

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.04.014

# 深部巷道围岩分区破裂的非线性连续相变模型研究

陈昊祥<sup>1</sup>, 戚承志<sup>1</sup>, 李凯锐<sup>2</sup>, 徐琛<sup>3</sup>, 刘天添<sup>1</sup>

(1. 北京建筑大学 北京市工程结构与新材料工程研究中心, 北京 100044; 2. 中国人民解放军理工大学, 江苏 南京 210007;  
3. 北京城建设计发展集团股份有限公司, 北京 100044)

**摘 要:** 深部巷道围岩中会形成分区破裂现象。围岩分区破裂的形成过程可以看作是围岩内部结构的连续相变过程, 因此, 连续相变模型可以描述分区破裂的主要特征。基于文献[15—16]中利用连续相变理论, 结合经典弹塑性理论建立了围岩分区破裂的非线性相变模型。运用相平面分析法研究了非线性连续相变模型方程的解的性质, 得到了非线性解的 3 种形式。用数值方法求解了非线性连续相变模型方程, 并与线性相变模型的解进行了比较, 展示了非线性模型能够更好地描述围岩变形的空间分布。最后分析了非线性模型方程中各系数对方程解的影响及其物理意义, 其研究结果对于应用非线性连续相变模型模拟分区破裂具有指导意义。

**关 键 词:** 深部围岩; 分区破裂; 梯度; 连续相变; 非线性

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

文章编号: 1000—7598 (2017)04—1032—09

## Nonlinear continuous phase transition model for zonal disintegration of rock masses around deep tunnels

CHEN Hao-xiang<sup>1</sup>, QI Cheng-zhi<sup>1</sup>, LI Kai-rui<sup>2</sup>, XU Chen<sup>3</sup>, LIU Tian-tian<sup>1</sup>

(1. Beijing High Institution Research Center for Engineering Structure and New Material, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing 100044, China; 2. PLA University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210007, China;  
3. Beijing Urban Construction Design & Development Group Co., Limited, Beijing 100044, China)

**Abstract:** The phenomenon of zonal disintegration may occur in rock mass of deep tunnels. The zonal disintegration can be regarded as a continuous phase transition process of internal structure of rock mass near deep tunnels, and thus the continuous phase transition model is used to describe the main features of zonal disintegration. In this study, a nonlinear continuous phase transition model is developed for zonal disintegration based on the continuous phase transition theory presented in references [15–16], and classical elasticity-plasticity theories. By using the phase plane analysis method, the characteristics of solutions of the nonlinear continuous phase transition model are studied and three different types of solution are obtained. Numerical methods are applied to solve the nonlinear governing equation of the model, and results are compared with those of the linear model. Numerical results indicate that the spatial distribution of deformation of rock masses is represented well by the nonlinear model. For instance, nonlinear solutions can be used to simulate the variation of the distance between two adjacent fractured zones in the radial direction and the occurrence of inner rock burst. At last, the effects of coefficients on the solutions are given and its physical mechanism is clarified by using the elastic foundation string theory. The developed nonlinear continuous phase transition model can be served as a guidance to investigate zonal disintegration near deep tunnels.

**Keywords:** deep rock mass; zonal disintegration; gradient; continuous phase transition; nonlinear

收稿日期: 2015-04-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 51174012, No. 51478027); 北京市属高等学校创新团队建设与教师职业发展计划项目(No. IDHT20130512); 国家重点基础研究发展计划(973)项目(No. 2015CB0578005)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51174012, 51478027), the Project of Construction of Innovative Teams and Teacher Career Development for Universities and Colleges Under Beijing Municipality (IDHT20130512) and the National Program on Key Basic Research Project of China (973 Program) (2015CB0578005).

第一作者简介: 陈昊祥, 男, 1992年生, 硕士研究生, 主要从事结构抗震、岩土力学方面的研究工作。E-mail: 504924752@qq.com

通讯作者: 戚承志, 男, 1965年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事结构抗震、岩土力学等方面的研究工作。E-mail: qichengzhi65@163.com

## 1 引言

自20世纪80年代俄罗斯学者首先发现深部隧道围岩分区破裂现象以来,国内外许多学者进行了一系列的研究,在围岩分区破裂形成机制方面取得了一系列的研究成果。如 Shemyakin 等<sup>[1-3]</sup>从岩石的受力角度,认为破裂区的形成是因为岩体在较大的环向压力作用下,沿最大主压力方向岩体产生了劈裂而引起的。Chanyshhev<sup>[4]</sup>运用弹塑性理论,考虑了体积的弹性任意压缩性与软化的任意性,得到了方程的特征线,发现一组特征线将重复巷道的形状,认为这就是围岩的分区破裂现象。Odintsev<sup>[5]</sup>从地质结构的角度出发,认为岩体在变形过程中,达到不稳定状态时,将发生动力破坏,并形成新的稳定结构,此结构在之后一定的加载范围内保持稳定,如此重复便形成了分区破裂现象。顾金才等<sup>[6]</sup>认为,深部围岩分区破裂现象的产生需要满足一定的条件:一是需要较大的巷道轴向压力;二是储存在围岩中的能量突然释放,产生卸载波,使得围岩受拉破坏。基于上述认识,他们通过试验再现了围岩分区破裂现象的主要特征。张强勇等<sup>[7]</sup>选用铁晶砂胶结新型岩土相似材料,再现了巷道围岩破裂区与非破裂区交替出现的规律。证明了顾金才等<sup>[6]</sup>认为的分区破裂现象的出现需要较大的轴向压力这一观点。戚承志等<sup>[8-10]</sup>考虑到材料进入塑性阶段后,内部出现显著的能量耗散和自我组织现象,岩体粒子之间的长程相互作用明显。因此,在岩体模型中加入了等效塑性应变梯度项,求得理想脆性模型支配方程的解,该解能很好地描述围岩分区破裂现象。周小平等<sup>[11]</sup>将深部巷道的开挖过程看作是动力问题,运动方程运用位移势函数表示,确定了破裂区与非破裂区的数量和间距。经典的弹性理论能很好地描述材料屈服之前的力学行为。当材料由弹性阶段进入塑性阶段后,材料将产生永久的塑性变形,并伴随着能量的耗散,出现自我组织现象,形成了耗散结构。经典的塑性力学不能精确地描述材料屈服以后的力学行为,需借助物理学的有关理论进行描述。陈登红等<sup>[12]</sup>采用真三轴相似模拟方法再现了“径向应变拉压交替分布”的现象,并采用 FLAC<sup>3D</sup> 的应变变化模型进行了模拟。

物理学中, Landau 的二级相变理论<sup>[13]</sup>能够准确地描述超导、超流等问题, Abrikosov<sup>[14]</sup>利用二级相变理论研究了超导中的周期性的钉扎结构现象。试验证明,岩石受力变形的过程可以看作多阶段渐近相变。戚承志等<sup>[15-16]</sup>结合连续相变理论,建立了深

部围岩破裂的连续相变模型。推导了围岩控制方程,并求解了线性控制方程,得到了深部巷道围岩分区破裂的线性演化解,能很好地描述深部巷道围岩稳定分区破裂演化过程的主要特征。但线性演化解存在一些不足,如线性演化解求得的围岩分区破裂周期固定,即相邻破裂区之间的距离相等,而实际监测的相邻破裂区之间的距离应该是逐渐增大的。同时文献<sup>[15-16]</sup>中对于解的性质没有研究,对于序参量非线性展开项系数对解的影响没有研究。因此,为了能更好地描述围岩的分区破裂现象,需要研究围岩力学行为的非线性控制方程。本文在戚承志等<sup>[15-16]</sup>研究的基础上,运用相平面法分析了非线性控制方程解的性质,运用数值方法求解了稳态的非线性控制方程并与线性解析解进行比较。讨论了数值计算的步长和方程系数敏感性,最后分析了方程系数对模型影响的物理机制,对于应用非线性连续相变模型模拟分区破裂具有指导意义。

## 2 相变模型建立

一般情况下岩石的剪切应力和体积应变对于剪切变形的依赖关系如图1所示,图中岩石的本构关系选用纯剪条件下经典的 $T$ 、 $\theta$ 、 $\gamma_c$ 之间的关系曲线<sup>[17]</sup>,其中  $\gamma = \varepsilon_1 - \varepsilon_3$ 。

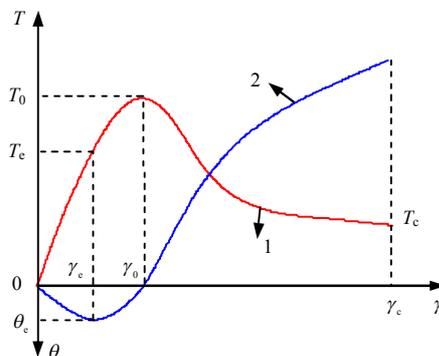


图1 岩石应力-应变变形曲线<sup>[17]</sup>

Fig.1 Curves of stress-strain deformation of rock<sup>[17]</sup>

图2所示为岩石试样加载时裂纹形成与扩张过程<sup>[17]</sup>。图中纵坐标  $N/N_{\max}$  表示岩石试样当前状态下裂纹数量与破坏时最大裂纹数量之比。图示裂纹的动力扩张过程具有渐进相变的特点,可以看作是多阶段渐进相变。

在描述岩石的不可逆变形规律时,可以引入下列的无量纲变形参数:

$$\psi = \frac{\gamma - \gamma_c}{\gamma_c - \gamma_e} \quad (1)$$

式中： $\gamma_c$  为剪应变弹性极限； $\gamma_c$  为剪应变破坏极限； $\gamma$  为任意时刻的剪应变。

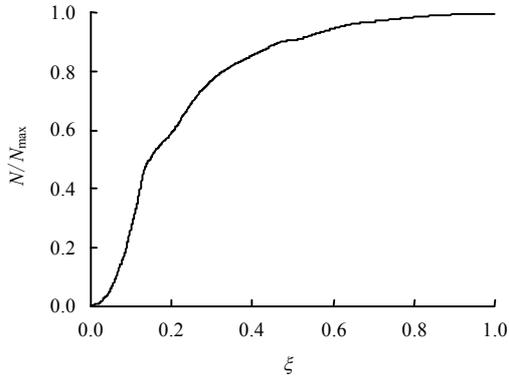


图 2 岩石微裂纹形成与变形之间的关系( $\xi=\gamma/\gamma_c$ )<sup>[17]</sup>  
 Fig.2 Cracking-deformation dependence of rock ( $\xi=\gamma/\gamma_c$ )<sup>[17]</sup>

岩体开始产生塑性变形后，形成耗散结构，出现协同效应。此时，介质的粒子之间产生了显著长程相互作用。可以类似于 Ginzburg-Landau 展开式<sup>[18]</sup>，在式中加入势能  $H$  的梯度项后，可得

$$H = -\frac{1}{2}V_2\psi^2 + \frac{1}{4}V_4\psi^4 + \frac{1}{6}V_6\psi^6 + \frac{1}{2}C(\nabla\psi)^2 \quad (2)$$

式中： $C$  为系数，且  $C>0$ 。

于是可得，整个体积  $\Omega$  中的势能为

$$\Phi = \int_{\Omega} \left[ -\frac{1}{2}V_2\psi^2 + \frac{1}{4}V_4\psi^4 + \frac{1}{6}V_6\psi^6 + \frac{1}{2}C(\nabla\psi)^2 \right] d\Omega \quad (3)$$

最终可得到下列方程<sup>[15-16]</sup>：

$$\frac{\delta\psi}{\delta t} = -\Gamma \frac{\delta\Phi}{\delta\psi} = -\Gamma [-V_2\psi + V_4\psi^3 + V_6\psi^5 - \nabla(C\nabla\psi)] \quad (4)$$

式中： $\Gamma$  为动力系数，且  $\Gamma>0$ 。

边界条件为

$$(\nabla\psi) \cdot \vec{n}|_{r=a} = 0 \quad (5)$$

对于圆形洞室，在应力、应变状态为轴对称时，式 (4) 可化为

$$\frac{\delta\psi}{\delta t} = \Gamma \left[ C \left( \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{\partial\psi}{r\partial r} \right) + V_2\psi - V_4\psi^3 - V_6\psi^5 \right] \quad (6)$$

式 (6) 是一个热传导类型的方程， $V_2\psi - V_4\psi^3 - V_6\psi^5$  为热传导方程的源项。其中系数  $V_2$ 、 $V_4$ 、 $V_6$  的物理意义为外场强度。岩体的损伤程度与发生的不可逆变形成正比，宏观上表现为裂纹的密度。所以选择表征裂纹密度的无量纲参数  $K$  来描述介质状态。参数  $K$  为裂纹间的平均距离  $d$  与裂纹的平均长度  $h$  之比，表达式为

$$K = d/h \quad (7)$$

研究表明， $K$  很大时，裂纹间不相互作用，当  $K$  接近  $K_{cr}=3\sim 5$  时，材料进入快速破坏阶段。 $K_{cr}$  的取值对材料性质的依赖性很弱，该准则被称为材料破坏的密度准则<sup>[19]</sup>。当  $K=K_*=\pi=3.14$  时 ( $K_*$  为材料进入破坏阶段的临界值)，岩体应力达到最大值，进入快速破坏阶段；当  $K=K_c=1$  时，岩体进入到完全破坏阶段，应力水平达到残余强度。式 (6) 可以改写为

$$\frac{\delta\psi}{\delta t} = \Gamma \left[ \nabla(C\nabla\psi) - A \left( 1 - \frac{K}{K_*} \right) \psi - V_4\psi^3 - B \left( 1 - \frac{K}{K_c} \right) \psi^5 \right] \quad (8)$$

实际上， $K$  值依赖于岩石的变形，亦即本文的序参量。但此处为了降低方程的阶数，简化分析，易于讨论，此处把参数  $K$  看作是独立参数。考虑到  $K$  值对于岩石变形序参量的依赖性的方程将在以后研究。

### 3 方程解的性质

岩体的力学行为可以通过研究下列方程解的相曲线得到：

$$A \left( 1 - \frac{K}{K_*} \right) \psi + V_4\psi^3 + B \left( 1 - \frac{K}{K_c} \right) \psi^5 - \nabla(C\nabla\psi) = 0 \quad (9)$$

位能函数为

$$U(\psi) = -\int_0^\psi A \left( 1 - \frac{K}{K_*} \right) \psi + V_4\psi^3 + B \left( 1 - \frac{K}{K_c} \right) \psi^5 d\psi = -\frac{A}{2} \left( 1 - \frac{K}{K_*} \right) \psi^2 - \frac{V_4}{4} \psi^4 - \frac{B}{6} \left( 1 - \frac{K}{K_c} \right) \psi^6 \quad (10)$$

当  $K>K_*$  时，式 (10) 的位能、相平面图及解的形式如图 3 所示。材料此时为线弹性阶段，力学性能稳定变化。控制方程为椭圆型微分方程，方程的解具有空间周期性和弱的波动性。这种情况对应空间稳定的分区破裂现象。

当  $K_c < K < K_*$  时，分析图 4(a)、4(b) 位能、相曲线图可知，如果选择适当的初始条件 (相曲线  $S$  上对应的点) 方程的周期性解转化为自洽孤波解  $\psi = \psi(r-vt)$ ，其中  $v$ 、 $t$  分别为孤波的传播速度和时间，此时解的形式对应于形变波，应变将以波阵面的形式向围岩内部传播。孤波解可以准确地描述径向变形增量变号现象。

当  $K < K_c$  时，方程的解会出现新的形式，如图

5 所示。材料进入快速破坏阶段，也称为激化状态，此时缺陷会爆炸式的产生，微裂纹快速产生、发展、

贯通，形成宏观的断裂面。深部巷道围岩中缺陷爆炸式的产生可能形成岩爆。

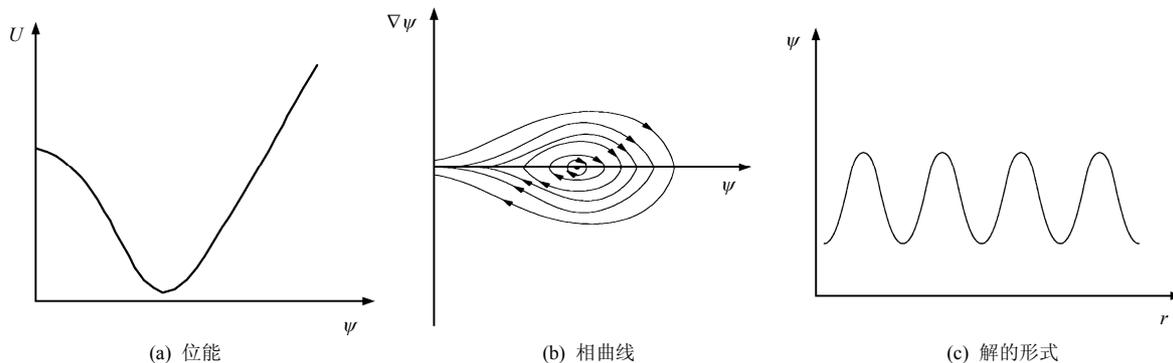


图 3 当  $K > K_*$  时，位能、相曲线及其对应解的形式  
Fig.3 Potential energy, phase curve and form of solution when  $K > K_*$

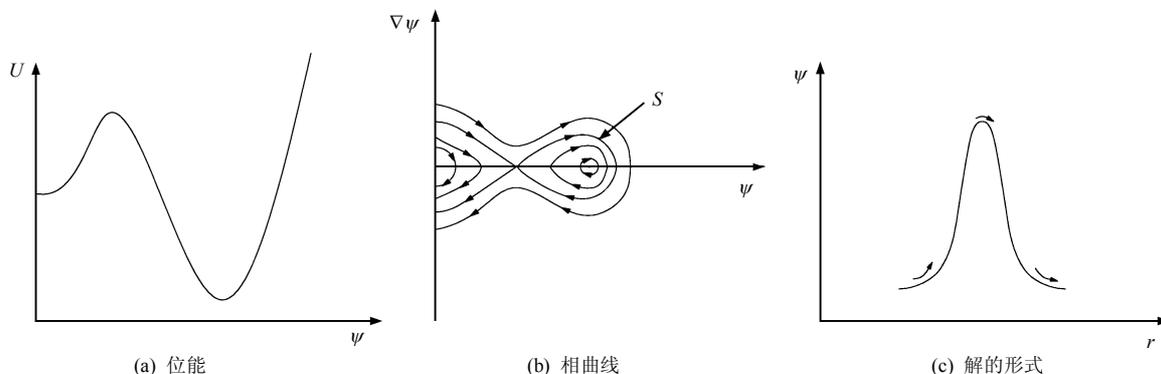


图 4 当  $K_c < K < K_*$  时，位能、相曲线及其对应的解的形式  
Fig.4 Potential energy, phase curve and form of solution when  $K_c < K < K_*$

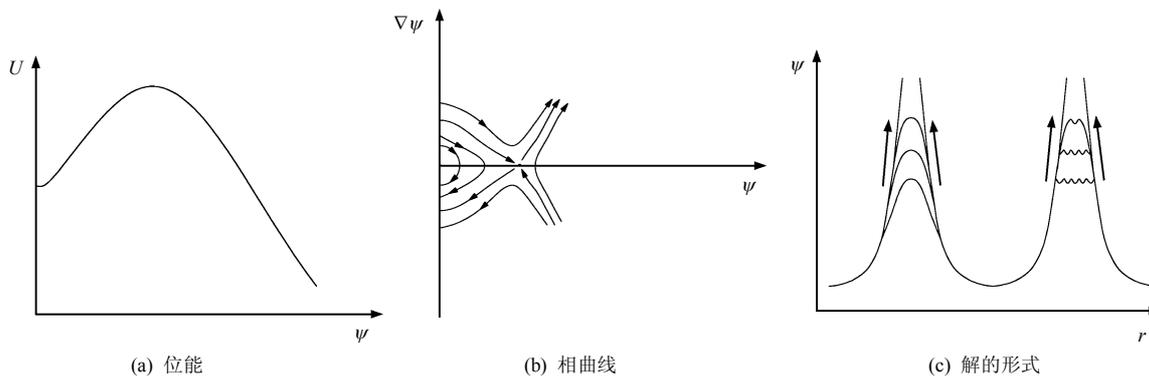


图 5 当  $K < K_c$  时，位能、相曲线及其对应的解的形式  
Fig.5 Potential energy, phase curve and form of solution when  $K < K_c$

### 4 线性方程的解析解

式 (6) 中的非线性偏微分方程其解析解很难求得，如果忽略了高阶项，式 (6) 可化简为线性方程，表达式为

$$\frac{\delta \psi}{\delta t} = K \left[ C \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial \psi}{r \partial r} \right) + V_2 \psi \right] \quad (11)$$

式 (11) 又可以化简为

$$\lambda \frac{\delta \psi}{\delta t} = \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial \psi}{r \partial r} \right) + D^2 \psi \quad (12)$$

式中： $\lambda = 1/KC$ ， $D^2 = V_2/C$ 。对于  $\frac{d\psi}{dt} = \eta \frac{e^{-t/t_0}}{r^2}$ ，戚承志等<sup>[15-16]</sup>求得了式 (12) 的解析解：

$$\psi = [N_0(Dr)J_1(Dr) - J_0(Dr)N_1(Dr)] \cdot \frac{\pi}{2} Dr \cdot (-0.046)e^{-t/t_0} + 1.862[J_0(Dr) - 0.705N_0(Dr)] \cdot [1 - 0.937e^{-t/t_0}] \quad (13)$$

式中： $Dr_0 = 3.2$ ， $D = 3.2/r_0$ ， $r_0$ 为圆形洞室的半径。

当隧道开挖半径  $r_0 = 5$  m，时间  $t$  趋于  $\infty$  时，围岩趋于稳定。设隧道壁处达到破坏状态，即  $\psi = 1$  时由式 (13) 得图 6 所示  $\psi$  绝对值沿着径向的分布曲线。

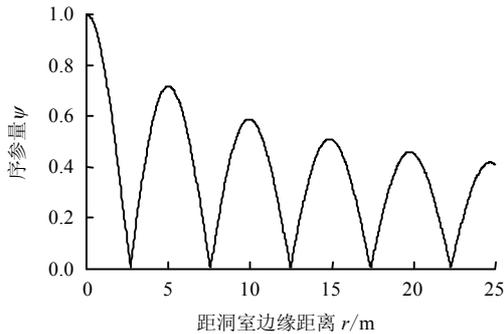


图 6 由线性方程得到的围岩稳态变形模式  
Fig.6 Stationary deformation pattern of surrounding tunnel rock based on the linear equation

由图可以看出， $t$  趋于  $\infty$  时，序参量沿洞室径向表现出很明显的波动性和周期性，且波峰幅值沿径向向衰减。破坏区之间的区域破坏非常小，这也与实测和试验结果吻合。线性解析解能够很好地描述围岩稳定的分区破裂现象，但仍存在不足之处。仔细观察可以发现，图中波峰之间的间隔为固定值，即空间周期固定。对比实际的检测数据可以发现，围岩的分区破裂表现出较为明显的准周期性，破裂的间距沿径向逐渐增大。在解释这个问题上线性解表现出了局限性，这是因为线性方程忽略了高阶项对方程的影响。为了能够更好地描述围岩的分区破裂就需要求解非线性偏微分方程。

### 5 非线性方程的数值解

当围岩进入到稳定状态时，即  $d\psi/dt = 0$  时，式 (8) 可改写为

$$\left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial \psi}{r \partial r} \right) + a\psi + b\psi^3 + c\psi^5 = 0 \quad (14)$$

式中： $a = V_2/(KC)$ ， $b = -V_4/(KC)$ ， $c = -V_6/(KC)$ 。

式 (14) 的解析解很难求得，所以本文借助数值解法研究其解的性质。下面利用有限差分法和 Matlab 软件求解。由实测资料可知，围岩分区破裂的第 1 破裂区大致出现在距离洞室边缘一倍半径处。对比实测数据，经过试算调整，参数选取如下：隧道半径  $r_0 = 5$  m，方程系数  $a = 0.4096$  (根据戚承

志等<sup>[15-16]</sup>线性解确定) 分别取下列 3 组：①  $a = 0.4096$ ， $b = -1.6$ ， $c = 2.4$ ；②  $a = 0.4096$ ， $b = -1.0$ ， $c = 1.5$ ；③  $a = 0.4096$ ， $b = -2.0$ ， $c = 3.0$ 。差分法计算时，空间步长  $h = 0.025$  m。参数取值时为了能够更直观地了解非线性项对方程解的影响，保持线性项系数  $a$  不变，调整非线性系数  $b$ 、 $c$  可得图 7 所示 3 组非线性解。

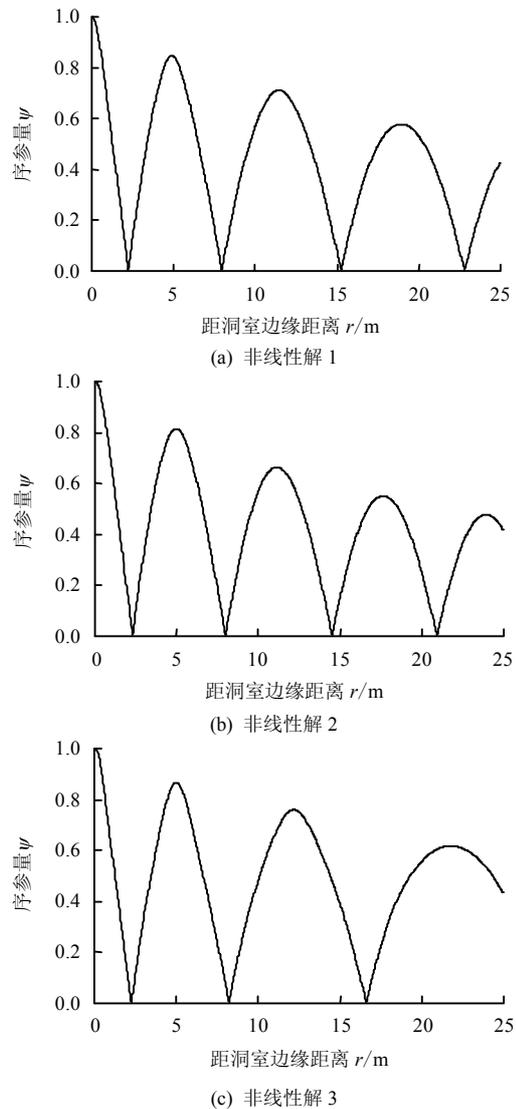


图 7 由非线性方程得到的岩体稳态变形  
Fig.7 Stable formations of rock obtained by the non-linear equation

比较线性解和图 7 中的非线性解可以发现，由于非线性项的引入，解的部分性质发生变化。表现出了明显的准周期性，解的幅值大小、衰减的速度以及相邻幅值的间距也都发生明显变化等。非线性项控制着解的准周期性，并对解的幅值以及衰减速度具有显著影响。非线性解的准周期性主要表现为周期沿径向增大，与此对应的是破裂区间距沿半径方向逐渐增大。这与实际情况更加符合，能够更加

准确地描述围岩的分区破裂现象，弥补了线性解的不足。

数值计算中步长选取对计算结果的稳定性、准确性和计算的速度等影响很大。下面将讨论方程的步长敏感性。为了简化研究，本文仅对  $a=0.4096$ ,  $b=-1.6$ ,  $c=2.4$  这组参数所求得解进行下列讨论。

取 3 组不同的计算步长，即  $h$  分别为 0.25、0.025、0.0025 m。如图 8 所示，3 组步长计算结果均稳定，满足稳定性要求。比较结果可知， $h=0.25$  m 的曲线与其他两条曲线存在较为明显的差别，其准确性较差； $h$  为 0.025、0.0025 m，两曲线吻合程度很高，说明两曲线都收敛于真实值，具有很好的准确性。有考虑到收敛速度，本文选取  $h=0.025$  m。

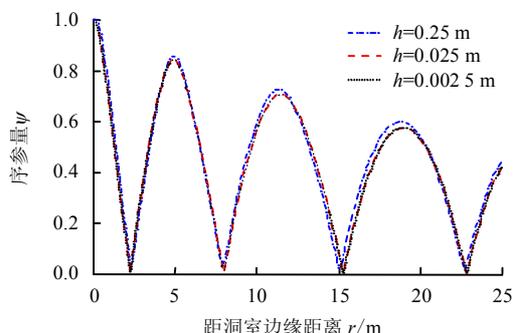


图 8 不同计算步长下方程的解  
Fig.8 Solutions of different spatial steps

3 个系数  $a$ 、 $b$ 、 $c$  对方程解的影响显著，下面就系数敏感性进行分析。为了能够直观地得到各个系数对方程解的影响，这里每次仅考虑一个系数。

首先讨论一次项（即线性项）系数  $a$ ，此时系数  $b$ 、 $c$  取值 0。本文选取了 4 个不同的  $a$  值为 0.2、0.4096、0.6、0.8，步长  $h=0.025$  m，得到了 4 组解曲线。如图 9 所示，随着系数  $a$  取值的增大，分区破裂周期减小，破裂区变密集，厚度减小，破裂区与非破裂区的辨识度也逐渐减弱。观察各个图像峰值包络线可以看出，随着  $a$  值的变化，序参量的衰减速率保持不变。

讨论系数  $b$  时，线性项系数  $a$  取 0.4096， $c=0$ 。选取 4 个  $b$  值分别为 1.00、0.50、-0.20、-0.35，因为讨论系数  $b$  时缺少五次项系数  $c$  的约束，且需要保证计算结果具有实际意义，系数  $b$  的取值范围有如下限制： $b \geq -a = -0.4096$ ，原因见后。分析三次项系数对方程解的影响，可以得到下面 4 组曲线。

当  $b > 0$  时，分析图 10(a)、10(b)所示两组解曲线可以发现，随着系数  $b$  的增大，序参量的周期减小。但大于固定的  $b$  值，序参量沿洞室径向周期逐渐增加，且随着系数  $b$  绝对值的增大，周期沿径向

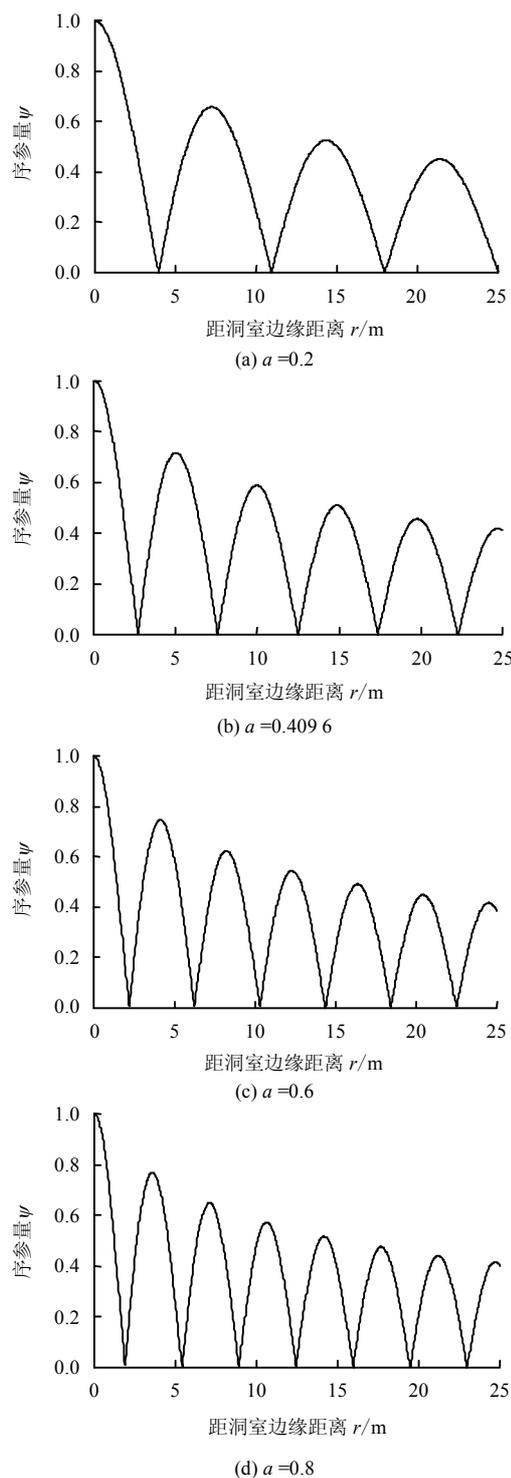


图 9 一次项系数  $a$  对方程解的影响  
Fig.9 The effects of the first order item  $a$  on the solution

增加越明显。当  $b < 0$  时，由图 10(c)、10(d)可以看出，随着  $b$  绝对值的增大，序参量  $\psi$  的周期增大，分区破裂周期变大。 $b$  取正值时，沿洞室径向周期逐渐增大，且随着系数  $b$  的增大周期沿径向增加越明显； $b$  取负值时，沿洞室径向周期逐渐减小，且随着系数  $b$  绝对值的增大周期沿径向增加越明显。当  $b=0$  时，方程退化为线性方程；当  $b=-a=-0.4096$

时, 方程的解为常数 1, 即序参量恒等于 1。比较图 10 可以看出, 序参量的衰减速度随  $b$  代数值的减小而加快, 这表明了非线性对幅值衰减有较明显的影响, 随后即将讨论的系数  $c$  也表现出来相同的性质。

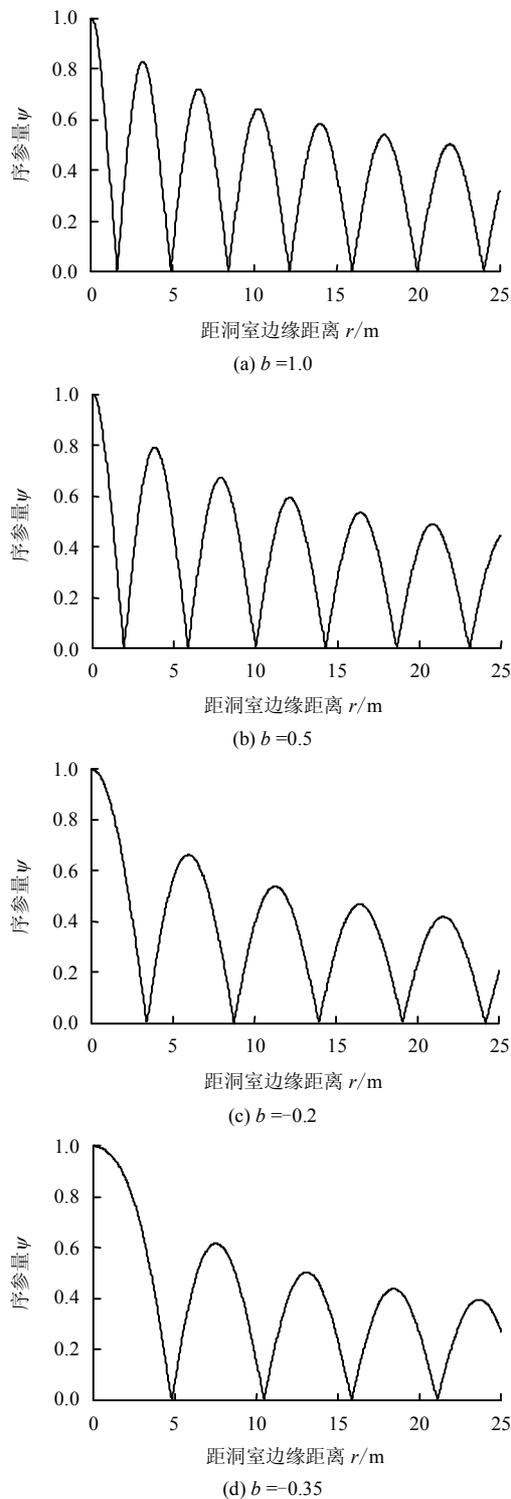


图 10 三次项系数  $b$  对方程解的影响  
 Fig.10 The effects of the third order item  $b$  on the solution

最后讨论五次项系数  $c$  的影响, 此时  $a=0.4096$ 。不考虑三次项, 即  $b=0$ 。  $c$  值取为 1.0、0.5、-0.2、

-0.35, 具体的讨论方法与  $b$  相同。系数  $c$  为负值时, 如果绝对值较小, 也不会出现前述的激化状态, 如果将  $c$  的绝对值增大的话就会出现激化状态。通过图 11 中 4 条曲线, 不难发现系数  $c$  对方程解的影响规律和系数  $b$  大致相同, 但是程度较小。由  $b$ 、 $c$  值对周期和幅值的影响不难看出, 非线性项对沿径向变化的物理和力学参数具有很大影响。

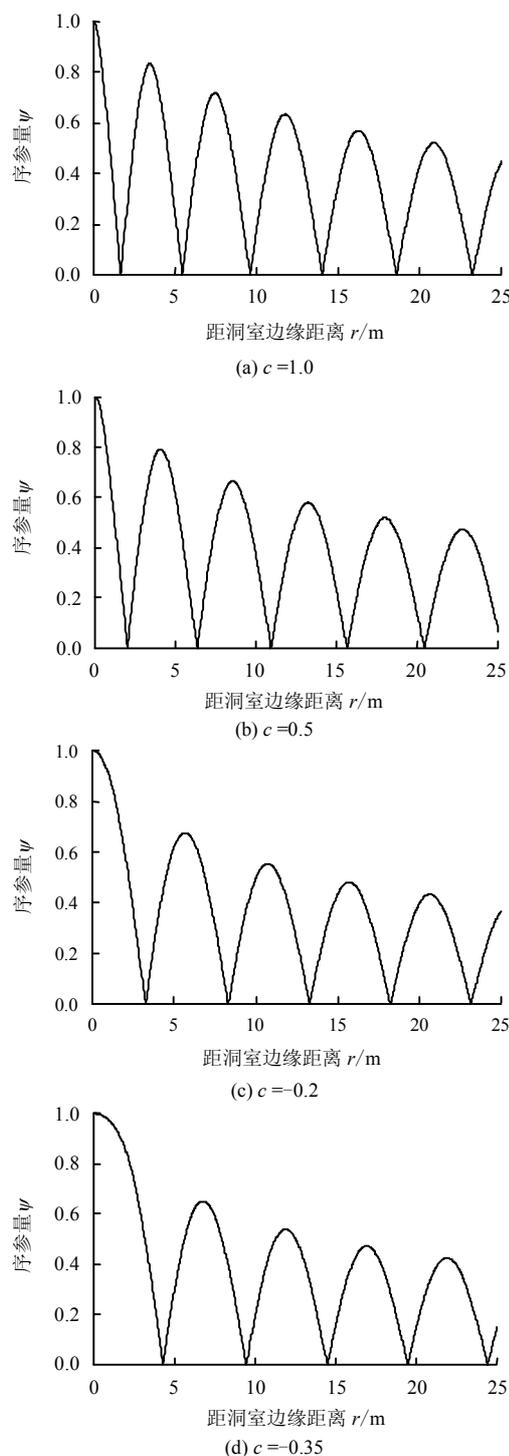


图 11 五次项系数  $c$  对方程解的影响  
 ( $c = 1.0, 0.5, -0.2, -0.35$ )  
 Fig.11 The effects of the fifth order item  $c$  ( $c = 1.0, 0.5, -0.2, -0.35$ ) on the solution

当五次项  $c$  值为负数且绝对值较大时, 围岩的变形和破坏会产生新的时间空间形式。缺陷会爆炸式的产生, 围岩迅速破坏, 此时可能会出现岩爆现象。围岩发生破坏后, 会形成新的自由表面, 新的自由表面可以看作是新的假想洞壁, 假想洞壁之后的围岩会继续重复上述过程直到围岩变形不满足破坏条件为止。为了展示这种激化状态, 取隧道壁的序参量值为 0.6, 求解非线性方程。图 12 为当  $c=-4.0$  和  $c=-5.0$  时序参量的分布图, 破坏发生在围岩里面, 与现场观测到的岩体内岩爆现象一致。图中标注部分即已发生破坏 (可能会形成多个破坏区, 图 12 并未全部画出), 而破坏区之后的岩体会再次产生前面讨论的稳定变形。

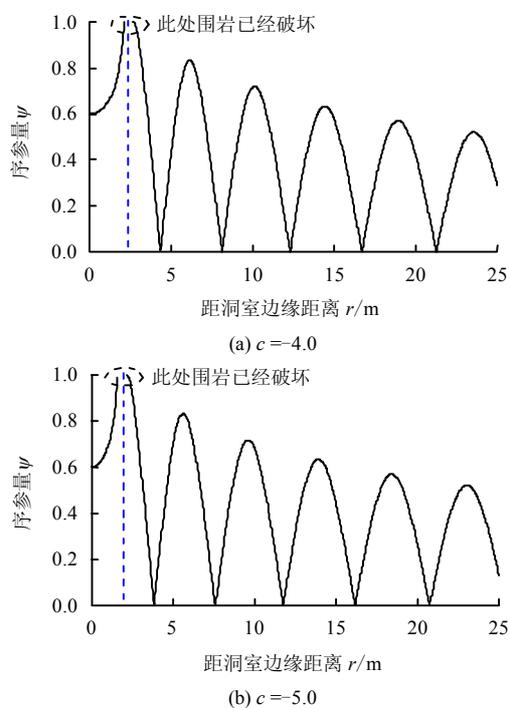


图 12 五次项系数  $c$  对方程解的影响( $c=-4.0, -5.0$ )  
Fig.12 The effects of the fifth order item  $c$  ( $c=-4.0, -5.0$ ) on the solution

下面将讨论各参数对模型影响的物理机制, 式 (14) 可以简化为

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \tilde{k} \psi = 0 \quad (15)$$

式中:  $\tilde{k} = a + b\psi^2 + c\psi^4$ 。

式 (15) 与弹性地基弦振动方程类似,  $\tilde{k}$  可以等效地看作地基刚度。根据各系数取值的不同,  $\tilde{k}$  可以取正值、负值和 0。由弹性地基弦振动方程可知,  $\tilde{k}$  为正值时方程的解具有空间震荡性质, 自由振动的频率与地基刚度成正比。方程中的  $1/r$  为模型提

供了一个振幅随距离衰减的力学机制, 方程的解会保留 Bessel 函数的部分性质; 当  $\tilde{k}=0$  时, 序参量  $\psi=1$ ; 当  $\tilde{k}$  为负值时,  $\psi>1$ 。 $\tilde{k} \leq 0$  与实际情况存在出入, 故不考虑。综上所述,  $\tilde{k}$  应取正值。

于是可知, 当系数  $a$ 、 $b$ 、 $c$  增加时, 刚度  $\tilde{k}$  增大, 振动频率升高, 周期减小; 当系数减小时, 刚度  $\tilde{k}$  减小, 振动频率降低, 周期增大。

## 6 结 论

(1) 非线性控制方程可以更加准确地描述围岩分区破裂现象, 与实际情况更相符。比如说分区破裂区之间的间距随离洞室壁的距离增大而增大, 能够再现岩体内的岩爆现象。

(2) 得到了非线性控制方程的系数敏感性规律, 定性给出了各个系数对方程解 (如解曲线频率与周期的变化、幅值衰减速度以及频率、周期沿开挖洞室径向的变化规律等) 的影响趋势。

(3) 分析了参数变化对于模型影响的物理机制。为参数的敏感性规律及方程解的求解提供了较为可靠的理论支撑。

后续工作将考虑到进入到自我组织状态的洞室围岩范围的有限性, 改善现有模型, 发展非线性连续相变模型和非线性连续相变理论与连续介质力学相结合模型, 使之更加符合实际情况。

## 参 考 文 献

- [1] SHEMYAKIN E I, FISENKO G L, KURLENYA M V, et al. Zonal disintegration of rocks around underground workings, part II: Rock fracture simulated in equivalent materials[J]. *Journal of Mining Science*, 1986, 22(4): 223-232.
- [2] SHEMYAKIN E I, FISENKO G L, KURLENYA M V, et al. Zonal disintegration of rocks around underground mines, part III: Theoretical concepts[J]. *Journal of Mining Science*, 1987, 23(1): 1-6.
- [3] SHEMYAKIN E I, KURLENYA M V, OPARIN V N, et al. Zonal disintegration of rocks around underground workings, part IV: Practical applications[J]. *Journal of Mining Science*, 1989, 25(4): 297-302.
- [4] CHANYASHEV A I. On problem of fracture of deformable media, part I: Basic equations[J]. *Journal of Mining Science*, 2001, 37(3): 53-67.
- [5] ODINTSEV V N. On mechanism of zonal disintegration of rock near deep level tunnels[J]. *Journal of Mining Science*, 1994, 30(4): 10-19.

- [6] 顾金才, 顾雷雨, 陈安敏, 等. 深部开挖洞室围岩分层断裂破坏机制模型试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(3): 433—438.  
GU Jin-cai, GU Lei-yu, CHEN An-min, et al. Model test study on mechanism of layered fracture within surrounding rock of tunnels in deep stratum[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(3): 433—438.
- [7] 张强勇, 陈旭光, 林波, 等. 深部巷道围岩分区破裂三维地质力学模型试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(9): 1757—1766.  
ZHANG Qiang-yong, CHEN Xu-guang, LIN Bo, et al. Study of 3D geomechanical model test of zonal disintegration of surrounding rock of deep tunnel[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2009, 28(9): 1757—1766.
- [8] 戚承志, 钱七虎, 王明洋, 等. 深部隧道围岩分区破裂的内变量梯度塑性模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(增刊 1): 2722—2728.  
QI Cheng-zhi, QIAN Qi-hu, WANG Ming-yang, et al. Internal variable gradient plasticity model for zonal disintegration of surrounding rocks in deep tunnels[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2012, 31(Supp. 1): 2722—2728.
- [9] 戚承志, 钱七虎, 王明洋, 等. 深隧道围岩分区破裂的数学模拟[J]. 岩土力学, 2012, 33(11): 3439—3446.  
QI Cheng-zhi, QIAN Qi-hu, WANG Ming-yang, et al. Mathematical modeling of zonal disintegration of surrounding rock near deep tunnels[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(11): 3439—3446.
- [10] 戚承志, 钱七虎. 岩体动力变形与破坏的基本问题[M]. 北京: 科学出版社, 2009.  
QI Cheng-zhi, QIAN Qi-hu. Basic problems of dynamic deformation and fracture of rock mass[M]. Beijing: Science Press, 2009.
- [11] 周小平, 钱七虎. 深埋巷道分区破裂化机制[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(5): 877—885.  
ZHOU Xiao-ping, QIAN Qi-hu. Zonal fracturing mechanism in deep tunnel[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(5): 877—885.
- [12] 陈登红, 华心祝, 段亚伟, 等. 深部大变形回采巷道围岩拉压分区变形破坏的模拟研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(9): 2654—2662.  
CHEN Deng-hong, HUA Xin-zhu, DUAN Ya-wei, et al. Simulation of zonal tensile and compressive deformation and failure of surrounding rock in deep large deformation mining gateway[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(9): 2654—2662.
- [13] LANDAU L D. On the theory of phase transition[J]. **Journal of Experimental and Theoretical Physics**, 1937, 7: 627—632.
- [14] ABRIKOSOV A A. Introduction to the theory of metals[M]. Moscow City: Science Press, 1987.
- [15] 戚承志, 钱七虎, 王明洋. 深部巷道围岩变形破坏的时间过程及支护[C]//第一届全国工程安全与防护会议文集. 南京: [出版者不祥], 2008: 196—204.  
QI Cheng-zhi, QIAN Qi-hu, WANG Ming-yang. Temporal processing and supporting of deformation and fracture of rock masses near deep-level tunnels[C]//1st National Engineering Security and Protection Conference. Nanjing: [s. n.], 2008: 196—204.
- [16] QI Cheng-zhi, WANG Ming-yang, QIAN Qi-hu. Evolution of the deformation and fracturing in rock masses near deep-level tunnels[J]. **Journal of Mining Science**, 2009, 45(2): 112—119.
- [17] ADIGAMOV N S, RUDAIEV YA I. Equation of state with the consideration of softening of material[J]. **Journal of Mining Science**, 1999, 4: 24—32.
- [18] GINZBURG V L, LANDAU L D. On the theory of superconductivity[J]. **Journal of Experimental and Theoretical Physics**, 1950, 20: 1064—1069.
- [19] ZHURKOV C N, KUKSENKO V S, PETROV V A, et al. Prediction of fracture of rock mass[J]. **Physics of Solid Earth**, 1977, 19(6): 11—18.