

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.02.027

# 土体参数空间变异性对边坡失效模式间相关性 及系统可靠度的影响

郑 栋<sup>1,2</sup>, 李典庆<sup>1,2</sup>, 曹子君<sup>1,2</sup>, 方国光<sup>1,2</sup>

(1. 武汉大学 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072; 2. 武汉大学 水工岩石力学教育部重点实验室, 湖北 武汉 430072)

**摘 要:** 常用的计算失效模式间近似相关系数存在一定的误差, 采用 Pearson 相关系数准确地表征边坡失效模式间相关性。基于近似相关系数和 Pearson 相关系数, 研究了土体参数空间变异性对边坡失效模式间相关性、代表性失效模式数目、边坡系统失效概率上、下限 3 方面的影响。简要介绍了选取边坡代表性滑动面的风险聚类法以及系统失效概率上、下限的 Ditlevsen 双模界限公式。以单层和两层边坡为例研究了近似相关系数的适用性。结果表明: 常用的近似相关系数不能考虑土体参数空间变异性对边坡失效模式间相关性的影响, 而 Pearson 相关系数能够有效地反映土体参数空间变异性对边坡失效模式间相关性的影响。当土体参数空间变异性较弱时, 近似相关系数与 Pearson 相关系数间差别明显, 基于近似相关系数会选取过多的代表性滑动面, 不能有效地反映边坡代表性破坏模式。此外, 基于近似相关系数计算的边坡系统失效概率上限会超过 1, 系统失效概率上、下限范围很宽, 使得系统失效概率上、下限失去了意义。相比之下, 基于 Pearson 相关系数计算的边坡系统失效概率上、下限范围较窄, 能够有效地反映系统失效概率变化情况。

**关键词:** 边坡; 空间变异性; 相关系数; 失效模式; 系统失效概率

**中图分类号:** O 211.9

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-7598 (2017) 02-0517-09

## Effect of spatial variability on correlation between slope failure modes and system reliability of slope stability

ZHENG Dong<sup>1,2</sup>, LI Dian-qing<sup>1,2</sup>, CAO Zi-jun<sup>1,2</sup>, PHOON Kok-kwang<sup>1,2</sup>

(1. State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China;

2. Key Laboratory of Rock Mechanics in Hydraulic Structural Engineering of Education Ministry, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China)

**Abstract:** The commonly used approximation for evaluating the correlation coefficients between failure modes has a certain degree of error. This paper uses Pearson correlation coefficient to characterize the correlation between different slope failure mechanisms. Based on the correlation coefficients calculated from two different methods, this paper studies the effect of soil spatial variability on correlation coefficients between failure modes, the number of failure modes of a slope and the bimodal bounds of system failure probability. A brief introduction to risk aggregation method aiming at selecting representative slip surfaces, and Ditlevsen's formulas for calculating bimodal bounds of system failure probability is presented. A single-layered and a two-layered slopes are studied to evaluate applicability of the approximation correlation coefficients. The results show that the commonly used approximation correlation coefficients cannot reflect the effect of soil spatial variability on correlation between failure modes, whereas the Pearson correlation coefficients can. When the spatial variability of soil properties is weak, there is large discrepancy between approximation correlation coefficients and Pearson correlation coefficients. Too many representative slip surfaces are selected and the representative failure modes cannot be reflected effectively based on approximate correlation coefficients. Furthermore, the upper-bound limit of system failure probability calculated by approximation correlation coefficients is probably greater than 1, and the bimodal bounds of system failure probability are too wide, all of these make system failure probability become meaningless. By contrast, the calculated bimodal bounds of system failure probability based on Pearson correlation coefficients are narrower, showing the changes of system failure probability effectively.

**Keywords:** slope; spatial variability; correlation coefficient; failure mode; system failure probability

收稿日期: 2015-05-26

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目 (No. 51225903); 国家自然科学基金项目 (No. 51329901, No. 51679174); 湖北省自然科学基金创新群体项目 (No. 2014CFA001)。

This work was supported by the National Science Foundation for Distinguished Young Scholars (51225903), the Natural Science Foundation of China (51329901, 51679174) and the Natural Science Foundation of Hubei Province of China (2014CFA001).

第一作者简介: 郑栋, 男, 1990 年生, 博士研究生, 主要从事岩土工程可靠度与风险分析方面的研究。E-mail: zhengdong227@163.com

通讯作者: 曹子君, 男, 1987 年生, 博士, 副教授, 主要从事岩土工程可靠度与风险控制方面的研究。E-mail: zijuncao@whu.edu.cn

## 1 引言

土体参数空间变异性是岩土材料固有属性<sup>[1-2]</sup>,空间变异性对边坡破坏模式有重要影响<sup>[3-13]</sup>。在可靠度框架下,土坡是多个潜在失效模式组成的串联系统<sup>[14]</sup>,即任何一个滑动面的破坏即意味着整个边坡破坏<sup>[14]</sup>;若将土坡沿着任意一个滑动面破坏看作一种失效模式,由大量潜在滑动面构成的边坡可靠度问题就是一个典型的系统可靠度问题<sup>[15-16]</sup>。在土坡稳定性分析中,参数空间变异性对边坡系统可靠度有明显的影响<sup>[12]</sup>,参数空间变异性影响关键滑动面的位置和边坡系统失效概率<sup>[11]</sup>,有必要从系统可靠度的角度研究考虑参数空间变异性条件下的边坡可靠度问题。

在土坡系统可靠度分析时,尽管存在大量潜在滑动面,但很多潜在滑动面间具有一定的相关性<sup>[15-23]</sup>,原因在于潜在滑动面包含一些有明显相关性的土体参数<sup>[17]</sup>,简言之,在计算滑动面安全系数时包含一些共同的随机变量,不同滑动面安全系数间存在一定相关性。在考虑土体参数空间变异性时,影响滑动面间相关性的参数更多,分析滑动面间相关性变得更加复杂。Zhang 等<sup>[17]</sup>研究表明,如果一组滑动面的安全系数是高度相关的,那么在标准正态空间中这组滑动面的极限状态方程是平行的。在土体参数存在空间变异性时,不同滑动面在标准正态空间可能会存在重叠的失效区域,则滑动面安全系数具有一定的相关性。如果一组滑动面中最关键滑动面的失效区域与这组滑动面的失效区域是相同的,那么该关键滑动面与其他滑动面具有很强的相关性,该滑动面即为这组滑动面中的代表性滑动面,其失效概率可以代表这组滑动面的失效概率<sup>[15,24]</sup>。在考虑土体参数空间变异性情况下,识别边坡代表性滑动面,一方面有助于选取导致边坡破坏的代表性模式;另一方面还能避免基于所有潜在滑动面的大量计算,在保证准确性的前提下降低计算量,提高计算边坡系统失效概率的效率。

目前在考虑空间变异性时代表性滑动面识别问题已有研究,如 Li 等<sup>[18-20]</sup>在考虑不排水抗剪强度参数空间变异性条件下把土坡沿垂直方向划分成若干土层,每个土层的参数视为一个随机变量,采用近似公式计算滑动面安全系数间相关系数。本质上, Li 等<sup>[18-20]</sup>采用的方法源自文献[24],但该文献明确指出,该近似计算公式适用于变量间没有相关性的情况。在考虑土体参数空间变异性时,不同位置土层参数间显然存在一定的相关性,且不同参数

间也存在一定相关性。因此, Li 等<sup>[18-20]</sup>采用的近似公式是一种简化的处理方式,该方法忽略了土层参数间相关性,所以不能真实地反映空间变异性对边坡不同失效模式间相关性的影响。在考虑土体参数空间变异性时,近似相关系数准确度如何?基于近似相关系数选取的代表性滑动面是否合理?近似公式对边坡系统失效概率影响如何?遗憾的是,目前还未见有研究系统地回答上述问题。

本文在考虑土体参数空间变异性条件下,分别基于边坡失效模式间近似相关系数和 Pearson 相关系数,采用风险聚类(risk aggregation)法<sup>[19]</sup>选取代表性滑动面,采用 Ditlevsen 双模界限公式计算系统失效概率及其上、下限。以单、双层边坡为例研究了不同相关系数对边坡失效模式间相关性、代表性失效模式、系统失效概率 3 方面的影响。

## 2 风险聚类方法

考虑土体参数空间变异性条件时,土坡具有多种失效模式<sup>[12,18-20]</sup>,相应的概率分析本质上是一个系统可靠度问题。本文采用文献[19]中风险聚类方法选取代表性滑动面并计算土坡系统失效概率。风险聚类方法是在考虑失效模式间相关性的前提下,根据潜在滑动面的可靠度指标  $\beta$  和滑动面间相关性不断更新滑动面库和样本库,从而识别代表性滑动面,据此可得土坡系统失效概率和单个代表性滑动面对系统失效概率的贡献值。结合本文研究的问题,采用的风险聚类法计算步骤简述如下:

(1) 根据土坡输入变量分布类型、统计特征值采用蒙特卡洛法(MCS)生成  $N_{MCS}$  次随机场样本,这里称为 MCS 样本库。

(2) 利用 SLOPE/W<sup>[25]</sup>产生能覆盖土坡潜在失效区域的滑动面,有效潜在滑动面总条数为  $N$ ,所有滑动面的集合称为潜在滑动面库(PSSL)。利用 MVFOSM 方法<sup>[18,21,24]</sup>计算全部潜在滑动面的可靠度指标  $\beta$ ,记为  $\beta_1, \dots, \beta_N$ 。

(3) 从 PSSL 中选出最小  $\beta$  对应的滑动面,为一代表性滑动面,计算该滑动面与 PSSL 中剩余滑动面间的相关系数,从 PSSL 中剔除相关系数大于阈值  $\rho_0$  的滑动面,形成一个新 PSSL。

(4) 统计步骤(3)中识别的代表性滑动面在 MCS 样本库中的样本进行边坡稳定性计算时安全系数  $F_s < 1$  的次数,记录相应的失效样本个数  $n_i$  ( $i = 1, \dots, p$ ),  $p$  为所有代表性滑动面的个数。从 MCS 样本库中剔除上述失效样本,形成新 MCS 样本库。

(5) 重复步骤(3)、(4)直到 PSSL 中没有剩

余的潜在滑动面为止。

### 3 失效模式间相关性

风险聚类法中一关键步骤是估计潜在滑动面间的相关性, 这里分别阐述两种计算相关系数的方法: 相关性近似算法和 Pearson 相关系数法。

#### 3.1 相关性近似算法

对于边坡每一种失效模式, 将其功能函数在失效验算点处进行泰勒级数展开, 可在基本变量不相关时得到功能函数间相关系数为<sup>[18-20, 24]</sup>

$$\rho_{kl} = \frac{\sum_{j=1}^m \frac{\partial G_k}{\partial x_j} \frac{\partial G_l}{\partial x_j} \sigma_{x_j}^2}{\sqrt{\sum_{j=1}^m \left( \frac{\partial G_k}{\partial x_j} \sigma_{x_j} \right)^2} \sqrt{\sum_{j=1}^m \left( \frac{\partial G_l}{\partial x_j} \sigma_{x_j} \right)^2}} \quad (1)$$

式中:  $\rho_{kl}$  为两个滑动面  $k$  和  $l$  ( $k$  或  $l=1, \dots, N$ ) 间的相关系数;  $G_k$ 、 $G_l$  分别为滑动面  $k$  和  $l$  的功能函数, 且  $G_k = F_k - 1$ ,  $G_l = F_l - 1$ ,  $F_k$ 、 $F_l$  分别为第  $k$ 、 $l$  个滑动面的安全系数;  $m$  为基本变量个数。  $G$  对任意一个变量  $x_j$  的偏导数可以通过下式得到:

$$\frac{\partial G}{\partial x_j} = \frac{G^+ - G^-}{2\sigma_{x_j}} \quad (2)$$

式中:  $G^+$ 、 $G^-$  分别为在相应变量均值基础上增加和减少一个标准差  $\sigma_{x_j}$  得到的功能函数值。

值得注意的是, 式 (1) 计算的是失效模式间相关系数的近似值, 其原因在于两方面: ①功能函数进行泰勒级数展开式只保留了 2 阶结果; ②该公式假定随机变量之间不相关, 对于相关的随机变量, 比如考虑土性参数空间变异性条件时, 变量间存在一定相关性, 不宜采用该公式。

#### 3.2 Pearson 相关系数

为得到准确的失效模式间相关性, 一种简单易懂的方法是进行足够多的随机模拟, 这里将模拟次数设为  $N_{MC}$ 。将基于随机场理论模拟得到的土体参数赋给相应位置土层, 进行  $N_{MCS}$  次土坡稳定性分析, 得到每个滑动面的安全系数, 这样对于每个滑动面可得到  $N_{MC}$  个安全系数。基于此, 可得两潜在滑动面安全系数间 Pearson 相关系数为

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^{N_{MC}} (F_{ki} - \bar{F}_k)(F_{li} - \bar{F}_l)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N_{MC}} (F_{ki} - \bar{F}_k)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{N_{MC}} (F_{li} - \bar{F}_l)^2}} \quad (3)$$

式中:  $\rho$  为两潜在滑动面安全系数间 Pearson 相关系数;  $F_{ki}$ 、 $F_{li}$  分别为第  $k$ 、 $l$  ( $k$  或  $l=1, \dots, N$ ) 个滑动面在第  $i$  次稳定性分析计算时的安全系数;  $\bar{F}_k$ 、 $\bar{F}_l$

分别为第  $k$ 、 $l$  个滑动面进行  $N_{MC}$  次稳定分析得到的安全系数均值。由上, 当样本数量足够大时, 式 (3) 计算的相关系数是反映失效模式间相关性的真实值, 它能够考虑随机变量间相关性。本文中的样本数目  $N_{MC}$  为 10 000。

### 4 边坡系统失效概率上、下限

系统失效概率上、下限是评估边坡系统可靠度的一种重要方式, 并在岩土可靠度分析中得以广泛应用。在采用上述方法得到潜在滑动面间的相关性, 并基于风险聚类法识别到代表性滑动面后, 就可得到每一代表性滑动面的失效概率及所有代表性滑动面间的相关性, 进而可计算土坡系统失效概率上、下限。

对于具有  $p$  个失效模式的边坡系统, 鉴于失效模式间是串联模式, 宜采用 Ditlevsen 提出的系统失效概率双模界限<sup>[24, 26]</sup>公式计算系统失效概率  $P_F$  上、下限:

$$P_{F1} + \max \left[ \sum_{i=2}^p \left\{ P_{Fi} - \sum_{j=1}^{i-1} P(E_i E_j) \right\}; 0 \right] \leq P_F \leq \sum_{i=1}^p P_{Fi} - \sum_{i=2}^p \max_{j < i} P(E_i E_j) \quad (4)$$

式中:  $P_{Fi}$  为第  $i$  个失效模式的失效概率;  $P(E_i E_j)$  为第  $i$  和第  $j$  个失效模式共同失效时的概率。由于直接计算  $P(E_i E_j)$  较困难, 宜采用下述公式<sup>[22-23]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \max[a, b] &\leq P(E_i E_j) \leq a + b \quad (\rho_{ij} \geq 0) \\ 0 &\leq P(E_i E_j) \leq \min[a, b] \quad (\rho_{ij} \leq 0) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中:  $a = \Phi(-\beta_i)\Phi[-(\beta_j - \rho_{ij}\beta_i)/\sqrt{1-\rho_{ij}^2}]$ ;  $b = \Phi(-\beta_j)\Phi[-(\beta_i - \rho_{ij}\beta_j)/\sqrt{1-\rho_{ij}^2}]$ ;  $\Phi(\cdot)$  为标准正态变量的累积分布函数;  $\beta_i$  和  $\beta_j$  分别为失效模式  $i$  和  $j$  的可靠指标;  $\rho_{ij}$  为失效模式  $i$  和  $j$  间相关系数。

### 5 计算流程

考虑土体参数空间变异性时, 研究失效模式间的相关性对边坡代表性失效模式及系统失效概率的影响, 步骤如下:

(1) 取参数均值建立边坡稳定分析模型, 得到临界确定性滑动面。

(2) 根据输入参数的统计特征, 采用中点法<sup>[11]</sup>离散随机场, 随机模拟  $N_{MCS}$  次产生  $N_{MCS}$  个输入样本。自相关函数采用指数型, 土体不排水抗剪强度为  $S_u$ , 土坡  $z_i$  深度处参数的对数值为  $\lg S_u(z_i)$ , 则  $\lg S_u(z_i)$  与  $\lg S_u(z_j)$  间相关系数可表示<sup>[11]</sup>为

$$\eta_{ij} = \exp\left(-2\left|z_i - z_j\right|/\lambda\right) \quad (6)$$

式中： $\lambda$  为波动范围，用于表征参数空间变异性强弱。

(3) 波动范围 $\lambda$ 依次取5个不同值，分别基于近似和 Pearson 相关系数，采用风险聚类法识别边坡代表性滑动面，计算每个代表性滑动面的失效样本数目 $n_i (i=1,2,\dots,p)$ ，代表性滑动面数目为 $p$ 。

(4) 计算边坡系统失效概率 $P_{F\_SYS} = (n_1 + n_2 + \dots + n_p) / N_{MCS}$ 。

(5) 采用 MCS 法计算系统失效概率 $P_{F\_MCS}$ ，统计每一个代表性滑动面在 $N_{MCS}$ 次稳定性计算中 $F_s < 1$ 的次数，记为 $n_{i,MCS} (i=1,2,\dots,p)$ ，则每个代表性滑动面的失效概率为 $P_{Fi}$ ， $P_{Fi} = n_{i,MCS} / N_{MCS}$ 。

(6) 综合步骤(3)中代表性滑动面间相关系数和步骤(5)中单一代表性滑动面失效概率 $P_{Fi}$ ，计算系统失效概率上、下限 $P_{FU}$ 、 $P_{FL}$ 。

(7) 计算临界确定性滑动面和潜在滑动面间近似的相关系数，将相关系数划分为5个小区间： $(0, 0.2]$ 、 $(0.2, 0.4]$ ... $(0.8, 1.0]$ ，据此将所有潜在滑动面分成5组，选取各组中失效概率最大的滑动面，共记为 $S1, \dots, S5$ 。

(8) 对步骤(7)中选取的5个滑动面进行 $N_{MCS}$ 次稳定性分析，计算这5个滑动面与临界确定性滑动面间近似和 Pearson 相关系数。

(9) 针对不同波动范围 $\lambda$ ，逐渐增加样本数目（即边坡稳定性计算次数），分析确定性滑动面和这5个滑动面间 Pearson 相关系数随样本数目的收敛性情况。

## 6 算例

### 6.1 单层黏性土坡

考虑图1所示土坡，该土坡计算模型源自 Li 等<sup>[18-20]</sup>和 Wang 等<sup>[11]</sup>。坡高为10 m，坡度为1:2。基于文献<sup>[11, 18-20]</sup>结果，采用对数正态随机场表征不排水抗剪强度 $S_u$ 空间变异性，其均值和变异系数分别为40 kPa和0.25，土体饱和重度为20 kN/m<sup>3</sup>。利用 SLOPE/W<sup>[25]</sup>生成15 170条覆盖边坡可能失稳区域的潜在滑动面（见图1）。取土体参数均值，采用简化毕肖普法得到边坡安全系数为1.187，与文献 Li 等<sup>[18-20]</sup>的结果1.18基本吻合，说明本文确定性计算结果的正确性。采用中点法离散 $S_u$ 随机场，并将高度为20 m的土体沿竖直方向划分成40个土层，每一个厚度为0.5 m土层的参数视为一个随机变量， $N_{MCS}$ 为10 000。

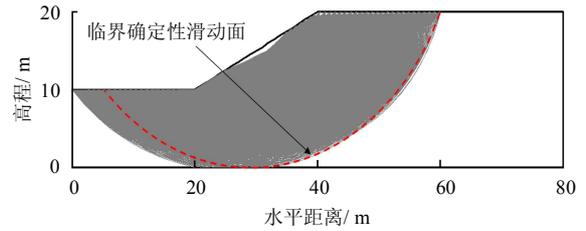


图1 边坡计算模型和所有潜在滑动面

Fig.1 Model of slope and all potential slip surfaces

相关系数阈值 $\rho_0$ 会影响计算准确性和效率，Li 等<sup>[19]</sup>给出了其建议值为0.8~0.9。为同时满足计算准确性和效率的要求，与 Li 等<sup>[19]</sup>的数据保持一致，取阈值 $\rho_0 = 0.9$ ，分别基于近似和 Pearson 相关系数，采用风险聚类法，针对不同波动范围 $\lambda$ 识别代表性滑动面（见图2）。可以看出， $\lambda$ 从1 m增大到1 000 m时，由近似相关系数得到的代表性滑动面数目先增后减，而基于 Pearson 相关系数得到的代表性滑动面数目逐渐减少。特别地， $\lambda = 1$  m时，基于两种相关系数得到的代表性滑动面的个数均为17；当 $\lambda$ 从5 m增大到1 000 m，基于两种相关系数得到的代表性滑动面个数存在显著差异，由前者得到的代表性滑动面数目明显多于后者得到的。此外，文献表明，随着土体参数空间变异性减弱，边坡破坏模式会逐渐减少。图2表明，近似相关系数不能有效地考虑空间变异性对边坡破坏模式的影响，而 Pearson 相关系数能够合理地考虑该影响。

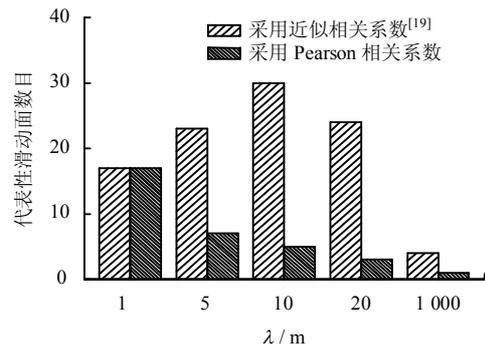
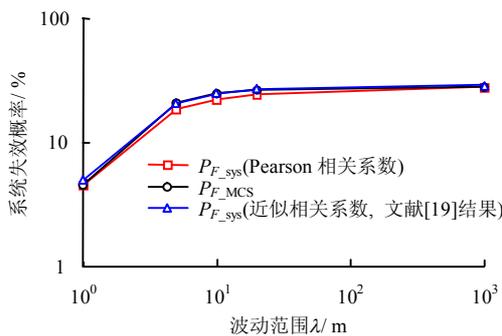


图2 代表性滑动面数目

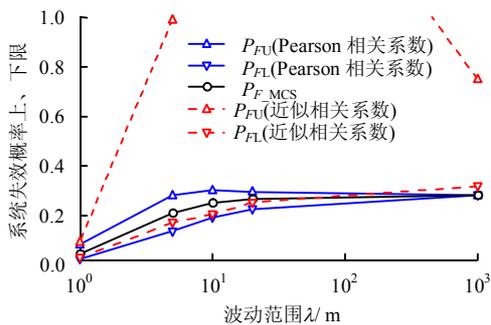
Fig.2 Numbers of representative slip surfaces

相关性对边坡破坏模式的影响会进一步影响土坡系统失效概率，为此，进一步计算了 $\rho_0 = 0.9$ 时系统失效概率及其上、下限随 $\lambda$ 的变化情况（见图3）。图3(a)给出了分别基于近似和 Pearson 相关系数得到的系统失效概率及 MCS 方法的结果，3种结果随 $\lambda$ 的变化趋势一致且接近。当空间变异性较强时（ $\lambda = 1$  m），采用近似与 Pearson 相关系数得到

的系统失效概率间的相对偏差 (3.5%) 较小, 原因是此时基于两种相关系数选取的代表性滑动面数目相同 (见图 2); 而当空间变异性较弱时 ( $\lambda = 5、10、20 \text{ m}$ ), 系统失效概率的相对误差 (10%左右) 略微变大, 这是因为基于 Pearson 相关系数得到的代表性滑动面数目较少, 而基于近似相关系数高估了边坡代表性滑动面的数目, 从而得到了偏高的边坡系统失效概率。采用风险聚类方法时, 由于基于近似相关系数会高估土体的代表性失效模式的数目, 得到的系统失效概率相对保守。



(a) 系统失效概率 ( $\rho_0 = 0.9$ )



(b) 系统失效概率上、下限 ( $\rho_0 = 0.9$ )

图 3 系统失效概率及其上、下限

Fig.3 System failure probability and its lower and upper bounds

在图 3(b)中, 当空间变异性较强时 ( $\lambda = 1 \text{ m}$ ), 由两种相关系数得到的系统失效概率上、下限较为吻合, 进一步验证了图 2 中  $\lambda = 1 \text{ m}$  时代代表性滑动面数目相等的结果。当空间变异性较弱时 ( $\lambda = 5、10、20、1000 \text{ m}$ ), 基于 Pearson 相关系数得到的系统失效概率上、下限范围较窄, 而由近似相关系数得到的系统失效概率上、下限较宽, 且系统失效概率上限值会出现大于 1 的不合理的情况。分析式 (4) 失效概率上限表达式可知, 对于同一边坡模型, 失效模式越多, 不同失效模式在失效区域间重叠的区域越多, 导致计算的失效概率上限值越大。由图 2 可知, 空间变异性较弱时, 采用近似相关系数会过量地识别代表性滑动面, 其中多余的代表性滑动面的

失效概率会在上限值计算时产生叠加效应, 导致基于近似相关系数得到失效概率上限值超出 1 的不合理结果。此外, 由近似相关系数得到的失效概率上、下限过宽, 使此时该方法失去评价系统失效概率的作用。

综上, 考虑土体参数空间变异性时, 基于近似相关系数会识别过多的代表性滑动面, 导致偏大的系统失效概率和过宽的系统失效概率上、下限。该结果源于两种相关系数的差别, 因此, 有必要分析两种相关系数随波动范围  $\lambda$  的变化情况 (见图 4)。由图可知, 近似相关系数 (见图 4 中虚线  $\rho_i, i = 1, 2, \dots, 5$ ) 不随波动范围  $\lambda$  的改变而变化, 不能考虑空间变异性对它的影响。而 Pearson 相关系数 (见图 4 中  $\rho_{ip}, i = 1, 2, \dots, 5$ ) 随着空间变异性减弱逐渐增大, 能有效地考虑空间变异性对失效模式间相关性的影响。近似与 Pearson 相关系数存在较大偏差, 且偏差随着空间变异性减弱逐渐增大。由于风险聚类方法根据相关系数选取代表性滑动面, 当空间变异性较强时 ( $\lambda = 1 \text{ m}$ ), 两种相关系数较为接近, 所以基于两种相关系数选取的代表性滑动面数目也接近 (见图 2), 此时, 两种相关系数对系统失效概率及其上、下限影响也较小 (见图 3)。当  $\lambda$  取较大值时, 近似和 Pearson 相关系数的偏差较大, 前者总是小于后者, 导致了近似相关系数选取过多的代表性滑动面、偏大的系统失效概率和过宽的系统失效概率上、下限。

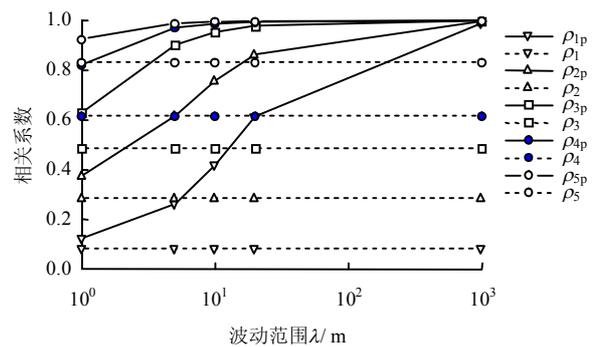


图 4 滑动面 S1~S5 和确定性滑动面间相关系数

Fig.4 Correlation coefficients between slip surfaces S1-S5 and the deterministic slip surface

考虑到在采用 Pearson 相关系数表征失效模式间相关性时, 只有当样本数目为  $+\infty$  时该方法得到的相关系数才是真实值。而实际中无法采用无限个样本计算, 因此, 本文基于有限个数样本, 采用模拟的方法得到失效模式间相关系数。计算的 Pearson 相关系数受样本数目影响, 为此  $\lambda$  分别取较小值  $1 \text{ m}$

和较大值 20 m, 讨论相关系数随样本数目的收敛性情况(见图 5)。可以看出:  $\lambda = 1$  m 时 1 000 个样本满足计算相关系数的准确性要求;  $\lambda = 20$  m 时样本数目为 500 时相关系数基本上收敛到稳定值。而本文中 MCS 计算次数  $N_{MCS} = 10\ 000$ , Pearson 相关系数能准确表征边坡失效模式间的相关性。

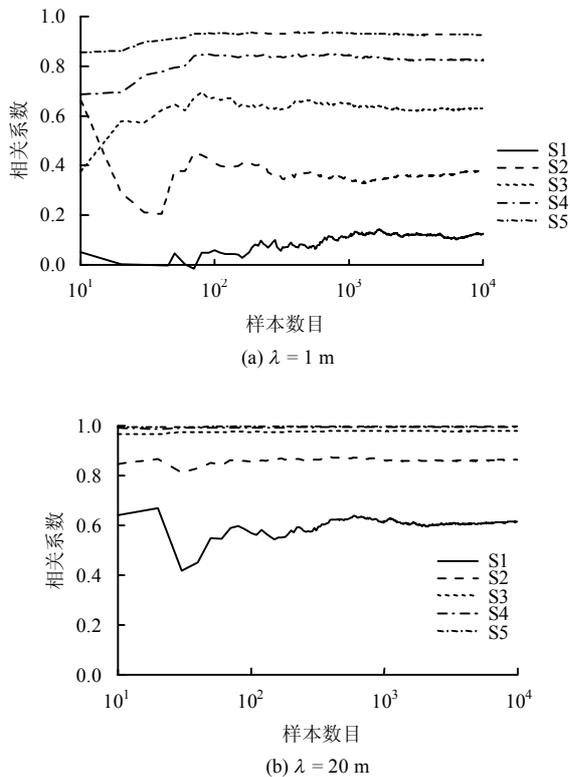


图 5 相关系数的收敛性

Fig.5 Convergence of correlation coefficient

## 6.2 双层土坡

考虑位于坚硬层上的双层土坡(见图 6), 多位学者对其可靠度问题进行了研究, 如 Low<sup>[22]</sup>、Cho<sup>[23]</sup>、Huang<sup>[27]</sup>等。上、下土层的不排水抗剪强度  $S_{u1}$  和  $S_{u2}$  的均值分别为 70、100 kPa<sup>[27]</sup>, 变异系数均为 0.3, 土体重度为 19 kN/m<sup>3</sup>; 与文献一致<sup>[22-23, 27]</sup>, 假定参数  $S_{u1}$  和  $S_{u2}$  相互独立且均服从对数正态分布。土坡上、下层沿竖直方向分别划分成 36 和 20 个厚度为 0.5 m 的土层, 通过 SLOPE/W 生成 16 009 条潜在滑动面, 采用简化毕肖普法得到不排水抗剪强度取均值时的临界确定性滑动面(见图 6), 相应的安全系数为 1.223。利用中点法离散  $S_{u1}$  和  $S_{u2}$  随机场, 随机场模拟次数  $N_{MCS} = 10\ 000$ 。

取  $\rho_0 = 0.9$ ,  $\lambda$  取 5 种不同值时识别的代表性滑动面数目如图 7 所示。与图 2 结果一致, 随着土体参数空间变异性减弱( $\lambda$  增大), 由近似与 Pearson 相关系数得到的代表性滑动面数目呈现不同趋势:

前者先增后减, 后者一直减少。在  $\lambda = 0.5$  m 时, 基于两种相关系数选取的代表性滑动面数目相等; 在  $\lambda \geq 5$  m 时, 滑动面数目差异明显。近似相关系数不能合理考虑空间变异性对破坏模式的影响, 而 Pearson 相关系数可以有效地考虑该影响。

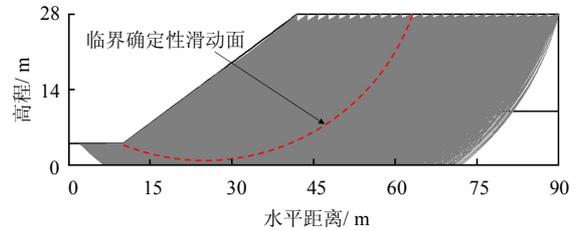


图 6 边坡计算模型和所有潜在滑动面

Fig.6 Model of slope and all potential slip surfaces

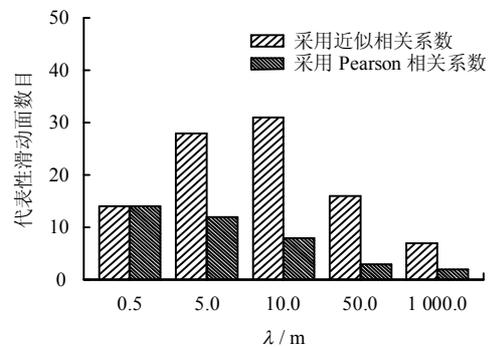


图 7 代表性滑动面数目

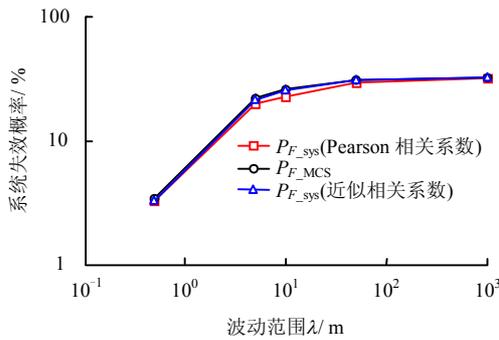
Fig.7 Numbers of representative slip surfaces

图 8(a)给出了系统失效概率随波动范围的变化情况。与图 3(a)类似, 采用近似与 Pearson 相关系数得到的系统失效概率与 MCS 的结果接近, 随  $\lambda$  的变化趋势一致。在  $\lambda = 0.5$  m 时, 由两种相关系数得到的系统失效概率相等; 在  $\lambda$  取较大值时, 基于近似相关系数得到的系统失效概率略高于基于 Pearson 相关系数的结果, 原因是基于近似相关系数选取了过多的代表性滑动面(见图 7), 导致在采用风险聚类法时获取了过多的失效样本。

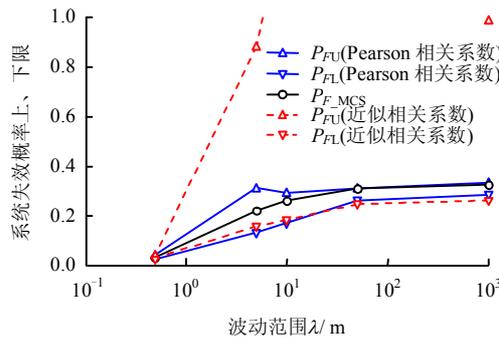
图 8(b)中, 由 Pearson 相关系数得到的系统失效概率上、下限较窄, 且 MCS 方法得到的精确值落在该上、下限内。而基于近似相关系数得到的系统失效概率上限值偏大且会超过 1。原因是在  $\lambda = 5$ 、10、50、1 000 m 时, 选取的代表性滑动面过多, 这些多余的代表性滑动面的失效概率会在计算上限值时产生叠加效应, 导致得到的系统失效概率上限值超出 1 的不合理结果。

图 9 给出了确定性滑动面和 5 个滑动面(S1~S5)间的 Pearson 和近似相关系数, 分别如图中实线和虚线所示。可看出, 在参数空间变异性较强时

( $\lambda = 0.5 \text{ m}$ )，两种方法得到的相关系数较为接近，随着空间变异性的减弱 ( $\lambda$  增大)，Pearson 相关系数逐渐增大，而近似值不变，Pearson 与近似相关系数间的差值逐渐增大。当  $\lambda \geq 5 \text{ m}$  时，近似相关系数低估了失效模式间相关性，导致选取过多的代表性滑动面 (见图 7)，造成偏大的系统失效概率和过宽的失效概率上、下限 (见图 8)。



(a) 系统失效概率 ( $\rho_0 = 0.9$ )



(b) 系统失效概率上、下限 ( $\rho_0 = 0.9$ )

图 8 系统失效概率及其上、下限

Fig.8 System failure probability and its lower and upper bounds

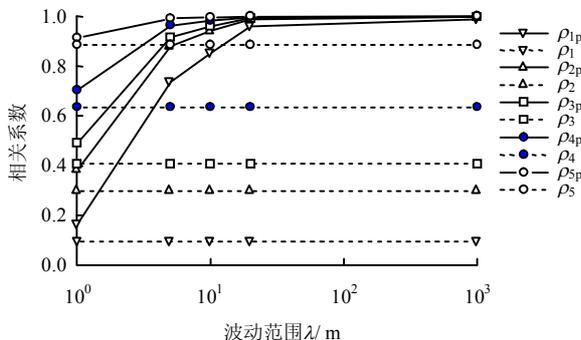
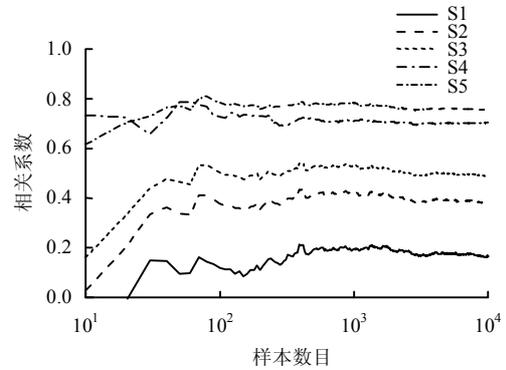


图 9 滑动面 S1~S5 和确定性滑动面间相关系数

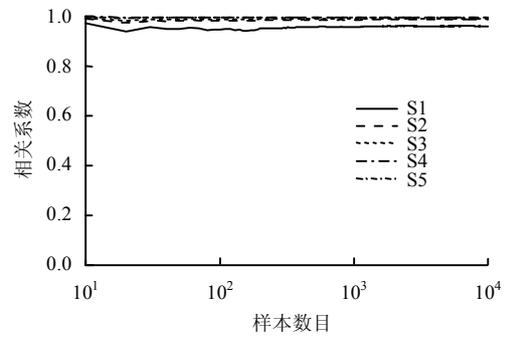
Fig.9 Correlation coefficients between slip surfaces S1-S5 and the deterministic slip surface

类似地，对于双层土坡，分析 Pearson 相关系数随样本数目的收敛性情况。 $\lambda$  分别取 0.5、50 m，相关系数对样本数目的敏感性情况如图 10 所示。可

以看出，在样本数目为 500 时，Pearson 相关系数基本上收敛到稳定值，而本文中 MCS 样本数  $N_{MCS} = 10\ 000$ ，大于相关系数收敛需要的数目，因此，能准确表征边坡失效模式间相关性。



(a)  $\lambda = 0.5 \text{ m}$



(b)  $\lambda = 50 \text{ m}$

图 10 相关系数的收敛性

Fig.10 Convergence of correlation coefficient

## 7 结 论

(1) 近似相关系数不能考虑土体参数空间变异性对边坡失效模式间相关性的影响，Pearson 相关系数能够有效地反映空间变异性对失效模式间相关性的影响。在考虑土体参数空间变异性条件下，近似公式不宜用于计算失效模式间相关系数。

(2) 当土体参数空间变异性很强时，边坡代表性滑动面间相关性较小，近似相关系数与 Pearson 相关系数间差别较小。此时，基于近似相关系数选择的代表性滑动面数目较合理；当参数空间变异性较弱时，两种相关系数间差别明显，基于近似相关系数会识别过多的代表性滑动面，不能真实地反映边坡代表性破坏模式。

(3) 基于风险聚类法计算边坡系统失效概率时，由近似相关系数得到的失效概率比由 Pearson 相关系数得到的值略偏保守。基于前者计算的系统失效概率上限会超过 1，系统失效概率上、下限范围较宽；而由后者得到的失效概率上、下限范围较窄，

能有效地反映系统失效概率随波动范围变化情况。

(4) 近似相关系数忽略了土体参数空间变异性的影响, 计算的失效模式间相关系数低于 Pearson 相关系数, 从而高估了边坡代表性滑动面数目, 多余的代表性滑动面的叠加效应导致系统失效概率上限被高估。

### 参 考 文 献

- [1] CHRISTIAN J T, LADD C C, BAECHER G B. Reliability applied to slope stability analysis[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE**, 1994, 120(12): 2180—2207.
- [2] PHOON K K, KULHAWY F H. Characterization of geotechnical variability[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1999, 36(4): 612—624.
- [3] 吴振君, 王水林, 葛修润. 约束随机场下的边坡可靠度随机有限元分析方法[J]. **岩土力学**, 2009, 30(10): 3086—3092.  
WU Zhen-jun, WANG Shui-lin, GE Xiu-run. Slope reliability analysis by random FEM under constraint random field[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(10): 3086—3092.
- [4] 薛亚东, 方超, 葛嘉诚. 各向异性随机场下的边坡可靠度分析[J]. **岩土工程学报**, 2013, 35(增刊 2): 77—82.  
XUE Ya-dong, FANG Chao, GE Jia-cheng. Slope reliability in anisotropic random fields[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2013, 35(Supp.2): 77—82.
- [5] 李典庆, 祁小辉, 周创兵, 等. 考虑参数空间变异性的无限长边坡可靠度分析[J]. **岩土工程学报**, 2013, 35(10): 1799—1806.  
LI Dian-qing, QI Xiao-hui, ZHOU Chuang-bing, et al. Reliability analysis of infinite soil slopes considering spatial variability of soil parameters[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2013, 35(10): 1799—1806.
- [6] 李亚军, 刘斯宏, 傅中志, 等. 多层地基土坡的随机有限元模型不同参数比较分析(英文)[J]. **岩土工程学报**, 2014, 36(1): 162—169.  
LI Ya-jun, LIU Si-hong, FU Zhong-zhi, et al. Comparative study on the effect of different parameters of random finite element models of an embankment supported by multilayered foundations[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2014, 36(1): 162—169.
- [7] HICKS M A, SAMY K. Influence of heterogeneity on undrained clay slope stability[J]. **Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology**, 2002, 35(1): 41—49.
- [8] BABU G L S, MUKESH M D. Effect of soil variability on reliability of soil slopes[J]. **Geotechnique**, 2004, 54(5): 335—337.
- [9] GRIFFITHS D V, FENTON G A. Probabilistic slope stability analysis by finite elements[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2004, 130(5): 507—518.
- [10] CHO S E. Effects of spatial variability of soil properties on slope stability[J]. **Engineering Geology**, 2007, 92(3/4): 97—109.
- [11] WANG Y, CAO Z J, AU S K. Practical reliability analysis of slope stability by advanced Monte Carlo simulations in a spreadsheet[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2010, 48(1): 162—172.
- [12] JIANG S H, LI D Q, CAO Z J, et al. Efficient system reliability analysis of slope stability in spatially variable soils using Monte Carlo simulation[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2015, 141(2): 04014096.
- [13] LI D Q, QI X H, PHOON K K, et al. Effect of spatially variable shear strength parameters with linearly increasing mean trend on reliability of infinite slopes[J]. **Structural Safety**, 2014, 49: 45—55.
- [14] HONG H P, ROH G. Reliability evaluation of earth slopes[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2008, 134(12): 1700—1705.
- [15] 谭晓慧. 多滑面边坡的可靠性分析[J]. **岩石力学与工程学报**, 2001, 20(6): 822—825.  
TAN Xiao-hui. Reliability analysis of a slope with several slide surfaces[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2001, 20(6): 822—825.
- [16] CHOWDHURY R N, XU D W. Slope system reliability with general slip surfaces[J]. **Soils and Foundations**, 1994, 34(3): 99—105.
- [17] ZHANG J, ZHANG L M, TANG W H. New methods for system reliability analysis of soil slopes[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2011, 48(7): 1138—1148.
- [18] LI L, WANG Y, CAO Z J, et al. Risk de-aggregation and system reliability analysis of slope stability using representative slip surfaces[J]. **Computers and Geotechnics**, 2013, 53: 95—105.
- [19] LI L, WANG Y, CAO Z J. Probabilistic slope stability analysis by risk aggregation[J]. **Engineering Geology**, 2014, 176: 57—65.
- [20] LI L, CHU X S. Multiple response surfaces for slope reliability analysis[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2015, 39(2): 175—192.