

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.06.018

饱和黏土水土压力合算的计算公式

苏 栋

(深圳大学 土木工程学院, 广东 深圳 518060)

摘 要: 由于水、土压力合算法存在一定的争议, 首先对国内现行水、土压力合算公式在完全不排水条件和稳定渗流情况下计算正常固结黏土水、土压力的误差进行了定量的分析, 发现计算结果在大多数情况下偏危险, 误差可超过 40%; 然后根据等效原则, 推导出了饱和正常固结黏土和超固结黏土的水、土合算公式, 得到的公式与文献[2]建议的公式一致, 同时证明了该公式与国外采用固结不排水抗剪强度的水、土压力合算公式也一致; 对于正常固结和轻微超固结饱和黏土, 由等效原则得到的水、土压力合算公式高估存在渗流时主动极限平衡状态水、土压力的合力, 而对于重度超固结饱和黏土, 水、土压力合算可能低估存在渗流时主动极限平衡状态水土压力的合力, 最危险的状态是负超静孔压完全消散时。水、土压力合算公式是采用总应力指标计算在假定完全不排水条件下饱和黏土进入主动或被动极限平衡状态时的水、土总压力, 公式并不能考虑渗流对水、土压力的影响, 而渗流对水、土压力的影响显著, 在实际工程中应加以考虑。

关 键 词: 水土压力分算; 水土压力合算; 等效原则; 静止水压损失率; 误差

中图分类号: TU 470

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2017)06-1688-09

Calculation of the water and earth pressures for saturated clay

SU Dong

(College of Civil Engineering, Shenzhen University, Shenzhen, Guangdong 518060, China)

Abstract: There has been controversy concerning the methods of estimating water and earth pressures together. This article quantitatively analyzes the error of existing methods of water and earth pressures calculation for the normally consolidated saturated clay under fully undrained or steady flow conditions. In most cases, the predicted results by existing methods were found non-conservative and errors can be over 40%. After that, the formulas for estimating the water and earth pressures together for both the normally consolidated and over-consolidated clay were derived using principle of equivalence. The results of proposed equations are found in consistent with those by WEI Ru-long. The formulas are also verified by method using undrained shear strength used by other scholars in foreign countries with good agreement. The proposed approach tends to overestimate the total pressure of water and earth pressure in both normally consolidated and lightly overconsolidated clay subject to steady flow. On the other hand, this approach may underestimate the total pressure in heavily overconsolidated clay. The critical state occurs when the negative excess pore pressure fully dissipates. The developed equations calculate the total active or passive pressure of saturated clay under fully undrained condition using of the total stress parameters. The formulas do not consider the influence of seepage on water and earth pressure. The significant impact of seepage on the water and earth pressure suggests it should be considered in engineering practices.

Keywords: estimating water and earth pressures separately; estimating water and earth pressures together; the equivalence principle; loss rate of hydrostatic pressure; error

1 引 言

在基坑支护结构的设计中, 水、土压力的计算

是核心问题之一。《建筑基坑支护技术规程》^[1]和一些地方规程都建议对地下水位以下的砂质粉土、砂土和碎石土, 应采用土、水压力分算方法, 而对

收稿日期: 2015-10-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.51478273); 深圳市基础研究项目 (No.JCYJ20140418095735556)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51478273), and the Shenzhen Municipal Science and Technology Plan (JCYJ20140418095735556).

第一作者简介: 苏栋, 男, 1978 年生, 博士, 教授, 硕士生导师, 主要从事土与结构物相互作用、岩土工程数值计算方法等方面的研究。E-mail: sudong@szu.edu.cn

地下水水位以下的黏性土、黏质粉土,可采用土、水压力合算方法。水、土分算法采用有效应力强度指标计算土压力,同时根据地下水水位和渗流等条件确定水压力。由于水、土压力分算法遵循有效应力原理,因此,为人们普遍接受。水、土压力合算采用总应力强度指标直接计算水、土压力的合力,因而回避了饱和黏土在不排水条件下超静孔压难以确定的问题,但水、土压力合算的计算公式一直是个焦点问题,工程界和学术界对此已进行了较多的讨论^[2-4]。文献[2]指出,现行水、土压力合算公式相当于将静水压力乘以土压力系数进而减少或增加,即缩小或夸大了主、被动情况中的水压力影响,不合理也偏于不安全。

本文在假定朗肯土压力理论适用的前提下,首先对国内现行水、土压力合算公式在完全不排水条件和稳定渗流情况下计算正常固结黏土水、土压力的误差进行了定量的分析;然后根据等效原则,推导出了饱和正常固结黏土和超固结黏土的水、土压力合算公式;同时证明了该公式与国外采用固结不排水抗剪强度的水、土压力合算公式的一致性;最后对水、土压力合算的局限性进行了讨论。

2 现行水、土压力合算公式的误差分析

2.1 水、土压力分算与水、土压力合算

水、土压力分算采用有效应力强度指标计算土压力,同时根据地下水水位和渗流等条件确定孔隙水压力,再叠加得到合力。主、被动极限平衡状态水、土压力的合力计算公式分别为

$$\left. \begin{aligned} p_a^e &= \sigma'_z K'_a - 2c' \sqrt{K'_a} + u \\ p_p^e &= \sigma'_z K'_p + 2c' \sqrt{K'_p} + u \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: p_a^e 、 p_p^e 分别为水、土压力分算法计算的主、被动极限平衡状态水、土压力的合力(本文用上标 e 表示由有效应力指标计算的结果); σ'_z 为竖向有效应力; $K'_a = \tan^2(45^\circ - \varphi'/2)$, $K'_p = \tan^2(45^\circ + \varphi'/2)$, φ' 为有效内摩擦角; c' 为有效黏聚力; u 为孔隙水压力。

在实际工程中,孔隙水压力 u 中的超静水压力部分通常难以准确测量或确定,所以一般采用与实际应力路径和排水条件相近的室内试验确定土的总应力强度指标(固结不排水或不排水强度指标),如《建筑基坑支护技术规程》^[1]对支护结构上的主、被动土压力计算建议采用如下公式:

$$\left. \begin{aligned} p_a^t &= \sigma_z K_a - 2c \sqrt{K_a} \\ p_p^t &= \sigma_z K_p + 2c \sqrt{K_p} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: p_a^t 和 p_p^t 分别为水、土压力合算法计算得到的主动和被动土压力(本文用上标 t 表示由总应力指标计算的结果); σ_z 为竖向总应力; $K_a = \tan^2(45^\circ - \varphi/2)$, $K_p = \tan^2(45^\circ + \varphi/2)$, φ 为内摩擦角(总应力指标); c 为黏聚力(总应力指标)。水、土压力合算的出发点是采用总应力指标,将超静孔隙水压力的影响包含在强度指标中,但在实际应用中,采用式(2)计算主、被动土压力时不再考虑包括静止水压力在内的任何孔隙水压力^[4]。

2.2 现行水、土压力合算公式计算正常固结黏土的水、土压力的误差分析

进行水、土压力合算时,《建筑基坑支护技术规程》^[1]建议对正常固结、超固结土,抗剪强度指标应采用三轴的固结不排水抗剪强度指标 φ_{cu} 、 c_{cu} 或直剪的固结快剪强度指标 φ_{cq} 、 c_{cq} 。本节将以饱和正常固结黏土为对象,采用三轴固结不排水抗剪强度指标分析式(2)在不同情况下的计算误差。

2.2.1 主动土压力

应力路径对总应力抗剪强度指标有明显的影响。文献[5]的试验研究结果表明,对于正常固结黏土,减压三轴压缩试验(Reduced Triaxial Compression test, RTC)测得的 φ_{cu} 小于常规三轴压缩试验(Conventional Triaxial Compression test, CTC)三轴试验测得的 φ_{cu} ,但它们测得的有效应力指标基本一致。基坑开挖是一个墙后土体围压减小的过程,因而减压三轴压缩试验的应力路径与实际情况更为接近。

如图1所示,假定从 A 处取正常固结黏土试样,在当前自重应力 σ'_z ($\sigma'_z = \gamma'z$, γ' 为土的有效重度, z 为 A 处深度)作用下固结后进行不排水减压三轴压缩试验,试样破坏时的总应力摩尔和有效应力摩尔圆如图2所示,则有

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \gamma'z \\ \sigma'_1 &= \sigma_1 - u_f = \gamma'z - u_f \\ \sigma'_3 &= \sigma_3 - u_f \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: u_f 为试样破坏时的超静孔隙水压力。

在极限平衡状态,大、小主应力满足如下关系:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_3 &= \sigma_1 K_a \\ \sigma'_3 &= \sigma'_1 K'_a \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: $K'_a = \tan^2(45^\circ - \varphi'/2)$ 。

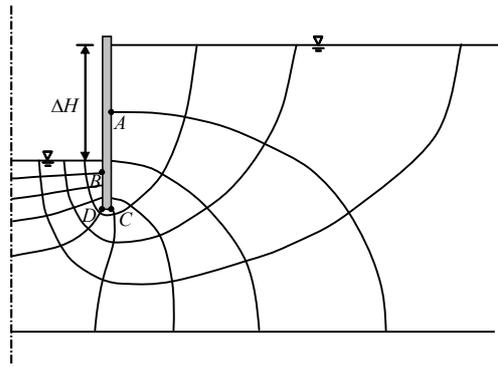


图1 基坑开挖降水示意图
Fig.1 Sketch for an excavated foundation pit under dewatering

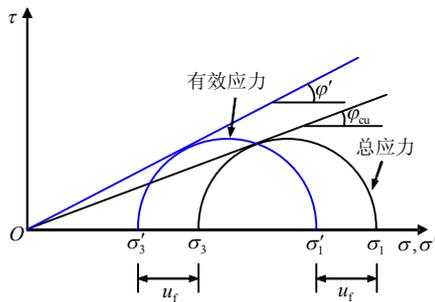


图2 正常固结黏土的总应力摩尔圆与有效应力摩尔圆
Fig.2 Mohr circles for the total and effective stresses of the normal consolidated clay

将式(4)代入式(3)第3式,得

$$\sigma'_1 K'_a = \sigma_1 K_a - u_f \tag{5}$$

再将式(3)第1、2式代入式(5),得

$$(\gamma'z - u_f)K'_a = \gamma'z K_a - u_f \tag{6}$$

整理得

$$u_f = \frac{\gamma'z(K_a - K'_a)}{1 - K'_a} \tag{7}$$

由于黏性土的渗透系数非常小,假定基坑开挖期间近似为不排水条件,即A处土体进入主动极限平衡状态时,土体由于外荷载变化引起的孔压变化等于减压三轴压缩试验测得的超静孔隙水压力 u_f ,所以如采用水、土压力分算法,则A处在主动极限平衡状态时的水、土压力合力为

$$p_a^e = (\gamma_{sat}z - u_0 - u_f)K'_a + u_0 + u_f \tag{8}$$

式中: γ_{sat} 为土的饱和重度; u_0 为A处的静止水压力。

采用水、土压力合算,根据式(2)第1式计算的水、土压力为

$$p_a^t = \gamma_{sat}z K_a \tag{9}$$

定义误差率为

$$\delta = \frac{p_a^t - p_a^e}{p_a^e} = \frac{p_a^t}{p_a^e} - 1 \tag{10}$$

将式(8)、(9)代入式(10),得

$$\delta = \frac{\gamma_{sat}z K_a}{(\gamma_{sat}z - u_0 - u_f)K'_a + u_0 + u_f} - 1 \tag{11}$$

将 $u_0 = \gamma_w z$ 和式(7)代入式(11),整理得

$$\delta = \frac{K_a}{\frac{\gamma_w}{\gamma_{sat}} + \frac{\gamma'}{\gamma_{sat}} K'_a} - 1 \tag{12}$$

由式(12)可以看出,即使是假定完全不排水,水、土压力合算式(2)第1式计算的结果与水、土压力分算的结果并不相同,即式(2)第1式并不能达到“水、土压力合算将超静孔隙水压力的影响包含在总应力强度指标中”的初衷。

假定土的饱和重度 $\gamma_{sat} = 20 \text{ kN/m}^3$,由式(12)可算得误差率 δ 随 φ_{cu} 的变化规律,结果如图3所示。从图可以看出,水、土压力合算式(2)第1式计算的结果总是小于水、土压力分算的结果,即用式(2)第1式计算偏危险;误差随着 φ_{cu} 的增大而增大,当 $\varphi_{cu} = 25^\circ$ 时,误差率 δ 达到-42.3%。

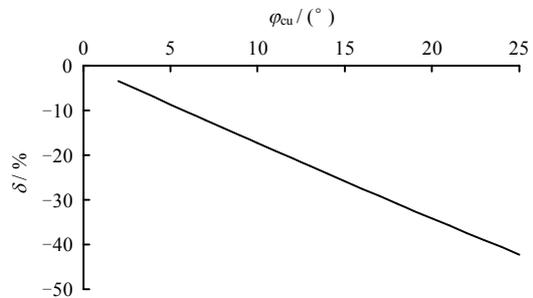


图3 水土合算式(2)第1式在完全不排水条件下的误差
Fig.3 Error of the first formula of Eq. (2) in calculating the water and earth pressure under fully undrained condition

基坑降水开挖经过较长时间后,土体内将形成稳定渗流场,渗流将导致孔隙水压力发生变化,而水、土压力合算并不能考虑渗流引起的孔压变化对水、土压力的影响。下面分析存在稳定渗流时,水、土压力合算式(2)第1式计算的结果与水、土压力分算结果的区别。

假定图1基坑形成稳定渗流后A处的孔隙水压力为 u ,则根据水、土压力分算计算得A处在主动极限平衡状态时水、土压力的合力为

$$p_a^c = (\gamma_{sat} z - u)K'_a + u \quad (13)$$

定义静止水压损失率为

$$\xi = \frac{u_0 - u}{u_0} \quad (14)$$

则

$$u = (1 - \xi)u_0 \quad (15)$$

将式 (13) 代入式 (10), 得到有渗流时水、土压力合算式 (2) 第 1 式的误差率为

$$\delta = \frac{\gamma_{sat} z K_a}{(\gamma_{sat} z - u)K'_a + u} - 1 \quad (16)$$

将式 (15) 代入 (16), 并整理得

$$\delta = \frac{K_a}{K'_a + (1 - K'_a)(1 - \xi) \frac{\gamma_w}{\gamma_{sat}}} - 1 \quad (17)$$

由式 (17) 可知, 误差率 δ 和 K_a 、 K'_a 与 ξ 等参数有关, 假定土的饱和重度 $\gamma_{sat} = 20 \text{ kN/m}^3$, 分别计算在不同静止水压损失率时的误差率, 结果如图 4 所示。为了方便对比, 在图中同时给出了在完全不排水条件下的误差率曲线。从图可以看出: ① 当 $\xi = 0$ 时 (相当于超静孔隙水压力完全消散, 水压力等于静止水压力的情况), 水、土合算式 (2) 第 1 式仍然低估了主动极限平衡状态水、土压力的合

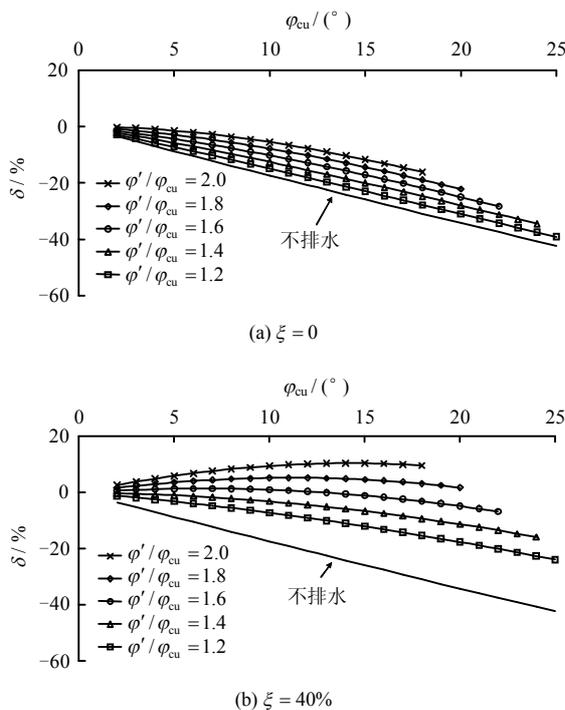


图 4 水、土压力合算式(2)第 1 式在稳定渗流条件下的误差
Fig.4 Error of the first formula of Eq. (2) in calculating the water and earth pressure under steady seepage

力 (即计算结果仍然偏危险), 在 ϕ_{cu} 相同的情况下, 误差的绝对值随着 ϕ' / ϕ_{cu} 比值的增大而减小; ② 当 $\xi = 40\%$ 且 $\phi' / \phi_{cu} = 1.8$ 或 2.0 时, 误差率 $\delta > 0$, 即水、土压力合算高估了主动极限平衡状态水土压力的合力, 可预见随着静止水压损失率 ξ 的进一步增大, 水、土压力合算式 (2) 第 1 式将进一步高估主动极限平衡状态水、土压力的合力。

2.2.2 被动土压力

由于基坑内土体的开挖, 被动区的土体经历卸载, 因而属超固结土。本节暂将其视为正常固结土, 对被动土压力水、土压力合算式 (2) 第 2 式的误差进行理论分析探讨。

假定从图 1 B 处取试样, 在当前自重应力 σ'_z ($\sigma'_z = \gamma' z$, z 为 B 处在坑内的深度) 作用下固结后进行不排水三轴侧向增压试验 (模拟被动区土体侧向受挤压), 试样破坏时的总应力摩尔圆和有效应力摩尔圆如图 2 所示, 此时

$$\left. \begin{aligned} \sigma_3 &= \gamma' z \\ \sigma'_3 &= \sigma_3 - u_f = \gamma' z - u_f \\ \sigma'_1 &= \sigma_1 - u_f \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

在极限平衡状态时, 大小主应力满足如下关系

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_3 K_p \\ \sigma'_1 &= \sigma'_3 K'_p \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

将式 (19) 第 1、2 式代入式 (18) 第 3 式, 得

$$\sigma'_3 K'_p = \sigma_3 K_p - u_f \quad (20)$$

再将式 (18) 第 1、2 式代入式 (20), 得

$$(\gamma' z - u_f) K'_p = \gamma' z K_p - u_f \quad (21)$$

解得

$$u_f = \frac{\gamma' z (K'_p - K_p)}{K'_p - 1} \quad (22)$$

如近似为不排水条件, 则采用水、土压力分算法计算得 B 处在被动极限平衡状态时水、土压力的合力为

$$p_p^c = (\gamma_{sat} z - u_0 - u_f) K'_p + u_0 + u_f \quad (23)$$

式中: u_0 为 B 处的静止水压力。

采用水、土压力合算, 根据式 (2) 第 2 式计算的水、土压力为

$$p_p^t = \gamma_{sat} z K_p \quad (24)$$

定义误差率为

$$\delta = \frac{p_p^t - p_p^c}{p_p^c} = \frac{p_p^t}{p_p^c} - 1 \quad (25)$$

将式 (23)、(24) 代入式 (25), 得

$$\delta = \frac{\gamma_{\text{sat}} z K_p}{(\gamma_{\text{sat}} z - u_0 - u_f) K'_p + u_0 + u_f} - 1 \quad (26)$$

将 $u_0 = \gamma_w z$ 和式 (22) 代入式 (26), 并整理得

$$\delta = \frac{K_p}{\frac{\gamma_w}{\gamma_{\text{sat}}} + \frac{\gamma'}{\gamma_{\text{sat}}} K_p} - 1 \quad (27)$$

假定土的饱和重度 $\gamma_{\text{sat}} = 20 \text{ kN/m}^3$, 由式 (27) 算得 δ 随 φ_{cu} 的变化规律, 结果如图 5 所示。从图可以看出, 水、土压力合算式 (2) 第 2 式计算的被动极限平衡状态的水、土压力总是大于水、土压力分算的结果, 即用水、土压力合算结果偏危险; 误差随着 φ_{cu} 的增大而增大, 当 $\varphi_{\text{cu}} = 25^\circ$ 时, δ 达到 42.3%。这说明式 (2) 第 2 式也不能将被动极限平衡状态超静孔隙水压力的影响包括在总应力强度指标中。

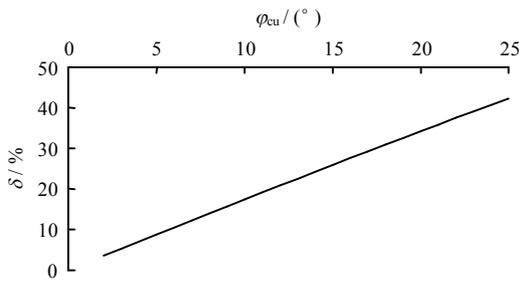


图 5 水、土压力合算式(2)第 2 式在完全不排水条件下的误差

Fig.5 Error of the second formula of Eq. (2) in calculating the water and earth pressure under fully undrained condition

假定图 1 基坑降水形成稳定渗流场后 B 处的孔隙水压力为 u , 则根据水、土压力分算计算得 B 处被动极限平衡状态水、土压力的合力为

$$p_p^c = (\gamma_{\text{sat}} z - u) K'_p + u \quad (28)$$

此时采用水、土压力合算的误差率为

$$\delta = \frac{\gamma_{\text{sat}} z K_p}{(\gamma_{\text{sat}} z - u) K'_p + u} - 1 \quad (29)$$

将式 (15) 代入式 (29), 并整理得

$$\delta = \frac{K_p}{K'_p + (1 - K'_p)(1 - \xi) \frac{\gamma_w}{\gamma_{\text{sat}}}} - 1 \quad (30)$$

由于坑内降水时被动区向上渗流, 渗流使孔隙水压力大于静止水压, 因而静止水压损失率 $\xi < 0$ 。假定土的饱和重度 $\gamma_{\text{sat}} = 20 \text{ kN/m}^3$, 分别计算不同

水压损失率下的水、土压力误差率, 结果如图 6 所示。为了方便对比, 在图中同时给出了在完全不排水条件下的误差率曲线。从图可以看出, 当 $\xi = 0$ 时 (相当于超静孔隙水压力完全消散, 水压力等于静止水压的情况), 水、土压力合算在 $\varphi'/\varphi_{\text{cu}}$ 较大时低估, 被动极限平衡状态水土压力的合力, 但在 $\varphi'/\varphi_{\text{cu}}$ 较小时高估。当 $\xi = -40\%$ 时, 水、土压力合算在大多数情况下将高估被动极限平衡状态水、土压力的合力, 即计算结果仍然偏危险; 随着静止水压损失率 ξ 的进一步减小 (绝对值进一步增大), 水、土压力合算将进一步高估被动极限平衡状态水、土压力的合力。

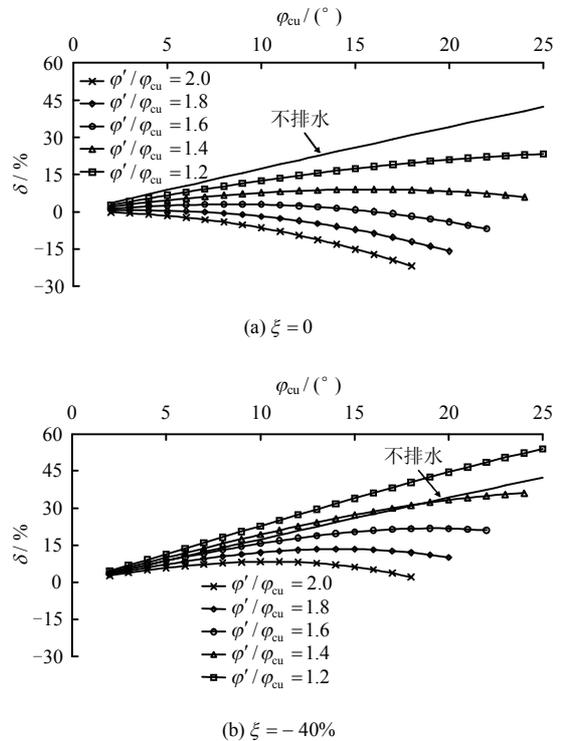


图 6 水、土压力合算式(2)第 2 式在稳定渗流条件下的误差
Fig.6 Error of the second formula of Eq. (2) in calculating the water and earth pressure under steady seepage

3 由等效原则推导水、土压力合算计算公式

3.1 正常固结黏土的水、土压力合算公式

水、土压力合算的目的是将超静孔隙水压力的影响包括在总应力强度指标中, 使在实际工程中无需测量或确定超静孔隙水压力。前文的分析表明, 式 (2) 第 1 式和第 2 式并不能达到这一目的, 在完全不排水条件下, 式 (2) 第 1 式低估了主动极限平衡状态的水、土压力的合力, 而式 (2) 第 2 式高估了被动极限平衡状态的水、土压力的合力, 这些都使计算的结果偏危险。

水、土压力合算是通过采用总应力指标解决超静孔隙水压力的问题, 在假定不排水的条件下, 水、土压力合算计算出的水、土压力合力应与采用有效应力指标的水、土压力分算法计算的结果相同 (即等效)。下面将根据等效原则, 推导正常固结黏土的水、土压力合算公式。

将式 (8) 进行整理, 再将式 (7) 代入得

$$p_a^e = \gamma' z K'_a + u_0 + (1 - K'_a) u_f = \gamma' z K'_a + u_0 \quad (31)$$

同样, 将式 (23) 进行整理, 并将式 (22) 代入得

$$p_p^e = \gamma' z K'_p + u_0 + (1 - K'_p) u_f = \gamma' z K'_p + u_0 \quad (32)$$

因此, 根据等效原则推导得到的正常固结黏土水、土压力合算公式为

$$\left. \begin{aligned} p_a^i &= \gamma' z K'_a + u_0 \\ p_p^i &= \gamma' z K'_p + u_0 \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

将式 (33) 第 1 式代入式 (10), 可得到假定完全不排水条件下计算出的主动极限平衡状态水土压力的误差率为 0; 同样, 将式 (33) 第 2 式代入式 (25) 得到假定完全不排水条件下被动极限平衡状态水、土压力的误差率也为 0。

用式 (33) 第 1 式计算的 p_a^i 替换式 (16) 原有的 p_a^i , 可得在有渗流时采用式 (33) 第 1 式的误差率为

$$\delta = \frac{\frac{\gamma'}{\gamma_{sat}} K'_a + \frac{\gamma_w}{\gamma_{sat}}}{K'_a + (1 - K'_a)(1 - \xi) \frac{\gamma_w}{\gamma_{sat}}} - 1 \quad (34)$$

假定土的饱和重度 $\gamma_{sat} = 20 \text{ kN/m}^3$, 分别计算在不同静水压损失率下的误差率, 结果如图 7 所示。从图可以看出, δ 总是大于 0, 即水、土压力合算公式 (33) 第 1 式总是高估存在渗流时的主动极限平衡状态水、土压力的合力, 计算结果总是偏安全; 静水压损失率 ξ 越大, 则高估得越多。

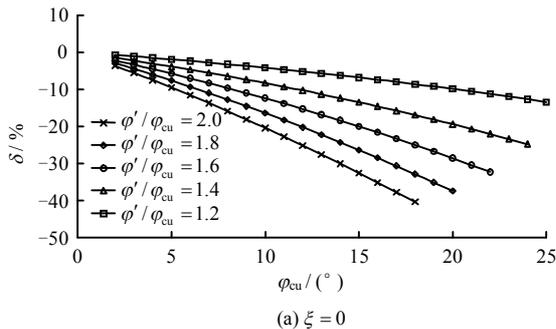
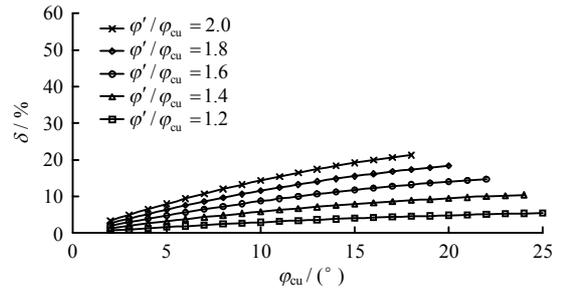
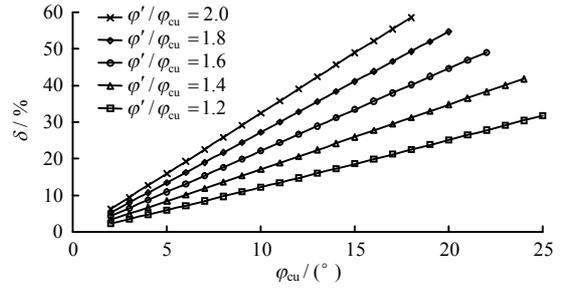


图 8 水、土压力合算式(33)第 2 式在稳定渗流条件下的误差

Fig.8 Error of the second formula of Eq. (33) in calculating the water and earth pressure under steady seepage



(a) $\xi = 0$



(b) $\xi = 40\%$

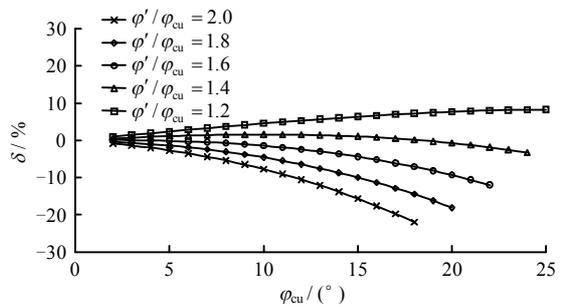
图 7 水、土压力合算式(33)第 1 式在稳定渗流条件下的误差

Fig.7 Error of the first formula of Eq. (33) in calculating the water and earth pressure under steady seepage

用式 (33) 第 2 式计算的 p_p^i 替换式 (29) 原有的 p_p^i , 可得在有渗流时采用式 (33) 第 2 式的误差率为

$$\delta = \frac{\frac{\gamma'}{\gamma_{sat}} K'_p + \frac{\gamma_w}{\gamma_{sat}}}{K'_p + (1 - K'_p)(1 - \xi) \frac{\gamma_w}{\gamma_{sat}}} - 1 \quad (35)$$

假定土的饱和重度 $\gamma_{sat} = 20 \text{ kN/m}^3$, 不同静水压损失率下的误差率如图 8 所示。从图可以看出, 当 $\xi = 0$ 时 (相当于超静孔隙水压力完全消散, 水压力等于静水压力的情况), δ 基本上小于 0, 即水、土压力合算式 (33) 第 2 式低估了存在渗流时的被动极限平衡状态水、土压力的合力, 结果偏安全; 而当 $\xi = -40\%$ 时, δ 可能大于 0, 也可能小于 0, 这取决于 ϕ' / ϕ_{cu} 的比值。



(b) $\xi = -40\%$

3.2 超固结黏土的水、土压力合算公式

假定图1基坑内外为超固结黏土,从A处取超固结黏土试样,在当前自重应力作用下固结后进行不排水减压三轴压缩试验,试样破坏时的总应力摩尔圆和有效应力摩尔圆如图9所示(如果是轻微超固结黏土,则为右侧两个圆;如果是重度超固结土,则为左侧两个圆)。极限平衡状态时大、小主应力满足如下关系:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_3 &= \sigma_1 K_a - 2c\sqrt{K_a} \\ \sigma'_3 &= \sigma'_1 K'_a - 2c'\sqrt{K'_a} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

式中: $c = c_{cu}$ 。

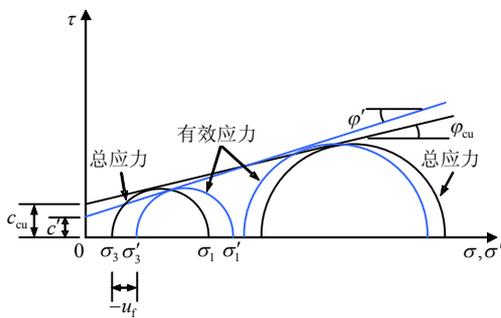


图9 超固结黏土的总应力摩尔圆与有效应力摩尔圆

Fig.9 Mohr circles for the total and effective stresses of the overconsolidated clay

由于 $\sigma'_3 = \sigma_3 - u_f$, 所以

$$\sigma'_1 K'_a - 2c'\sqrt{K'_a} = \sigma_1 K_a - 2c\sqrt{K_a} - u_f \quad (37)$$

将 $\sigma_1 = \gamma'z$ 和 $\sigma'_1 = \gamma'z - u_f$ 代入上式, 解得

$$u_f = \frac{\gamma'z(K_a - K'_a) - 2c\sqrt{K_a} + 2c'\sqrt{K'_a}}{1 - K'_a} \quad (38)$$

假定基坑开挖期间近似为不排水条件,即A处土体进入主动极限平衡状态时,土体由于外荷载变化引起的孔压变化等于减压三轴压缩试验测得的超静孔隙水压力 u_f 。采用水、土压力分算法,根据式(1)第1式计算A处进入主动极限平衡状态时水、土压力的合力为

$$p_a^e = (\gamma_{sat}z - u_0 - u_f)K'_a - 2c'\sqrt{K'_a} + u_0 + u_f \quad (39)$$

整理式(39),再将式(38)代入得

$$\begin{aligned} p_a^e &= \gamma'zK'_a - 2c'\sqrt{K'_a} + u_0 + (1 - K'_a)u_f = \\ & \gamma'zK_a - 2c\sqrt{K_a} + u_0 \end{aligned} \quad (40)$$

式(40)即为超固结黏土达到主动极限平衡状态时,

水、土压力采用总应力指标的计算公式。

假定从图1中B处取超固结黏土试样,在当前自重应力下固结后进行不排水三轴侧向增压试验(模拟被动区土体侧向受挤压),试样破坏时的总应力摩尔圆和有效应力摩尔圆如图9所示,进入极限平衡状态时大、小主应力满足如下关系:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_3 K_p + 2c\sqrt{K_p} \\ \sigma'_1 &= \sigma'_3 K'_p + 2c'\sqrt{K'_p} \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

式中: $c = c_{cu}$ 。

由于 $\sigma'_1 = \sigma_1 - u_f$, 所以

$$\sigma'_3 K'_p + 2c'\sqrt{K'_p} = \sigma_3 K_p + 2c\sqrt{K_p} - u_f \quad (42)$$

将 $\sigma_3 = \gamma'z$ 和 $\sigma'_3 = \gamma'z - u_f$ 代入式(42),解得

$$u_f = \frac{\gamma'z(K'_p - K_p) - 2c\sqrt{K_p} + 2c'\sqrt{K'_p}}{K'_p - 1} \quad (43)$$

假定现场可近似为不排水条件,采用水、土压力分算法,根据式(1)第2式计算B处进入被动极限平衡状态时水、土压力的合力为

$$p_p^e = (\gamma_{sat}z - u_0 - u_f)K'_p + 2c'\sqrt{K'_p} + u_0 + u_f \quad (44)$$

式中: u_0 为B处的静止水压力。

整理式(44),再将式(43)代入得

$$\begin{aligned} p_p^e &= \gamma'zK'_p + 2c'\sqrt{K'_p} + u_0 + (1 - K'_p)u_f = \\ & \gamma'zK_p + 2c\sqrt{K_p} + u_0 \end{aligned} \quad (45)$$

式(45)即为超固结黏土达到被动极限平衡状态时水、土压力采用总应力指标的计算公式。

综上所述,根据等效原则推导出的超固结黏土水、土合算公式为

$$\left. \begin{aligned} p_a^i &= \gamma'zK_a - 2c\sqrt{K_a} + u_0 \\ p_p^i &= \gamma'zK_p + 2c\sqrt{K_p} + u_0 \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

式(46)与文献[2]建议的公式一致。

对于实际工程,黏土层上可能有其他土层或长期作用的分布荷载,因此,超固结黏土水、土压力合算的一般表达式为

$$\left. \begin{aligned} p_a^i &= \sigma'_z K_a - 2c\sqrt{K_a} + u_0 \\ p_p^i &= \sigma'_z K_p + 2c\sqrt{K_p} + u_0 \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

4 采用不同总应力指标的水、土压力合算公式的一致性

水、土压力合算式(46)采用的是固结不排水

抗剪强度指标,美国的基础工程手册和一些教材^[6-7]建议采用不排水抗剪强度计算水、土压力,其公式为

$$\left. \begin{aligned} p_a^t &= \gamma_{\text{sat}} z - 2c_u \\ p_p^t &= \gamma_{\text{sat}} z + 2c_u \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

式中: c_u 为不排水抗剪强度,其数值通常是随深度增加的。

下面证明式 (48) 在本质上是与式 (46) 相同的。如图 10 所示,不排水抗剪强度 c_u 与极限平衡状态的总应力之间的关系为

$$c_u = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (49)$$

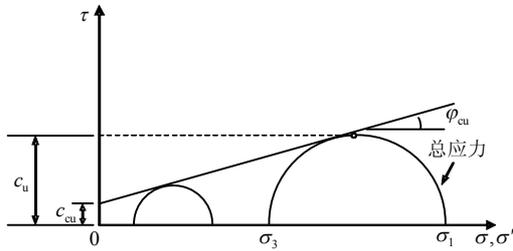


图 10 固结不排水强度指标与不排水强度

Fig.10 Consolidated undrained strength parameters and undrained strength

当计算主动土压力时(对应不排水减压三轴压缩试验),将 $\sigma_1 = \gamma'z$ 和 $\sigma_3 = \gamma'zK_a - 2c\sqrt{K_a}$ (其中 $K_a = \tan^2(45^\circ - \varphi_{cu}/2)$, $c = c_{cu}$) 代入式 (49) 得

$$c_u = \frac{\gamma'z(1 - K_a) + 2c\sqrt{K_a}}{2} \quad (50)$$

将式 (50) 代入式 (48) 第 1 式得

$$\begin{aligned} p_a^t &= \gamma_{\text{sat}} z - \gamma'z(1 - K_a) - 2c\sqrt{K_a} = \\ &\gamma'zK_a - 2c\sqrt{K_a} + u_0 \end{aligned} \quad (51)$$

式中: $u_0 = \gamma_w z$ 。

因此,采用不排水抗剪强度即式 (48) 第 1 式计算的主动极限状态水土总压力和采用固结不排水抗剪强度指标即式 (46) 第 1 式计算的结果完全一致。同理可证明由式 (48) 第 2 式计算的被动极限状态水土总压力和由式 (46) 第 2 式计算的结果完全一致。

5 关于水、土压力合算局限性的讨论

水土合算式 (46)、(48) 计算的是在假定完全不排水条件下饱和黏土在主动或被动极限平衡状态

时的水、土总压力,由于基坑开挖过程中部分超静孔隙水压力的消散不可避免,且基坑开挖过程中的降水也会引起孔隙水压力的变化,因此,水、土压力合算对应的状态几乎难以出现。前文已就饱和和正常固结黏土采用水、土压力合算在超静孔压完全消散和存在稳定渗流时的误差进行了定量的分析,下面就饱和超固结黏土采用水、土压力合算在这些情况下的误差进行定性的分析。

对于一般情况,采用水、土压力分算法计算主动极限平衡状态的水、土总压力的表达式为

$$\begin{aligned} p_a^c &= (\gamma_{\text{sat}} z - u)K'_a - 2c'\sqrt{K'_a} + u = \\ &\gamma_{\text{sat}} zK'_a - 2c'\sqrt{K'_a} + (1 - K'_a)u \end{aligned} \quad (52)$$

对于完全不排水, $u = u_0 + u_f$, 此时式 (52) 计算的结果与水、土压力合算式 (46) 第 1 式的结果相同。对于 $u_f > 0$ 的轻微超固结黏土,在超静孔压消散的过程中,孔隙水压力 u 将减小,而在坑外土体形成稳定向下渗流时,孔隙水压力将进一步减小。由式

(52) 可知,在此过程中,主动极限平衡状态的水、土总压力将减小,因此,如用水、土压力合算式 (46) 第 1 式计算结果将偏大,即偏安全。而对于 $u_f < 0$ 的重度超固结黏土,超静孔压消散过程中孔隙水压力 u 将增大,在此过程中,主动极限平衡状态的实际水土总压力将增大,因此,如用水、土压力合算式 (46) 第 1 式计算结果将偏小,即偏危险,最危险的状态是负超静孔压完全消散时。

对于一般情况,采用水、土压力分算法计算被动极限平衡状态的水、土总压力的表达式为

$$\begin{aligned} p_p^c &= (\gamma_{\text{sat}} z - u)K'_p + 2c'\sqrt{K'_p} + u = \\ &\gamma_{\text{sat}} zK'_p + 2c'\sqrt{K'_p} - (K'_p - 1)u \end{aligned} \quad (53)$$

对于完全不排水, $u = u_0 + u_f$, 此时式 (53) 计算的结果与水、土压力合算式 (46) 第 2 式的结果相同。对于 $u_f < 0$ 的重度超固结黏土,超静孔压消散过程中孔隙水压力 u 将增大,而形成稳定向上渗流时,孔隙水压力将进一步增大。由式 (53) 可知,在此过程中,被动极限平衡状态的水、土总压力将减小,因此,如用水、土压力合算式 (46) 第 2 式计算结果将偏大,即偏危险。而对于 $u_f > 0$ 的轻微超固结黏土,超静孔压消散过程中孔隙水压力 u 将减小,在这过程中,被动极限平衡状态的实际水、土总压力将增大,因此,如用水、土压力合算式 (46) 第 2 式计算结果将偏小,即偏安全,最安全的状态是

负超静孔压完全消散时。在形成稳定向上渗流时，如果向上渗流所引起的孔压增大不足以抵消超静孔压消散导致的孔压减小时，实际的水、土压力仍将大于不排水时的水、土压力，即用水、土压力合算式(46)第2式计算的结果仍然偏小；但如果向上渗流所引起的孔压增大量超过超静孔压消散导致的孔压减小量时，实际的水、土压力将小于不排水时的水、土压力，即用水、土压力合算式(46)第2式计算的结果将偏大，即偏危险。

水、土压力合算的另外一个局限性是不能确定出主动土压力为0的位置(即临界深度)。由水、土压力分算式(52)可知，主动状态的实际土压力为

$$p'_a = (\gamma_{\text{sat}} z - u)K'_a - 2c'\sqrt{K'_a} \quad (54)$$

因此，临界深度为

$$z_0 = \frac{2c'}{\gamma_{\text{sat}}\sqrt{K'_a}} + \frac{u}{\gamma_{\text{sat}}} \quad (55)$$

式(55)表明，临界深度与孔隙水压力的有关，在不同工况下，代入相应的 u 值到式(55)中，可得到该工况下的临界深度。水、土压力合算公式(式(46)第1式或(48))第1式计算得到的是不排水条件下主动极限状态水土压力的总和，从中可以确定出水、土总压力为0的位置，但如果不能确定该状态下的超静孔隙水压力 u_f ，则土压力为0的位置也就不能确定。

6 结论

(1) 通过与水、土压力分算结果的对比，对于正常固结饱和黏土，现行水、土压力合算公式低估了不排水条件下主动极限平衡状态水、土压力的合力，而高估了被动极限平衡状态水、土压力的合力，误差可能超过40%。当存在基坑降水引起的稳定渗流时，现行水、土合算公式计算的结果在大部分情况下仍偏危险。

(2) 根据等效原则推导了正常固结饱和黏土的水、土压力合算公式，该公式在不排水条件下计算的主动和被动极限平衡状态的水、土压力合力与水、土分算法计算的结果相同。当存在基坑降水引起的稳定渗流时，该公式计算的主动极限平衡状态的水、土压力合力结果总是偏安全。

(3) 根据等效原则推导了超固结饱和黏土的水、土压力合算公式，该公式与魏汝龙^[2]建议的公式一致。该公式与国外采用固结不排水抗剪强度的水、土压力合算公式也是一致的。

(4) 对于轻微超固结饱和黏土，水、土压力合算将高估存在渗流时主动极限平衡状态水、土压力

的合力，而对于重度超固结饱和黏土，水、土压力合算可能低估存在渗流时主动极限平衡状态水、土压力的合力，最危险的状态是负超静孔压完全消散时。

(5) 临界深度与孔隙水压力的大小有关，水、土压力合算法只能确定出水、土总压力为0的位置，而不能确定出土压力为0的位置。

综上，由等效原则推导出的水、土压力合算公式概念清楚，它是采用总应力指标计算在假定完全不排水条件下饱和黏土进入主动或被动极限平衡状态时的水、土总压力，但该公式并不能考虑渗流对水、土压力的影响；而渗流对水、土压力的影响显著，在实际工程中应加以考虑。

参考文献

- [1] 中国土木工程学会. JGJ 120-2012 建筑基坑支护技术规程[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2012.
China Civil Engineering Society. JGJ 120-2012 technical specification for retaining and protection of building foundation excavations[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2012.
- [2] 魏汝龙. 总应力计算土压力的几个问题[J]. 岩土工程学报, 1995, 17(6): 120-125.
WEI Ru-long. Several questions about estimating the earth pressure together[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1995, 17(6): 120-125.
- [3] 陈愈炯, 温彦峰. 基坑支护结构上的水土压力[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(2): 139-143.
CHEN Yu-jiong, WEN Yan-feng. The earth and water pressures on the retaining structure[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1999, 21(2): 139-143.
- [4] 李广信. 支护结构上水土压力的分算与合算[J]. 岩土工程学报, 2001, 22(3): 348-352.
LI Guang-xin. Estimating the water and earth pressures on the supporting structure around a foundation pit separately and together[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 2001, 22(3): 348-352.
- [5] 宋磊, 温庆博. 基坑支护结构上的水土压力试验及计算[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2003, 43(11): 1572-1575.
SONG Lei, WEN Qing-bo. Earth and water pressures on supporting structure around a foundation pit[J]. *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)*, 2003, 43(11): 1572-1575.
- [6] WINTERKORN HANS F, Fang Hsai Yang. Foundation engineering handbook[M]. New York: Van Nostrand Reinhold Com Publishing, 1975: 427-428.
- [7] PECK R B. Foundation engineering[M]. London: John and Sons publishing, 1974: 451-452.