\partial r} \Big|_{r=r_w} \quad (12)$$

式中: ε 为仅考虑径向渗流时影响区内任一点的体积应变(与垂直应变相等); E_s 为压缩模量; u_s 为仅考虑径向渗流时涂抹区内土中任一点孔压, $u_s = u_s(r, z, t)$; u_r 为仅考虑径向渗流时非涂抹区内土中任一点孔压, $u_r = u_r(r, z, t)$; \bar{u}_r 为仅考虑径向渗流时影响区内土中任一深度的平均孔压; u_w 为仅考虑径向渗流时, 排水板内任一深度的孔压; k_s 、 k_h 分别为涂抹区内外水平渗透系数; k_w 为排水板的渗透系数; r_w 为砂井等效半径; r_s 为涂抹半径; r_e 为砂井影响区半径; γ_w 为水的重度; H 为塑料排水板的打设深度; t 为时间。式(10)~(12)组成了砂井地基径向固结基本方程。

分别对式(11)两边对 r 积分, 并利用边界条件 $\frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=r_e} = 0$, $k_s \frac{\partial u_s}{\partial r} \Big|_{r=r_s} = k_h \frac{\partial u_r}{\partial r} \Big|_{r=r_s}$ 可得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_s}{\partial r} &= \frac{\gamma_w}{2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \frac{1}{k_s} \left(\frac{r_e^2 - r^2}{r} \right), r \in (r_w, r_s) \\ \frac{\partial u_r}{\partial r} &= \frac{\gamma_w}{2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \frac{1}{k_h} \left(\frac{r_e^2 - r^2}{r} \right), r \in (r_s, r_e) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

设井径比 $n = r_e / r_w$, 联立式(12)和式(13)中第1式可得

$$\frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = -\frac{\gamma_w}{k_w} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} (n^2 - 1) \quad (14)$$

联立式(10)和式(14), 消去对 $\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$ 项, 可得

$$\frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = \frac{\gamma_w}{k_w} (n^2 - 1) \frac{1}{E_s} \left[1 - \frac{(1-k_1)}{H} z \right] \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} \quad (15)$$

引入边界条件^[13]:

$$u_w \Big|_{z=0} = -p_0; \quad \frac{\partial u_w}{\partial z} \Big|_{z=H} = p_0 \left(\frac{1-k_1}{H} \right) \quad (16)$$

在此采用 Hansbo 的近似求解方法对式(15)

两边进行积分可得

$$u_w = -p(z) - \frac{\gamma_w}{k_w} \frac{1}{E_s} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} (n^2 - 1) \cdot \left[Hz - \frac{z^2}{2} - (1-k_1) \frac{z}{H} \left(\frac{H^2}{2} + \frac{z^2}{6} \right) \right] \quad (17)$$

式中: $p(z) = p_0 \left(1 - (1-k_1) \frac{z}{H} \right)$ 。

当 $r_w \leq r \leq r_s$ 时, 在 r 方向上引入边界条件 $r = r_w$, $u_s = u_w$, 因此式(13)中的第1式在 r 上积分并联立式(10)经变换可得

$$u_s = -\frac{\gamma_w}{2} \frac{1}{E_s} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} \frac{1}{k_s} \left(r_e^2 \ln \frac{r}{r_w} - \frac{r^2 - r_w^2}{2} \right) \cdot \left[1 - \frac{(1-k_1)}{H} z \right] - p(z) - \frac{\gamma_w}{k_w} \frac{1}{E_s} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} (n^2 - 1) \cdot \left[Hz - \frac{z^2}{2} - (1-k_1) \frac{z}{H} \left(\frac{H^2}{2} + \frac{z^2}{6} \right) \right] \quad (18)$$

同理, 当 $r_s \leq r \leq r_e$ 时, 在 r 方向上引入边界条件: $r = r_s$, $u_r = u_s$, 因此式(13)的第2式在 r 上积分并联立式(10)经变换可得

$$u_r = -p(z) - \frac{\gamma_w}{2} \frac{1}{E_s} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} \frac{1}{k_h} \left[1 - \frac{(1-k_1)}{H} z \right] \cdot \left[r_e^2 \ln \left(\frac{r}{r_w} \right) - \frac{r^2 - r_s^2}{2} + \frac{k_h}{k_s} \left(r_e^2 \ln \frac{r_s}{r_w} - \frac{r_s^2 - r_w^2}{2} \right) \right] - \frac{\gamma_w}{k_w} \frac{1}{E_s} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} (n^2 - 1) \left[Hz - \frac{z^2}{2} - (1-k_1) \frac{z}{H} \left(\frac{H^2}{2} + \frac{z^2}{6} \right) \right] \quad (19)$$

在深度 z 处的横断面上对孔压取平均值为

$$\bar{u}_r = \frac{\int_{r_w}^{r_s} 2\pi u_s r dr + \int_{r_s}^{r_e} 2\pi u_r r dr}{\pi(r_e^2 - r_w^2)} \quad (20)$$

设 $s = r_s / r_w$, 将式(18)、(19)结果代入式(20),

并积分得任一深度 z 处的平均孔压为

$$\bar{u}_r = -p(z) - \frac{\gamma_w}{2} \frac{1}{E_s} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} \frac{r_e^2}{k_h} \left\{ \left[1 - \frac{(1-k_1)}{H} z \right] F_a + \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \cdot \left[2Hz - z^2 - (1-k_1) \frac{z}{H} \left(H^2 + \frac{z^2}{3} \right) \right] \frac{k_h}{r_w^2 k_w} \right\} \quad (21)$$

$$F_a = \left[\ln \left(\frac{n}{s} \right) + \frac{k_h}{k_s} \ln s - \frac{3}{4} \right] \frac{n^2}{n^2 - 1} + \frac{s^2}{n^2 - 1} \cdot \left(1 - \frac{k_h}{k_s} \right) \left(1 - \frac{s^2}{4n^2} \right) + \frac{k_h}{k_s} \frac{1}{n^2 - 1} \left(1 - \frac{1}{4n^2} \right)$$

对式 (21) 中第 1 式, 利用初始条件 ($t = 0$, $\bar{u}_r = 0$), 解得土体任一深度 z 处的平均孔压为

$$\bar{u}_r = p(z) \exp \left(-\frac{8T_h}{\mu_z} \right) - p(z) \quad (22)$$

式中: $T_h = \frac{k_h E_s}{4r_e^2 \gamma_w}$ (23)

$$\mu_z = \left\{ \left[1 - \frac{(1-k_1)}{H} z \right] F_a + \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \cdot \left[2Hz - z^2 - (1-k_1) \frac{z}{H} \left(H^2 + \frac{z^2}{3} \right) \right] \frac{k_h}{r_w^2 k_w} \right\} \quad (24)$$

本文计算方法是建立在负压砂井地基基础上的, 该过程中的每一深度上的固结是相对 $-p(z)$ 真空条件下的固结, 而不是目前广为采用的相对 1 个标准大气压条件下的固结, 固结度计算方法为

$$\left. \begin{aligned} \bar{U}_r &= \frac{-\bar{u}_r}{p(z)} = 1 - \exp \left(-\frac{8T_h}{\mu_z} \right) \\ \bar{U}_{总} &= \frac{1}{H} \int_0^H \bar{U}_r dz \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

即为地基某一深度处的平均固结度和整个地基平均固结度的表达式。

4 工程实例

4.1 工程概况

浙江舟山煤炭中转码头陆域有两大块区域即在老海堤陆侧(A 区)和新老海堤之间的大块区域(B 区), 采用真空预压方法处理软基。在两大块真空预压加固区域施工时分小块进行, 分块面积控制在 20 000 m² 左右, 并使之平面呈正方形或接近正方形, 其中 A 区 5 块, B 区 16 块。根据工程地质勘察报告, 加固区软土自上而下依次有: 填土、淤泥、淤泥质黏土、淤泥质粉质黏土、黏土、粉质黏土等。各分层土的主要物理力学指标见表 1。

采用间距 $S = 1.2$ m, 长度 $H = 25$ m 的塑料排水板 (尺寸为 100 mm×6 mm), $k_w = 5 \times 10^{-3}$ cm/s, 处理软土地基, 正方形布置。分层沉降管 1 根共 7 个沉降环, 沿深度方向每 4 m 布置 1 个沉降环; 孔压 1 组共 7 只孔压计, 沿深度方向每 3 m 布 1 只孔压计。真空预压持续时间为 125~175 d 不等。

表 1 主要软土层的物理力学指标
Table 1 Mechanical indexes of main soft clay layers

土层名称	取样深度 /m	含水率 /%	重度 /(kN/m ³)	孔隙比	压缩系数 /MPa ⁻¹	塑性指数 /%	液性指数	水平渗透系数 /(10 ⁻⁹ m/s)	竖向渗透系数 /(10 ⁻⁹ m/s)
淤泥质黏土	0~8	41.4	17.9	1.16	0.80	16.85	1.16	4.428	3.775
淤泥	8~17	49.9	17.2	1.40	1.15	19.46	1.30	2.724	2.536
粉质黏土	17~25	43.3	17.7	1.23	0.95	17.69	1.16	3.889	2.881

4.2 计算参数

因文中解是针对单层均质地基, 而对于多层地基, 考虑该工程中不同土层固结系数相差不大, 采用加权平均法将各层的固结系数乘以该层土厚度的权重^[16]求和得到整个地基的等效固结系数。依据工程地质资料, 取 $k_h = 3.68 \times 10^{-7}$ cm/s, $k_s = 0.92 \times 10^{-7}$ cm/s, $E_s = 2.33$ MPa, $\nu = 0$, 不考虑渗透系数和压缩模量等随着预压过程的变化。使用塑料排水板的尺寸为 100 mm×6 mm, 故 $r_w = 3.38$ cm, $S = 1.2$ m, 正方形布置, 故 $r_e = 67.68$ cm, $r_s = 8.00$ cm, 故井径

比 $n = 20.05$, $s = r_s/r_w = 2.37$, 地下水位下降取 3 m。岑仰润^[3]总结了实测资料得出塑料排水板的真空度衰减后的取值约为 0.3~0.9, 不同工程受不同因素影响会差别较大, 根据工程实际本文取真空度竖向衰减后的残余系数 $k_1 = 0.75$ 。

4.3 结果对比分析

本文方法计算所得最终分层沉降量如图 2 所示, 同时也给出了分层总和法所得计算结果和实测数据, 其中分层总和法按《建筑地基处理技术规范》^[17]中公式计算, 计算时沉降综合修正系数取 0.85。计算结果表明两种计算方法与实测都很接近,

本文方法采用另一种思路计算沉降是可以的。

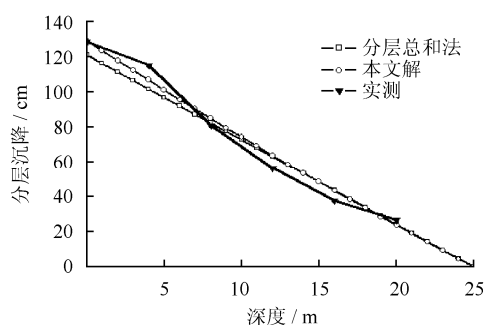


图 2 分层沉降

Fig.2 Stratified settlements

本文方法计算所得在一定深度不同 k_1 情况下孔压的比较如图 3 所示。由图可见,随着 k_1 的增大超静孔压变化越大,即能转化为有效应力的量越大,说明真空度传递效果越好,地基的处理效果越佳。

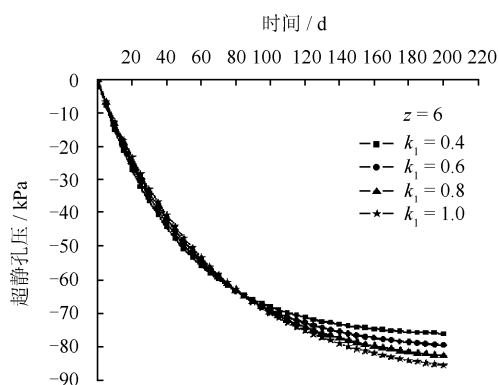


图 3 一定深度不同 k_1 情况下的超静孔压曲线

Fig.3 Curves of excess pore pressure dissipation with different vacuum losses at a certain depth

图 4 为不同 k_1 值下不同理论在一定深度处的孔压曲线,并与各个对应深度的实测数据进行了比较。由图可以看出,3 种不同理论在固结前期的超静孔压与实测数据都有不同程度的偏差,整体来说都是偏大的,因为实际工程中,随着抽真空的进行, k_1 值是从 0 值开始变化逐渐稳定在某一值的过程,理论计算时是对整个过程近似后取该定值,而文献[9]无法考虑真空度衰减的情况,对整个过程近似恒为 $k_1 = 1.0$ 。3 种不同理论在深度较小时后期固结逐渐趋于一致,由于 k_1 值在深度较大时的影响效果更大,随着深度的增加不同理论则逐渐会有所偏差,本文解与实测吻合较好。图 5 为不同方法计算的地表沉降随时间的增长曲线。由图可以看出,在真空预压初期阶段,两种种固结解答所得地表沉降都与实测数据吻合较好,随着真空预压历时的增加,文献[13]

的解则出现了一定程度的偏差。出现偏差的原因可能是由于采用堆载预压的体应变计算公式而造成。从图 6 可见,本文解在 $k_1=1.0$ 时退化为文献[13]解,而文献[9]与文献[13]解的结果几乎一致,两者之间的微小差别是由于前者采用谢康和等^[8]的精确求解的砂井固结理论推导得出,而后者采用 Hansbo^[7]的近似求解的砂井固结理论得出,这说明采用不同的砂井固结理论不会带来很大的偏差,本文采用 Hansbo 的近似求解方法结果是可以的。

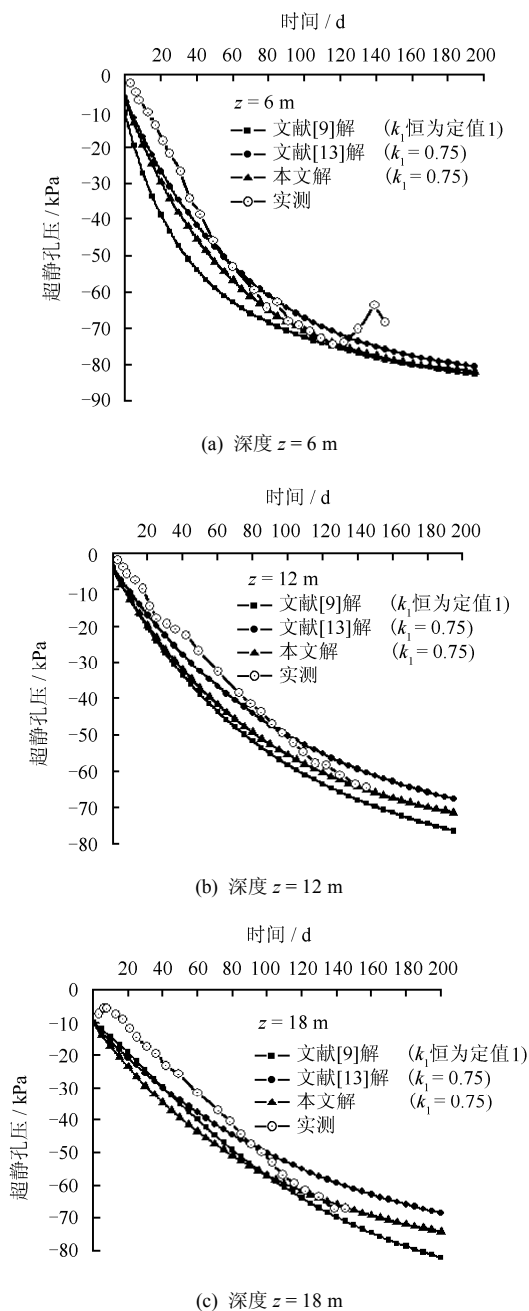


图 4 不同深度处不同理论的超静孔压与实测比较

Fig.4 Comparison between the calculated by different theories and measured excess pore pressure in different depths

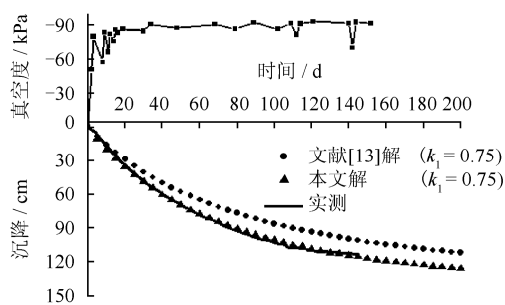


图5 地表沉降增长曲线

Fig.5 Surface settlement growth curves

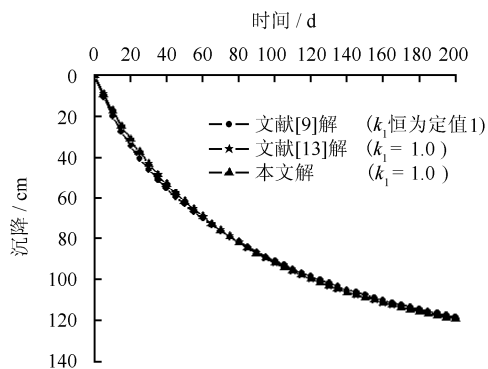


图6 不同理论计算的地表沉降增长曲线

Fig.6 Different theoretical growth curves of surface settlements

5 结 论

(1) 真空预压和堆载预压的区别不仅在于初始和边界条件的区别, 并且它们使土体发生体积变形的机制也有所不同。体积应变的计算对真空预压变形和固结度的计算都有较大的影响, 直接引用传统堆载预压的体积应变计算公式计算可能导致较大误差。

(2) 相同假设条件下采用谢康和等的精确求解和 Hansbo 的近似求解的砂井固结理论砂井固结理论所得计算结果的差别较小。

(3) 本文推导真空条件下的体积应变计算公式, 采用 Hansbo 近似砂井固结理论计算孔压及地表沉降, 所得结果与实测数据吻合较好。

参 考 文 献

- [1] KJELLMAN W. Consolidation of clay by means of atmospheric pressure[C]/Proc. Conference on Soil Stabilization. Boston: [s. n.], 1952: 258—263.
- [2] 姜炎. 真空排水预压法加固软土技术[M]. 北京: 人民交通出版社, 2002.
- [3] 岑仰润. 真空预压加固地基的试验及理论研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2003.
- [4] CARRILLO N. Simple two- and three-dimensional cases

- in the theory of consolidation of soils[J]. **Journal of Mathematics and Physics**, 1942, 21: 1—5.
- [5] BARRON R A. Consolidation of fine-grained soils by drain wells[J]. **Trans. ASCE**, 1948, 113: 718—742.
- [6] YOSHIKUNI H, NAKANODO H. Consolidation of soils by vertical drain wells with finite permeability[J]. **Soils and Foundations**, 1974, (2): 35—46.
- [7] HANSBO S. Consolidation of fine-grained soils by prefabricated drains[C]/Proceedings of 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Sweden: [s. n.], 1981: 677—682.
- [8] 谢康和, 曾国熙. 等应变条件下的砂井地基固结解析解理论[J]. **岩土工程学报**, 1989, 21(2): 3—17.
- XIE Kang-he, ZENG Guo-xi. Consolidation theories for drain wells under equal strain condition[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1989, 21(2): 3—17.
- [9] 董志良. 堆载及真空预压砂井地基固结解析理论[J]. **水运工程**, 1992, (9): 1—7.
- DONG Zhi-liang. Consolidation theory on heaped load & vacuum preloading of sand drain foundation[J]. **Port & Water Engineering**, 1992, (9): 1—7.
- [10] 彭劼. 真空-堆载联合预压法加固机理与计算理论研究[D]. 南京: 河海大学岩土工程系, 2003.
- [11] MOHAMEDHASSAN E, SHANG J Q. Vacuum and surcharge combined one-dimensional consolidation of clay soils[J]. **Can. Geotech.**, 2002, 39: 1126—1138.
- [12] INDRARAINA B, RUJIKIATKAMJORN C, SATHANANTHAN I. Analytical and numerical solutions for a single vertical drain including the affects of vacuum preloading[J]. **Can. Geotech.**, 2005, 42: 994—1014.
- [13] TRAN T A, MITACHI T. Equivalent plane strain modeling of vertical drains in soft ground under embankment combined with vacuum preloading[J]. **Computers and Geotechnics**, 2008, 35: 655—672.
- [14] CHAI J C, CARTER J P, Hayashi S. Ground deformation induced by vacuum consolidation[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE**, 2005, 131: 1552—1561.
- [15] 徐芝纶. 弹性力学(上册)[M]. 北京: 高等教育出版社, 1982.
- [16] 姜弘, 沈水龙, 斜逢光, 等. 塑料排水板处理的软土地基的分析[J]. **岩土力学**, 2004, 25(增刊): 437—440.
- JIANG Hong, SHEN Shui-long, Dou Feng-guang, et al. Analytical method of PVD-improvement subsoil[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(Supp.): 437—440.
- [17] 中国建筑科学研究院. JGJ79—2002 建筑地基处理技术规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.