DOI：10.16285/j.rsm.2017.02.037

# 一种双重孔隙-裂隙岩体流变模型及其在地下洞室有限元分析中的应用

符贵军，张思渊，张玉军

（中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室，湖北 武汉 430071）

**摘 要：**用西原模型描述双重孔隙-裂隙介质的流变特性，在理论上给出了其流变参数及强度指标的确定方法，建立了瞬弹-黏弹-黏塑性平面有限元求解格式和研制了相应的计算程序。针对一个矩形地下洞室围岩为裂隙岩体和完整岩体的两种工况进行数值分析，对比了围岩中的位移、应力及塑性区。其结果显示：相比于单一介质的情况，双重介质因其变形模量、凝聚力和内摩擦角减小，故洞室围岩中随时发展的位移和塑性区有明显的增长，两种工况的围岩应力分布亦存在较大的不同，特别是双重介质围岩中最大主应力 $\sigma_1$ 和最小主应力 $\sigma_3$ 的差值较大，因此，提高了围岩破坏的可能性。

**关 键 词：**双重孔隙-裂隙岩体；地下洞室；瞬弹-黏弹-黏塑性模型；稳定性分析；有限元方法

**中图分类号：**TU 45 **文献标识码：**A **文章编号：**1000－7598 (2017) 02－0601－09

# A rheological model for dual-pore-fracture rock mass and its application to finite element analysis of underground caverns

FU Gui-jun, ZHANG Si-yuan, ZHANG Yu-jun

(State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China)

**Abstract:** Using Nishihara model to describe the rheological characteristics of dual-pore-fracture media, a method is theoretically presented to determine the rheological parameters and strength indices of the media. The plane finite element scheme for solving the transient elastic-viscoelastic-viscoplastic problems is built, and the corresponding calculation program is developed. Aiming at the two conditions of surrounding rock mass from a rectangular underground cavern, in which the first rock mass is fractured by two sets of joints (a dual medium) and the second one is intact (a single medium); the displacements, stresses and plastic zones in the surrounding rock masses are analysed and compared numerically. The results show that when compared with the case of single medium, the deformation modulus, cohesion and internal friction angle of the dual medium decrease, so the corresponding displacements and plastic zones in the surrounding rock mass develop with time elapsing obviously. And there is a greater difference between the stress distributions of these two cases, especially the difference between the maximum principal stress $\sigma_1$ and the minor principal stress $\sigma_3$ in the surrounding rock mass, which is larger for the case of dual medium. Therefore, the possibility of rock mass failure is increased.

**Keywords:** dual-pore-fracture medium; underground cavern; transient elastic-viscoelastic-viscoplastic model; stability analysis; finite element method

## 1 引 言

将岩体看作单一介质，对其进行流变力学分析，这是国内外长期的研究课题。在相应的解析和数值计算中，多数情况下是把岩体当成各向同性体，这已有大量的研究成果，其经典的理论基础和应用可见文献[1–6]。而近年来对于层状岩体或力学特性的方向性明显的岩体等，若干学者将其作为各向异性体（特别是横观各向同性体），进行相应的流变室内试验、理论分析和数值模拟。如吴创周等[7]为

收稿日期：2015-04-23
基金项目：国家重点基础研究发展计划（973计划）（No. 2010CB732101）；国家自然科学基金（No. 51379201）。
This work was supported by the National Program on Key Basic Research Project of China (973 Program) (2010CB732101) and the National Natural Science Foundation of China (51379201).
第一作者简介：符贵军，男，1988年生，博士研究生，主要从事岩体力学与边坡工程方面的研究工作。E-mail: fgj_225@sina.com
通讯作者：张玉军，男，1956年生，博士，研究员，主要从事岩石力学与工程方面的研究工作。E-mail：yjzhang@whrsm.ac.cn

了解锦屏二级水电站引水隧洞绿片岩的各向异性流变力学特性，通过对层状脆性绿片岩试件进行单轴压缩蠕变试验，研究了脆性层状岩石材料的各向异性蠕变规律；潘鹏志等[8]由提出黏塑性流动系数张量表达式，建立了岩石各向异性弹黏塑性蠕变模型，并研制出岩石蠕变过程分析的三维弹黏塑性细胞自动机模拟系统，发展了非均质岩石蠕变破坏过程的分析方法；熊良宵等[9]以绿片岩和大理岩互层的层状岩体为研究对象，分别建立单轴轴向压缩荷载垂直和平行于层理时的两种互层状岩体黏弹性流变模型，采用有限差分程序 FLAC$^{3D}$ 对互层状岩体进行了单轴压缩蠕变试验的数值分析，将轴向应变的数值解与理论解进行对比，验证这两种模型的正确性；贾欣媛[10]以引水隧洞工程为背景，开展了随岩样受力主方向与层理面的方位之间夹角变化的岩体蠕变特性试验研究，在此基础上通过数值模拟以及现场监测成果考察了不同倾角下隧道软岩蠕变参数各向异性对围岩稳定性的影响；张玉军等[11]建立了一种正交各向异性岩体的黏弹-黏塑性模型，推导和描述了相应的数值计算表达式和有限元分析的步骤，并使用所编制的三维有限元程序，以在层状岩体(横观各向同性介质)中的地下洞室开挖为算例，考察了围岩的流变动态。这些工作中流变模型的元件是对应于均化岩体介质的，不能区别岩块和节理的组分差异。而当岩体由岩块和成组节理构成时（即遍有节理岩体），岩块和节理对流变效应的贡献是不同的，对此目前还很少有人探讨。但该问题的研究对于深入理解遍有节理岩体的流变特点，更好地进行相应的工程设计和施工有着积极的意义。

有鉴于此，笔者认为遍有节理岩体由孔隙基质和节理材料复合而成，故将其概化为双重孔隙-裂隙介质，并且其力学特性存在时间效应，即随荷载的施加及量级的增长，岩体将依此产生的瞬时弹性、黏弹性、黏塑性变形，从而其流变模式可用西原模型来描述。为计入裂隙的组数、间距、方向和刚度对双重介质本构关系的影响，及考虑到岩体的变形由孔隙基质的变形和裂隙介质的变形迭加而成，故拟定西原模型的瞬弹、黏弹及黏塑性元件由岩块和节理的相应成分串联组成，由此方法来求解诸项流变参数[12]。张玉军等[13]还曾提出过一种确定双重介质中随方向变化的凝聚力及内摩擦角的方法，现将这种方法与 Pietruszczak 等[14−15]提出的微结构-无迹张量结合起来，以此给出这种岩体的强度指标。基于上述工作，推导数值方法中在瞬弹、黏弹和黏塑性各步序的求解公式，并将其引入已开发的平面有限元程序中[12]。但所建数值模型较为复杂，实用上不太方便。现将该模型适当理想化，即将节理的方向与坐标轴平行，其计算式可明显简化。以此来模拟地下洞室围岩中有、无成组节理的情况（即分成双重介质和单一介质两种工况），进行有限元分析、考察围岩中的变形发展、应力分布及屈服状态，由此得出相应的认识。

## 2 瞬弹-黏弹-黏塑性模型

设双重孔隙-裂隙介质中存在材料性质的 3 个主方向，并且每个主方向上的流变特性均可用西原模型来描述。图 1 表明了瞬时弹性应变 $\varepsilon_{ei}$、黏弹性应变 $\varepsilon_{vei}$ 及黏塑性应变 $\varepsilon_{vpi}$ 3 个阶段，下面依次说明。

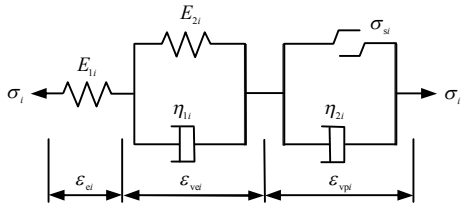



**图 1 西原流变模型**

**Fig.1 Nishihara rheological model schematic**

各流变元件由岩块和节理的相应成分串联组成，见图 2。因此，有

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{E_{1i}}&=\frac{1}{E_{\mathrm{R1}}}+\frac{1}{S_{\mathrm{J}i}K_{\mathrm{J}1in}},\quad \frac{1}{E_{2i}}=\frac{1}{E_{\mathrm{R2}}}+\frac{1}{S_{\mathrm{J}i}K_{\mathrm{J}2in}}\\ \frac{1}{\eta_{1i}}&=\frac{1}{\eta_{\mathrm{R1}}}+\frac{1}{S_{\mathrm{J}i}\eta_{\mathrm{J}1i}/L},\quad \frac{1}{\eta_{2i}}=\frac{1}{\eta_{\mathrm{R}2i}}+\frac{1}{S_{\mathrm{J}i}\eta_{\mathrm{J}2i}/L}\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

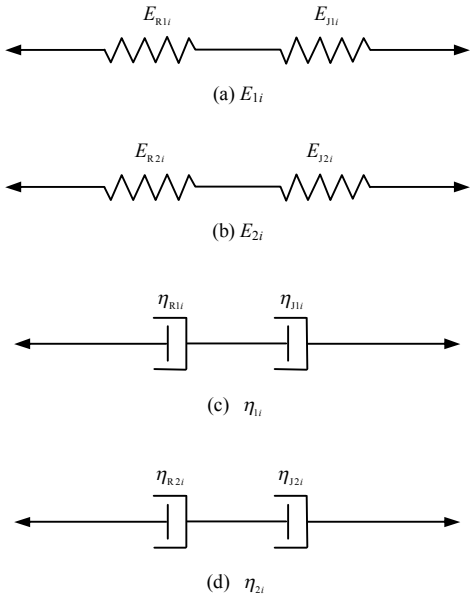



**图 2 流变元件的组成**

**Fig.2 Composition of rheological elements**

从而可得

$$\left.\begin{aligned} E_{1i}&=\frac{E_{\mathrm{R}1}S_{\mathrm{J}i}K_{\mathrm{J}1in}}{E_{\mathrm{R}1}+S_{\mathrm{J}i}K_{\mathrm{J}1in}},\quad E_{2i}=\frac{E_{\mathrm{R}2}S_{\mathrm{J}i}K_{\mathrm{J}2in}}{E_{\mathrm{R}2}+S_{\mathrm{J}i}K_{\mathrm{J}2in}}\\ \eta_{1i}&=\frac{\eta_{\mathrm{R}1}S_{\mathrm{J}i}\eta_{\mathrm{J}1i}/L}{\eta_{\mathrm{R}1}+S_{\mathrm{J}i}\eta_{\mathrm{J}1i}/L},\quad \eta_{2i}=\frac{\eta_{\mathrm{R}2}S_{\mathrm{J}i}\eta_{\mathrm{J}2i}/L}{\eta_{\mathrm{R}2}+S_{\mathrm{J}i}\eta_{\mathrm{J}2i}/L}\end{aligned}\right\}\tag{2}$$

式中：$E_{1i}$、$E_{2i}$、$\eta_{1i}$和$\eta_{2i}$依次为西原模型在$i$（$i=x,y,z$）方向的瞬时及延迟弹性模量、黏弹性及黏塑性系数；$E_{\mathrm{R}1}$、$E_{\mathrm{R}2}$、$\eta_{\mathrm{R}1}$和$\eta_{\mathrm{R}2}$依次为岩块的瞬时及延迟弹性模量、黏弹性及黏塑性系数；$K_{\mathrm{J}1in}$、$K_{\mathrm{J}2in}$、$\eta_{\mathrm{J}1i}$和$\eta_{\mathrm{J}2i}$依次为与$i$方向坐标轴正交的节理的瞬时及延迟法向刚度、黏弹性及黏塑性系数；$S_{\mathrm{J}i}$、$L$为节理的间距和单位长度（其用于岩块、节理物理量的量纲统一）。

如对于平面应变的弹性问题，当两组节理$\mathrm{J}_x$、$\mathrm{J}_y$分别与坐标轴$x$、$y$正交时，岩体的柔度矩阵为[16]

$$[C]=\begin{bmatrix}\dfrac{(1-\mu_{\mathrm{R}}^2)}{E_{\mathrm{R}1}}+\dfrac{1}{S_{\mathrm{J}x}K_{\mathrm{J}1xn}} & \dfrac{-\mu_{\mathrm{R}}(1+\mu_{\mathrm{R}})}{E_{\mathrm{R}1}} & 0\\ \dfrac{-\mu_{\mathrm{R}}(1+\mu_{\mathrm{R}})}{E_{\mathrm{R}1}} & \dfrac{(1-\mu_{\mathrm{R}}^2)}{E_{\mathrm{R}1}}+\dfrac{1}{S_{\mathrm{J}y}K_{\mathrm{J}1yn}} & 0\\ 0 & 0 & \dfrac{2(1+\mu_{\mathrm{R}})}{E_{\mathrm{R}1}}+\dfrac{1}{S_{\mathrm{J}y}K_{\mathrm{J}1ys}}+\dfrac{1}{S_{\mathrm{J}x}K_{\mathrm{J}1xs}}\end{bmatrix}\tag{3}$$

式中：$E_{\mathrm{R}1}$、$\mu_{\mathrm{R}}$分别为岩块的瞬时弹性模量和泊松比；$K_{\mathrm{J}1xn}$、$K_{\mathrm{J}1xs}$和$K_{\mathrm{J}1yn}$、$K_{\mathrm{J}1ys}$分别为节理组$\mathrm{J}_x$、$\mathrm{J}_y$与岩块瞬时变形对应的法向刚度、切向刚度；$S_{\mathrm{J}x}$、$S_{\mathrm{J}y}$分别为该两组节理的间距。

图 1 中$\sigma_{si}$为西原模型在$i$方向的屈服应力，其依然要考虑岩块和节理成分的“贡献”，相应的强度指标的确定方法见第 3 节。

### 2.1　弹性状态

此时有应力-应变关系：

在局部坐标系中为

$$\{\sigma'\}=[D']\{\varepsilon'\}\tag{4}$$

在整体坐标系中为

$$\{\sigma\}=[D]\{\varepsilon\}\tag{5}$$

式中：$[D]=[L][D'][L]^{\mathrm{T}}$；$\{\varepsilon'\}$、$\{\sigma'\}$和$\{\varepsilon\}$、$\{\sigma\}$分别为局部及整体坐标系中的应变列阵及应力列阵；$[D']$、$[D]$分别为局部及整体坐标系中的弹性矩阵；$[L]$为坐标转换矩阵。

### 2.2　黏弹性状态

在此状态时屈服函数$F<0$。设从$t$到$t+\Delta t$时步内，应力$\sigma$保持为常量，则黏弹性应变为

$$\begin{aligned}\left\{\varepsilon_{\mathrm{ve}}\right\}_{t+\Delta t}=&\left\{\varepsilon_{\mathrm{ve}}\right\}_t\exp\left(-\frac{q_{0i}}{q_{1i}}\Delta t\right)+\\ &[A]\{\sigma\}\left[1-\exp\left(-\frac{q_{0i}}{q_{1i}}\Delta t\right)\right]\end{aligned}\tag{6}$$

式中：$[A]$为将式（3）的$E_{\mathrm{R}1}$、$K_{\mathrm{J}1in}$换为$E_{\mathrm{R}2}$、$K_{\mathrm{J}2in}$得到；$q_{0i}=\dfrac{E_{1i}E_{2i}}{E_{1i}+E_{2i}}$，$q_{1i}=\dfrac{E_{1i}\eta_{1i}}{E_{1i}+E_{2i}}$，$i=x,y,z$。

在平面应变状态下，将式（6）展开得

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_{\mathrm{ve},x,t+\Delta t}=&\varepsilon_{\mathrm{ve},x,t}\exp\left[-\frac{E_{2x}}{\eta_{1x}}\Delta t\right]+\left[\frac{1-\mu_{\mathrm{R}}^2}{E_{\mathrm{R}2}}+\right.\\ &\left.\left(\frac{1}{S_{\mathrm{J}x}K_{\mathrm{J}2xn}}\right)\sigma_x-\frac{\mu_{\mathrm{R}}(1+\mu_{\mathrm{R}})}{E_{\mathrm{R}2}}\sigma_y\right]\cdot\\ &\left[1-\exp\left(-\frac{E_{2x}}{\eta_{1x}}\Delta t\right)\right]\\ \varepsilon_{\mathrm{ve},y,t+\Delta t}=&\varepsilon_{\mathrm{ve},y,t}\exp\left[-\frac{E_{2y}}{\eta_{1y}}\Delta t\right]+\left[\left(\frac{1-\mu_{\mathrm{R}}^2}{E_{\mathrm{R}2}}+\right.\right.\\ &\left.\left.\frac{1}{S_{\mathrm{J}y}K_{\mathrm{J}2yn}}\right)\sigma_y-\frac{\mu_{\mathrm{R}}(1+\mu_{\mathrm{R}})}{E_{\mathrm{R}2}}\sigma_x\right]\cdot\\ &\left[1-\exp\left(-\frac{E_{2y}}{\eta_{1y}}\Delta t\right)\right]\\ \gamma_{\mathrm{ve},xy,t+\Delta t}=&\gamma_{\mathrm{ve},xy,t}\exp\left[-\frac{G_{2xy}}{\eta_{1xy}}\Delta t\right]+\left[\frac{2(1+\mu_{\mathrm{R}})}{E_{\mathrm{R}2}}+\right.\\ &\left.\frac{1}{S_{\mathrm{J}y}K_{\mathrm{J}2ys}}+\frac{1}{S_{\mathrm{J}x}K_{\mathrm{J}2xs}}\right]\tau_{xy}\cdot\\ &\left[1-\exp\left(-\frac{G_{2xy}}{\eta_{1xy}}\Delta t\right)\right]\end{aligned}\right\}\tag{7}$$

则黏弹性应变增量为

$$\begin{aligned}\left\{\varepsilon_{\mathrm{ve}}\right\}_{t+\Delta t}=&\left\{\varepsilon_{\mathrm{ve}}\right\}_t\exp\left(-\frac{q_{0i}}{q_{1i}}\Delta t\right)+\\ &[A]\{\sigma\}\left[1-\exp\left(-\frac{q_{0i}}{q_{1i}}\Delta t\right)\right]\end{aligned}\tag{8}$$

$$\left\{\Delta\varepsilon_{\mathrm{ve}}\right\}_{\Delta t}=\left\{\varepsilon_{\mathrm{ve}}\right\}_{t+\Delta t}-\left\{\varepsilon_{\mathrm{ve}}\right\}_t$$

### 2.3 黏塑性状态

此状态时屈服函数 $F \geqslant 0$，故有[2]

$$\left\{\frac{\mathrm{d}\varepsilon'}{\mathrm{d}t_{\mathrm{vp}}}\right\}_i = \frac{1}{\eta_{2i}} < \frac{F}{F_0} > \frac{\partial Q}{\partial\{\sigma\}},\ i = x,y,z \tag{9}$$

式中：$\left\{\frac{\mathrm{d}\varepsilon'}{\mathrm{d}t_{\mathrm{vp}}}\right\}_i$ 为黏塑性应变增量对时间的导数；$\eta_{2i}$ 为黏塑性系数；$F$ 为屈服函数；$F_0$ 为使系数无量纲化而采用的任意值；$Q$ 为塑性势；本文取相关联的流动法则，即 $F = Q$。

计算时使用 Drucker-Prager 屈服准则[1]，即

$$F = \alpha J_1 + \sqrt{J_2} - k' = 0 \tag{10}$$

该式中变量在平面应变状态下有

$$\left.\begin{aligned} &\alpha = \frac{2\sin\varphi}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi)},\ k' = \frac{6c\cos\varphi}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi)} \\ &J_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \\ &J_2 = \frac{1}{6}\left[(\sigma_x-\sigma_y)^2 + (\sigma_y-\sigma_z)^2 + (\sigma_z-\sigma_x)^2 + 6\tau_{xy}^2\right] \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

式中：$c$、$\varphi$ 分别为双重介质的凝聚力及内摩擦角，其由后式（14）确定，但应注意，当使用 Pietruszczak 等提出的微结构-无迹张量法时，$c$、$\varphi$ 已是加载方向（应力状态）的函数，求 $\partial F/\partial\sigma$ 的方法可见文献[17−18]；$\sigma_x$、$\sigma_y$ 和 $\sigma_z$ 为正应力；$\tau_{xy}$ 为剪应力。

## 3 正交各向异性介质的强度指标

根据微结构-无迹张量理论[19]，当 $xyz$ 坐标系与各向异性材料的主轴重合时，在三维应力状态下有

$$\left.\begin{aligned} &L_x = \sqrt{\sigma_x^2 + \tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2},\ L_y = \sqrt{\sigma_y^2 + \tau_{yx}^2 + \tau_{yz}^2} \\ &L_z = \sqrt{\sigma_z^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{zy}^2} \\ &l_x = \frac{L_x}{\sqrt{L_x^2 + L_y^2 + L_z^2}},\ l_y = \frac{L_y}{\sqrt{L_x^2 + L_y^2 + L_z^2}} \\ &l_z = \frac{L_z}{\sqrt{L_x^2 + L_y^2 + L_z^2}} \\ &f = f_0(1 + \Omega_x l_x^2 + \Omega_y l_y^2 + \Omega_z l_z^2), \\ &\text{且}\Omega_x + \Omega_y + \Omega_z = 0,\ l_x^2 + l_y^2 + l_z^2 = 1 \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

式中：$\sigma_x$、$\sigma_y$、$\sigma_z$、$\tau_{xy}$、$\tau_{xz}$、$\tau_{yx}$、$\tau_{yz}$、$\tau_{zx}$ 及 $\tau_{zy}$ 是作用在各向异性材料单元主轴面上的正应力及剪应力，且有 $\tau_{xy} = \tau_{yx}$、$\tau_{xz} = \tau_{zx}$ 和 $\tau_{yz} = \tau_{zy}$；$L_x$、$L_y$ 和 $L_z$ 为牵引模量（traction moduli）；$l_x$、$l_y$ 及 $l_z$ 为加载方向单位矢量（unit vector of loading direction）；$f$、$f_0$ 分别为强度指标及其初值，前者随加载方向（应力状态）而变，后者为定值；$\Omega_x$、$\Omega_y$ 及 $\Omega_z$ 为无迹对称张量的分量。

当在平面应变状态时，因 $\tau_{xz} = \tau_{zx} = 0$、$\tau_{yz} = \tau_{zy} = 0$，上述式子可化为

$$\left.\begin{aligned} &L_x = \sqrt{\sigma_x^2 + \tau_{xy}^2},\ L_y = \sqrt{\sigma_y^2 + \tau_{yx}^2} \\ &L_z = \sqrt{\sigma_z^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{zy}^2} = \sigma_z \\ &l_x = \frac{L_x}{\sqrt{L_x^2 + L_y^2 + \sigma_z^2}},\ l_y = \frac{L_y}{\sqrt{L_x^2 + L_y^2 + \sigma_z^2}} \\ &l_z = \frac{\sigma_z}{\sqrt{L_x^2 + L_y^2 + \sigma_z^2}} \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

若介质的强度指标为凝聚力 $c$ 和内摩擦角 $\varphi$，$c_0$、$\varphi_0$ 分别为其初值，则有

$$\left.\begin{aligned} c &= c_0(1 + \Omega_x^c l_x^2 + \Omega_y^c l_y^2 + \Omega_z^c l_z^2) \\ \varphi &= \varphi_0(1 + \Omega_x^\varphi l_x^2 + \Omega_y^\varphi l_y^2 + \Omega_z^\varphi l_z^2) \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

当双重孔隙-裂隙岩体中发育有 $m$ 组裂隙时，根据文献[12]，可得

$$\left.\begin{aligned} &r_{\mathrm{R}} c_{\mathrm{R}} + \sum_{l=1}^{m} r_{\mathrm{J}l} c_{lK} = c_{K0} \\ &r_{\mathrm{R}} \varphi_{\mathrm{R}} + \sum_{l=1}^{m} r_{\mathrm{J}l} \varphi_{lK} = \varphi_{K0} \\ &\text{且} r_{\mathrm{R}} + r_{\mathrm{J}} = r_{\mathrm{R}} + \sum_{l=1}^{m} r_{\mathrm{J}l} = 1 \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

式中：$K = x,y,z$；$c_{\mathrm{R}}$、$\varphi_{\mathrm{R}}$ 分别为孔隙基质的凝聚力和内摩擦角；$c_{lK}$、$\varphi_{lK}$ 分别为第 $l$ 组裂隙的凝聚力和内摩擦角在 $K$ 轴方向的分量；$c_{K0}$、$\varphi_{K0}$ 分别为双重孔隙-裂隙介质岩体在 $K$ 轴方向的凝聚力和内摩擦角；$r_{\mathrm{R}}$、$r_{\mathrm{J}}$ 和 $r_{\mathrm{J}l}$ 分别为岩体孔隙基质、总裂隙及第 $l$ 组裂隙的体积与表征单元体积之比（即体积分数）。

令分别在 3 个特殊方向 $l_{xi}$、$l_{yi}$ 及 $S_i$ 测得相应的强度指标 $S_i$（$c,\varphi$，$i = \alpha,\beta,\gamma$），则可由下式求得初值强度 $S_0$（$c_0,\varphi_0$）和 $\Omega_x^T$、$\Omega_y^T$ 及 $\Omega_z^T$（$T = c,\varphi$）。

$$\left.\begin{aligned} S_\alpha &= S_0(1 + \Omega_x^T l_{x\alpha}^2 + \Omega_y^T l_{y\alpha}^2 + \Omega_z^T l_{z\alpha}^2) \\ S_\beta &= S_0(1 + \Omega_x^T l_{x\beta}^2 + \Omega_y^T l_{y\beta}^2 + \Omega_z^T l_{z\beta}^2) \\ S_\gamma &= S_0(1 + \Omega_x^T l_{x\gamma}^2 + \Omega_y^T l_{y\gamma}^2 + \Omega_z^T l_{z\gamma}^2) \\ &\Omega_x^T + \Omega_y^T + \Omega_z^T = 0 \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

## 4　有限元分析步骤

使用上述模型于地下工程的稳定分析时，其步骤分为[2, 12]开挖阶段、判定阶段、黏弹性阶段、黏塑性阶段。

### 4.1　开挖阶段

设在瞬间完成了当前开挖步，此时尚无黏性变形产生，从而总体平衡方程为

$$[K]_n\{\Delta\delta\}_n=\{\Delta F\}_n \tag{17}$$

式中：$[K]_n$、$\{\Delta\delta\}_n$、$\{\Delta F\}_n$依次为第$n$次开挖时的整体刚度矩阵、引起的位移增量和释放荷载增量。

然后有

$$\left.\begin{aligned}\{\Delta\sigma\}_n&=[D][B]\{\Delta\delta\}_n\\ [D]&=[L][D'][L]^{\mathrm{T}}\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

式中：$[B]$为几何矩阵；$\{\Delta\sigma\}_n$为应力增量矩阵。

将本次开挖引起的应力增量叠加到已有的总应力中去，可得

$$\{\sigma\}_n=\{\sigma\}_{n-1}+\{\Delta\sigma\}_n \tag{19}$$

式中：$\{\sigma\}_n$、$\{\sigma\}_{n-1}$分别第$n$次、第$n-1$次开挖后的总应力。

### 4.2　判定阶段

对于所有的单元，依次先将其在整体坐标系中的应力$\{\sigma\}$转换为局部坐标系中的应力$\{\sigma'\}$，而后将$\{\sigma'\}$代入屈服函数$F$并判断其量值：如果$F<0$，该单元属黏弹性阶段；若$F\geqslant 0$，则该单元处于黏塑性阶段。同时，为便于后续两阶段迭代过程的表述，将式（20）、（21）列于此处：

$$\{\Delta\varepsilon\}_j=[B]\{\Delta\delta\}_j \tag{20}$$

$$\{\sigma\}_j=\{\sigma\}_{j-1}+\{\Delta\sigma\}_j \tag{21}$$

式中：$j$ 对应于迭代的时步，其余符号含义在各阶段计算过程中予以说明。

### 4.3　黏弹性阶段

假设在时步$\Delta t=t_j-t_{j-1}$内，局部坐标系应力$\{\sigma'\}_{j-1}$保持为常数，求出该时步内的黏弹性应变增量$\{\Delta\varepsilon'_{\mathrm{ve}}\}_j$，将其转换到整体坐标系中得到$\{\Delta\varepsilon_{\mathrm{ve}}\}_j$，于是

$$\{\Delta F_{\mathrm{ve}}\}_j=\int_{\Omega}[B]^{\mathrm{T}}[D]\{\Delta\varepsilon_{\mathrm{ve}}\}_j\mathrm{d}\Omega \tag{22}$$

式中：$\{\Delta F_{\mathrm{ve}}\}_j$为在$\Delta t$时步内由于黏弹性应变所引起的附加节点力。

从而有

$$[K]_n\{\Delta\delta\}_j=\{\Delta F_{\mathrm{ve}}\}_j \tag{23}$$

式中：$\{\Delta\delta\}_j$为在$\Delta t$内所产生的总黏弹性位移。

将$\{\Delta\delta\}_j$代入式（20）可得由$\{\Delta F_{\mathrm{ve}}\}_j$产生的总坐标系下应变增量$\{\Delta\varepsilon\}_j$，$\{\Delta\varepsilon\}_j$与$\{\Delta\varepsilon_{\mathrm{ve}}\}_j$之差构成了$j$时步应力增量的表达式

$$\{\Delta\sigma\}_j=[D](\{\Delta\varepsilon\}_j-\{\Delta\varepsilon_{\mathrm{ve}}\}_j) \tag{24}$$

将式（24）代入式（21），便完成了黏弹性阶段一个时步的计算。在进行新的时步计算前，仍要进行屈服函数$F$值的判别。

### 4.4　黏塑性阶段

若在时刻$t_{j-1}$，求得某一单元的屈服函数$F\geqslant 0$，则表明该单元已经由黏弹性阶段进入黏塑性阶段了，故在$\Delta t$时步内，局部坐标系中有

$$\{\Delta\varepsilon'_{\mathrm{vp}}\}_j=\left\{\frac{\mathrm{d}\varepsilon'}{\mathrm{d}t_{\mathrm{vp}}}\right\}_{j-1}\Delta t \tag{25}$$

式中：$\{\Delta\varepsilon'_{\mathrm{vp}}\}_j$为黏塑性应变增量。

将局部坐标系中的$\{\Delta\varepsilon'_{\mathrm{vp}}\}_j$转换成整体坐标系中的$\{\Delta\varepsilon_{\mathrm{vp}}\}_j$，可得

$$\{\Delta F_{\mathrm{vp}}\}_j=\int_{\Omega}[B]^{\mathrm{T}}[D]\{\Delta\varepsilon_{\mathrm{vp}}\}_j\mathrm{d}\Omega \tag{26}$$

式中：$\{\Delta F_{\mathrm{vp}}\}_j$为在$\Delta t$时步内由于黏塑性应变所引起的附加节点力。

从而有

$$[K]_n\{\Delta\delta\}_j=\{\Delta F_{\mathrm{vp}}\}_j \tag{27}$$

式中：$\{\Delta\delta\}_j$为$\Delta t$内产生的总黏塑性位移。

将$\{\Delta\delta\}_j$代入式（20）可得由$\{\Delta F_{\mathrm{vp}}\}_j$产生的总坐标系下应变增量$\{\Delta\varepsilon\}_j$，$\{\Delta\varepsilon\}_j$与$\{\Delta\varepsilon_{\mathrm{vp}}\}_j$之差构成了$j$时步应力增量的表达式

$$\{\Delta\sigma\}_j=[D](\{\Delta\varepsilon\}_j-\{\Delta\varepsilon_{\mathrm{vp}}\}_j) \tag{28}$$

将式（28）代入式（21），便完成了黏塑性阶段一个时步的计算。

采用 Drucker-Prager 屈服准则时，对时步增量的限制如下

$$\Delta t\leqslant\frac{4\eta(1+\mu)F_0\sqrt{3J_2}}{3EF} \tag{29}$$

和

$$\Delta t\leqslant\frac{(1+\mu)(1-2\mu)\eta F_0}{E}\cdot\frac{(3-\sin\varphi)^2}{\frac{3}{4}(1-2\mu)(3-\sin\varphi)^2+6(1+\mu)\sin^2\varphi} \tag{30}$$

式中：$J_2$为偏应力第二不变量；$E$、$\mu$分别为弹性模量和泊松比。

在计算中时步 $\Delta t$ 取式（29）、（30）中的较小值。

## 5 算 例

设在 $xy$ 坐标面内有岩体计算域（$z$ 轴垂直于纸面），其尺寸为 50 m×50 m，其顶面为位移自由，而左、右侧面的水平方向及底面的垂直方向位移约束。域中将有一个10 m×10 m 的矩形坑道，全断面一次开挖成形，其洞室中心的埋深为 270 m。岩体中分别沿着与 $x$、$y$、$z$ 轴向正交的方向发育有 3 组裂隙 J1、J2、J3，其开度均为 1 cm，而各组裂隙的间距分别为 $S_1=10$ cm、$S_2=20$ cm、$S_3=30$ cm，强度降低带的宽度分别为 $B_{s1}=5$ cm、$B_{s2}=8$ cm 和 $B_{s3}=6$ cm。

岩体孔隙基质及 3 组裂隙的凝聚力和内摩擦角分别为 $c_R=1.1$ MPa，$\varphi_R=54.3°$；$c_1=0.15$ MPa，$\varphi_1=7.6°$；$c_2=0.34$ MPa，$\varphi_2=16.9°$；$c_3=0.4$ MPa，$\varphi_3=19.7°$。

取表征单元的体积为 1 m$^3$，令 $\Omega_i^c=\Omega_i^\varphi$（$i=x,y,z$），将岩体孔隙基质及 3 组裂隙的凝聚力、内摩擦角及方向余弦代入式（15）、（16），可求得 $c_0=0.8$ MPa，$\varphi_0=39.5°$，$\Omega_x^c=\Omega_x^\varphi=0.2$，$\Omega_y^c=\Omega_y^\phi=-0.1$，$\Omega_z^c=\Omega_z^\varphi=-0.1$。

定岩体为双重孔隙-裂隙介质，其力学特性可用西原流变模型来描述。岩体孔隙基质的参数为 $E_{R1}=3$ GPa，$E_{R2}=500$ MPa，$\eta_{R1}=1\,825$ MPa·d，$\eta_{R2}=2\,865$ MPa·d；而其裂隙介质的参数为 $k_{n1}=20$ GPa/m、$k_{s1}=10$ GPa/m，$k_{n2}=40$ GPa/m、$k_{s2}=20$ MPa/m 和 $k_{n3}=60$ GPa/m、$k_{s3}=30$ GPa/m，而取 $\eta_{J1}/L$ 和 $\eta_{J2}/L$ 均为 1 460 MPa·d/cm，并且在瞬弹、黏弹阶段 3 组裂隙的法向刚度和切向刚度保持不变。因此，可由式（2）求得双重孔隙-裂隙介质的流变参数 $E_{1i}$、$E_{2i}$、$\eta_{1i}$ 和 $\eta_{2i}$。设岩体的泊松比和重度分别为 $\mu=0.3$、$\gamma=26$ kN/m$^3$。

有限元网格中有 2 500 个四边形单元，2 601 个节点，见图 3。使用 Drucker-Prager 屈服准则，对双重介质和单一介质两种工况进行弹塑性分析，计算时间为 5 a，分别计算了围岩的位移、应力及塑性区。

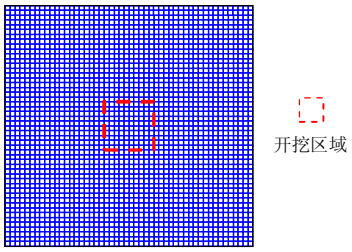
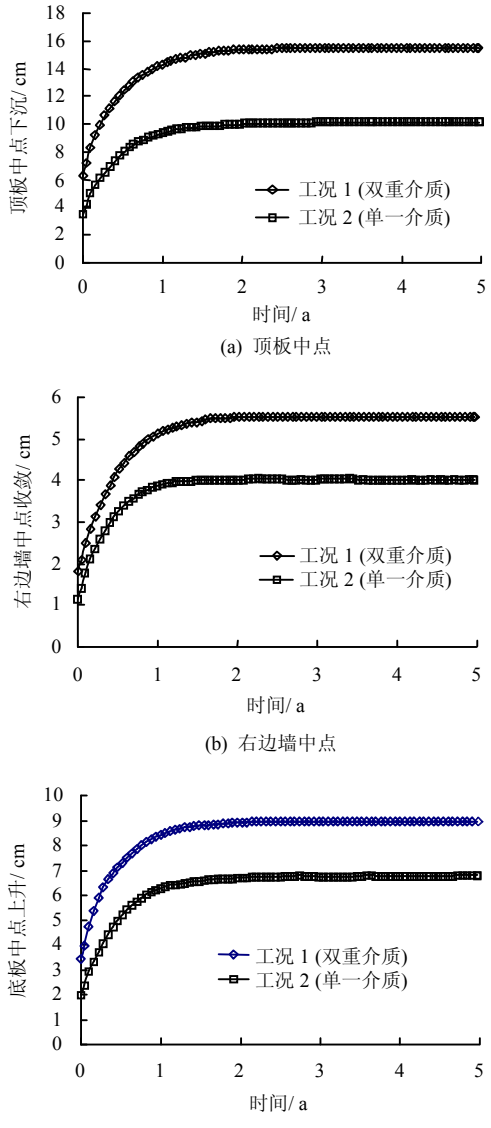



**图 3 有限元网格**

**Fig.3 Finite element meshes**

（1）围岩的位移

顶板中点、右墙中点、洞周底板中点的绝对位移值随时间的变化曲线见图 4，而计算终了时这 3 个特征点的位移值及围岩面上的位移矢量分布分别见表 1、图 5。




(a) 顶板中点

(b) 右边墙中点

(c) 底板中点

**图 4 位移-时间曲线**

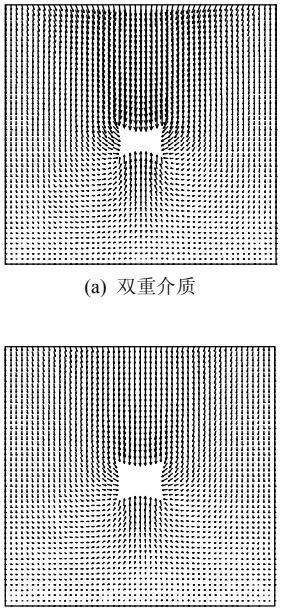
**Fig.4 Displacement vs. time curves**

**表 1 洞室周边 3 个特征点的若干计算值**

**Table 1 Some computation values at three special points on boundary of cavern**

| 工况 | 位置 | $x$ 轴向位移 $U_x$ / cm | $y$ 轴向位移 $U_y$ / cm | $\sigma_1$ / MPa | $\sigma_3$ / MPa | 塑性区面积 / m$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 双重介质 | 底板中点 | 0.00 | 8.950 0 | 0.45 | −1.44 | |
| | 右墙中点 | −4.53 | −3.180 0 | −1.32 | −9.62 | 198 |
| | 顶板中点 | 0.00 | −15.450 0 | 0.76 | −0.82 | |
| 单一介质 | 底板中点 | 0.00 | 6.800 0 | 0.94 | −0.46 | |
| | 右墙中点 | −3.60 | −1.782 2 | −1.50 | −8.51 | 172 |
| | 顶板中点 | 0.00 | −10.080 0 | 0.83 | 0.03 | |

注：水平位移向右为正，垂直位移向上为正；负的正应力为压性。



(a) 双重介质

(b) 单一介质

**图 5　岩体中位移矢量**

**Fig.5　Displacement vectograms in rock mass**

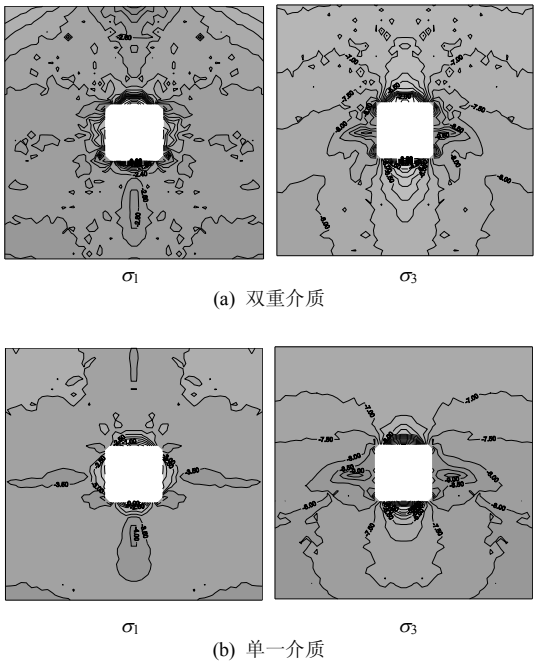
从图表中看到，在开初的约 1 a 时间内洞周位移增长较快，之后其发展趋缓；相对于完整的单一介质而言，由于双重介质中考虑了裂隙组的影响，其围岩位移的量值有明显增大，其方向亦发生一定变化。计算终了时，双重介质洞周 3 个特征点的绝对位移值在单一介质的基础上分别提高了 31.6%（底板中点）、37.6%（右墙中点）和 53.3%（顶板中点）。

（2）围岩中的应力

计算终了时双重介质和单一介质两种工况的围岩中主应力分布见图 6，其中洞周 3 个特征点的主应力值也见表 1。从中看到，与完整的单一介质相比，因双重介质中考虑了裂隙组的影响，其围岩中主应力的量值及分布同样产生明显的变化，特别是最大主应力 $\sigma_1$ 和最小主应力 $\sigma_3$ 的差值变大，这增加了围岩破坏的可能性（因应力圆的直径变大使其更容易与强度包络线相切）。

（3）围岩中的塑性区

计算终了时双重介质和单一介质两种工况的围岩中塑性区的分布及面积分别见图 7 与表 1。从中看到，相比于完整的单一介质，双重介质中赋存了水平与垂直分布的两组裂隙，其降低了完整岩体的强度，使得围岩中塑性区的面积亦有着一定的增加（但两种工况的塑性区的形状相似，其原因在于裂隙组关于 *xyz* 坐标系对称分布）。计算终了时，双重介质洞周的塑性区面积在单一介质的基础上增加了 15.16%。



$\sigma_1$　　$\sigma_3$

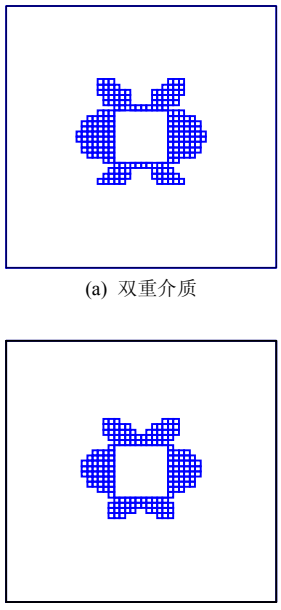
(a) 双重介质

$\sigma_1$　　$\sigma_3$

(b) 单一介质

**图 6　岩体中主应力等值线图（单位: MPa）**

**Fig.6　Principal stress contour maps in rock mass (unit: MPa)**



(a) 双重介质

(b) 单一介质

**图 7　岩体中塑性区**

**Fig.7　Plastic zones in rock mass**

## 6　结　论

（1）本文将遍有节理岩体看作双重孔隙-裂隙介质，认为其流变特性符合西原模型，基于模型的瞬弹、黏弹及黏塑性元件由岩块和节理共同构成这一观点，给出了双重孔隙-裂隙介质的流变、强度参数的确定方法，建立了瞬弹-黏弹-黏塑性平面有限元求解格式和研制了相应的计算程序。

（2）针对一个矩形地下洞室的两种工况：赋存二组正交裂隙的围岩以及完整围岩，通过数值分析对比了围岩中的位移、应力及塑性区。结果表明：相比于单一介质的情况，双重介质中因两组节理数的存在，岩体被切割而破碎，其变形模量、凝聚力和内摩擦角减小，故洞室围岩中随时发展的位移和塑性区有明显的增长；两种工况的围岩应力分布亦存在较大的不同，特别是双重介质围岩中最大主应力$\sigma_1$和最小主应力$\sigma_3$的差值较大，因此，提高了围岩破坏的可能性。

（3）通过对矩形地下洞室底板、右墙、顶板 3 个特征点（均为中点）的位移-时间曲线分析，可以发现岩体变形集中在开挖后约 1 a 时间，之后发展趋势平缓，采用西原模型的新方法可以较好地模拟具有黏塑性流变特征的岩土介质力学行为。

## 参 考 文 献


[1] OWEN D, HINTON E. Finite element in plasticity: Theory and practice[M]. Swansea, U. K.: Pineridge Press Limited, 1980.

[2] 孙钧, 汪炳鑑. 地下结构有限元法解析[M]. 上海: 同济大学出版社, 1988.
SUN Jun, WANG Bing-jian. Finite element analysis of underground structure[M]. Shanghai: Tongji University Press, 1988.

[3] 朱伯芳. 有限单元法原理与应用[M]. 第3版. 北京: 水利水电出版社, 2009.
ZHU Bo-fang. The finite element method theory and applications[M]. Third edition. Beijing: Water Resources and Electric Power Press, 2009.

[4] 孙钧, 张德兴, 张玉生. 深层隧洞围岩的黏弹——黏塑性有限元分析[J]. 同济大学学报, 1981, (1): 15－22.
SUN Jun, ZHANG De-xing, ZHANG Yu-sheng. Visco-elastic and visco-plastic analysis of rock stratum around deep-seated tunnel opening[J]. **Journal of Tongji University**, 1981, (1): 15－22.

[5] 孙钧, 张玉生. 大断面地下结构黏弹塑性有限元解析[J]. 同济大学学报, 1983, (2): 10－25.
SUN Jun, ZHANG Yu-sheng. Visco-elastic plastic finite element analysis of underground structures with large cross-section[J]. **Journal of Tongji University**, 1983, (2): 10－25.

[6] 孙钧, 张德兴, 李成江. 渗水膨胀黏弹塑性围岩压力隧洞的耦合蠕变效应[J]. 同济大学学报, 1984, (2): 1－13.
SUN Jun, ZHANG De-xing, LI Cheng-jiang. The coupled-creep effect of pressure tunnels interacted with its water-osmotic swelling viscous elasto-plastic surrounding rocks[J]. **Journal of Tongji University**, 1984, (2): 1－13.

[7] 吴创周, 石振明, 付昱凯, 等. 绿片岩各向异性蠕变特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(3): 493－499.
WU Chuang-zhou, SHI Zhen-ming, FU Yu-kai, et al. Experimental investigations on structural anisotropy on creep of greenschist[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2014, 33(3): 493－499.

[8] 潘鹏志, 冯夏庭, 申林方, 等. 裂隙花岗岩各向异性蠕变特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(1): 36－44.
PAN Peng-zhi, FENG Xia-ting, SHEN Lin-fang, et al. Study of anisotropic creep behavior of fractured granite[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2011, 30(1): 36－44.

[9] 熊良宵, 杨林德. 互层状岩体的黏弹性流变模型及数值分析[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2010, 38(9): 1281－1286.
XIONG Liang-xiao, YANG Lin-de. Viscoelastic rheological model for interlayered rock mass and its numerical analysis[J]. **Journal of Tongji University (Natural Science)**, 2010, 38(9): 1281－1286.

[10] 贾欣媛. 层状软岩流变参数各向异性特征及其对隧洞围岩稳定性的影响研究[D]. 成都: 成都理工大学, 2011.
JIA Xin-yuan. Layered soft rock rheological parameters of the anisotropic properties and the effect on the stability of the tunnel surrounding rock[D]. Chengdu: Chengdu University of Technology, 2011.

[11] 张玉军, 刘谊平. 正交各向异性岩体中地下洞室稳定的黏弹-黏塑性三维有限元分析[J]. 岩土力学, 2002, 23(3): 278－283.
ZHANG Yu-jun, LIU Yi-ping. 3D viscoelastic-viscoplastic FEM analysis for stability of underground opening in orthotropic rock mass[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2002, 23(3): 278－283.

[12] 张玉军, 琚晓冬. 双重孔隙-裂隙岩体中地下洞室稳定性的瞬弹-黏弹-黏塑性二维有限元分析[J]. 中国科学: 技术科学, 2016, 46(3): 276－285.
ZHANG Yu-jun, JU Xiao-dong. 2D transient elastic-viscoelastic-viscoplastic FEM analyses for stability of underground cavern located in dual-pore-fracture rock mass[J]. **Science China, Technological Sciences**, 2016, 46(3): 276－285.

[13] 张玉军, 杨朝帅, 琚晓冬. 一种确定双重孔隙介质凝聚力与内摩擦角的方法及其有限元分析[J]. 中国科学: 技术科学, 2014, 44(2): 182－188.
ZHANG Yu-jun, YANG Chao-shuai, JU Xiao-dong. A method for determining cohesion and internal friction angle of dual-pore-fracture medium and the relative FEM analyses[J]. **Science China, Technological Sciences**, 2014, 44(2): 182－188.

[14] PIETRUSZCZAK S, MROZ Z. Formulation of anisotropic failure criteria incorporating a microstructure tensor[J]. **Computers and Geotechnics**, 2000, 26(2): 105－112.

[15] PIETRUSZCZAK S, MROZ Z. On failure criteria for anisotropic cohesive-frictional materials[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2001, 25(3): 509－524.

[16] 周维垣. 高等岩石力学[M]. 北京: 水利电力出版社, 1990.
ZHOU Wei-yuan. Advanced rock mechanics[M]. Beijing: Water Resources and Electric Power Press, 1990.

[17] PIETRUSZCZAK S, LYDZBA D, SHAO J F. Modeling of inherent anisotropy in sedimentary rocks[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 2002, 39(3): 637－648.

[18] XU Wei-ya, ZHANG Jiu-chang, WANG Ru-bin, et al. An elasto-plastic model and its return mapping scheme for anisotropic rocks[C]//Constitutive Modeling of Geomaterials. Germany: Springer Berlin Heidelberg, 2013: 371－380.

[19] LADE P. Modeling failure in cross-anisotropic frictional materials[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 2007, 44(16): 5146－5162.

**上接第 600 页**

[12] PATERA A T. A spectral element method for fluid dynamics: Laminar flow in a channel expansion[J]. **Journal of Computational Physics,** 1984, 54(3): 468－488.

[13] 林伟军. 弹性波传播模拟的 Chebyshev 谱元法[J]. 声学学报, 2007, 32(6): 525－533.
LIN Wei-jun. A Chebyshev spectral element method for elastic wave modeling[J]. **Acta Acoustica**, 2007, 32(6): 525－533.

[14] 王志良, 韩清宇. 黏弹塑性土层地震反应的波动分析法[J]. 地震工程与工程振动, 1981, 1(1): 117－137.
WANG Zhi-liang, HAN Qing-yu. Analysis of wave propagation for the site seismic response using the visco-elastoplastic model[J]. **Earthquake Engineering and Engineering Vibration**, 1981, 1(1): 117－137.

[15] De Basabe Delgado J D. High-order finite element methods for seismic wave propagation[D]. Austin, Texas: The University of Texas at Austin, 2009.

[16] PRIOLO E, SERIANI G. A numerical investigation of Chebyshev spectral element method for acoustic wave propagation[C]//Proceedings of the 13th IMACS Conference on Comparative Applied Mathematics. Dublin, Ireland: IMACS, 1991: 551－556.

[17] KOMATITSCH D, VILOTTE J P. The spectral element method: An efficient tool to simulate the seismic response of 2D and 3D geological structures[J]. **Bulletin of the Seismological Society of America**, 1998, 88(2): 368－392.

[18] 齐文浩, 薄景山, 刘德东, 等. 强震记录对三个土层地震反应分析程序的检验[J]. 地震工程与工程振动, 2005, 25(5): 30－33.
QI Wen-hao, BO Jing-shan, LIU De-dong, et al. A test for three programs of soil layer seismic response analysis by strong earthquake record[J]. **Earthquake Engineering and Engineering Vibration**, 2005, 25(5): 30－33.

收稿日期：2015-04-23
基金项目：国家重点基础研究发展计划（973计划）（No. 2010CB732101）；国家自然科学基金（No. 51379201）。
This work was supported by the National Program on Key Basic Research Project of China (973 Program) (2010CB732101) and the National Natural Science Foundation of China (51379201).
第一作者简介：符贵军，男，1988年生，博士研究生，主要从事岩体力学与边坡工程方面的研究工作。E-mail: fgj_225@sina.com
通讯作者：张玉军，男，1956年生，博士，研究员，主要从事岩石力学与工程方面的研究工作。E-mail：yjzhang@whrsm.ac.cn