

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.06.033

热力耦合边界面模型在 COMSOL 中的开发应用

费 康^{1,2}, 刘汉龙¹, 孔纲强¹, 吴宏伟³

(1. 河海大学, 江苏 南京 210098; 2. 扬州大学, 江苏 扬州 225127; 3. 香港科技大学, 香港 999077)

摘 要: 基于边界面理论的热力耦合模型可以模拟边界面形状和尺寸随温度的变化, 能够反映不同超固结比情况下升降温引起的土体体积变化和温度对剪切特性的影响等土体重要的热力学特性。为了在热-流-固耦合分析中采用热力耦合边界面模型, 基于有限元软件 COMSOL, 通过修改内置材料方程、耦合渗流和固体力学控制方程以及添加计算边界面内塑性应变偏微分方程的方法对一热力耦合边界面本构模型进行了二次开发。利用所开发模型, 对一维固结问题、常温等向压缩问题、排水条件下等向升降温问题和不同温度下不排水三轴压缩问题进行了模拟, 验证了模型的可靠性和有效性。

关 键 词: 温度; 本构模型; 边界面; COMSOL; 二次开发

中图分类号: TU 472

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2017) 06-1819-08

Implementation of a thermo-bounding surface model in COMSOL

FEI Kang^{1,2}, LIU Han-long¹, KONG Gang-qiang¹, CHARLES WW Ng³

(1. Hohai University, Nanjing, 210098, China; 2. Yangzhou University, Yangzhou, 225127, China;
3. Hong Kong University of Science and Technology, HongKong, China)

Abstract: Based on bounding surface plasticity theory, both the size and shape of the bounding surface are allowed to change with temperature in the thermo-mechanical model. The thermo-bounding surface model can capture many vital aspects of thermo-mechanical behavior, including volume changes during heating and cooling, and thermal effects on shear behavior. In order to analyse thermo-fluid-solid coupling phenomena, a thermo-bounding surface model is implemented in the software COMSOL. The implementation techniques include modification of the built-in material equations of COMSOL, coupling analysis of pore fluid flow and stress, the addition of partial differential equations to compute plastic strains for any stress path within the bounding surface. The developed model was used to analyze one-dimensional consolidation, isotropic compression test at constant temperature, drained heating and cooling tests and undrained triaxial compression tests at different temperatures. By comparing with the computed and measured results, it is evident that the proposed model is capable to capture key features of the coupled soil behavior.

Keywords: temperature; constitutive model; bounding surface; COMSOL; second development

1 引 言

在地热资源开发、核废料的填埋处置和能源储存及利用等情况下黏土土层将会经历明显的温度变化^[1-2], 相关分析计算中需要合理考虑温度变化对黏土力学特性的影响。总结前人的试验成果, 温度对黏土力学特性的影响主要包括^[3-7]: ① 等应力排水条件下, 黏土在升温过程中会产生体积变化; 当超

固结比 OCR 接近 1 时, 土体将产生不可恢复的收缩变形, OCR 值很大时, 土体主要产生弹性膨胀变形, 中等 OCR 大小时, 土体随温度的增加先膨胀后收缩; 黏土在降温过程中的体积应变通常认为是弹性的。② 不排水条件下, 温度增加将在黏土中引起超孔隙水压力。这一方面是由于土骨架和水之间的热膨胀系数有差异; 另一方面是因为土骨架在温度作用下出现了塑性体积应变。③ 温度对土体的压

收稿日期: 2015-10-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.51378178); 教育部-香港科技局博士点联合基金资助项目 (No.20130094140001, No.M-HKUST603/13); 江苏省“青蓝工程”(苏教师[2016]15号)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51378178), the Specialized Research Fund for the Doctoral Program under cooperative agreement between the Ministry of Education of China and the Research Grants Council of HKSAR (20130094140001, M-HKUST603/13), and the Qing Lan Project (20160512) by the Jiangsu Province Government.

第一作者简介: 费康, 男, 1978年生, 博士, 教授, 主要从事地基基础工程研究。E-mail: kfei@yzu.edu.cn

缩性影响很小,通常认为,等向固结曲线的斜率 λ 和等向回弹曲线的斜率 κ 与温度无关,也有学者认为, κ 随温度的增加而增加^[8]。④ 温度对强度的影响与黏土的种类有关,升温可能引起强度增加,也有可能造成强度下降。⑤ 土体的前期固结应力随温度的增加而减小,即屈服面随着温度增加而收缩(热软化)。

为了模拟温度变化对饱和黏土体积应变的影响,Hueckel等^[9]将修正剑桥模型中控制屈服面大小的前期固结应力取为温度的函数,以此反映弹性区随温度增加而缩小的现象。根据Hueckel模型,正常固结黏土在等应力排水升温条件下将产生塑性压缩体积应变,塑性体积应变的硬化效应正好弥补了温度升高引起的屈服面软化,这与试验中观察到的现象一致^[10-11]。但对于具有较大OCR的超固结黏土,升温之后应力状态点可能仍位于屈服面之内,按Hueckel模型将不会产生塑性体积应变,与试验现象不符。为了弥补这一缺陷,Cui等^[12]在加载屈服面之外引入了额外的温度屈服面,土体变形的弹性区域由温度和加载屈服面共同控制,两种屈服面的硬化规律相互独立,可较为灵活地反映温度变化在土体中产生的应变。另一种模拟温度变化下超固结黏土体积应变特点的做法是采用边界理论。如Laloui等^[13]基于边界理论,同时考虑等向硬化和偏硬化机制,建立了饱和黏土的热塑性本构模型。姚仰平等^[14]以修正剑桥模型为理论基础,在加载面思想框架下建立了考虑温度影响的统一硬化模型。孔令明等^[15]进一步考虑了时间的影响。Zhou等^[16]认为,边界面的大小和性状都随温度改变,采用非相关联的流动法则建立了模型,能较好地反映不同固结比、不同排水条件下温度对黏土力学特性的影响。

考虑温度影响的土体热弹塑性本构模型比常规模型复杂,目前的商业数值计算软件中尚未包含相关模型,导致适用于地热资源开发等领域中岩土工程问题的分析手段较少。数值分析软件COMSOL以有限元法为基础,通过求解偏微分方程实现对真实物理现象的模拟仿真,在多场耦合方面的能力尤其突出,能够较好地模拟热-流-固耦合问题。本文基于COMSOL 5.0的二次开发接口,对Zhou等^[16]基于边界理论建立的热力耦合本构模型(下文简称热边界模型)进行了二次开发,并通过算例验证了二次开发模型的可靠性和热边界模型的优越性。

2 热边界模型

2.1 弹性应变增量

Zhou等^[16]建立的热边界模型假设温度变化不引起弹性剪切应变,则温度及应力改变下的弹性体积应变增量 $d\varepsilon_v^e$ 和弹性剪切应变增量 $d\varepsilon_s^e$ 可分别表示为

$$d\varepsilon_v^e = \frac{dp'}{K} - \frac{\alpha_s}{1+e}dT \quad (1)$$

$$d\varepsilon_s^e = \frac{dq}{3G_0} \quad (2)$$

式中: p' 为平均有效应力; K 为体积模量; e 为孔隙比; α_s 为土骨架的热膨胀系数; T 为温度; q 为偏应力; G_0 为小应变条件下的剪切模量。考虑到弹性模量的非线性, K 和 G_0 表达式分别为

$$K = \frac{1+e}{\kappa}p' \quad (3)$$

$$G_0 = G_{ref}(1+e)^{-3}(p'/p_{ref})^{0.5} \quad (4)$$

式中: G_{ref} 为模型参数; p_{ref} 为参考应力。

2.2 正常固结曲线及前期固结应力

温度升高使得黏土的正常固结曲线向下平移,其方程为

$$v = N(T) - \lambda \ln(p'/p_{ref}) \quad (5)$$

式中: v 为比容, $v = 1+e$; λ 为等向固结曲线的斜率; $N(T)$ 为 $v - \ln p'$ 平面内正常固结线的截距,表示为

$$N(T) = N_0 - r_N(T - T_0) \quad (6)$$

式中: N_0 为参考温度 T_0 下正常固结线的截距; r_N 为材料参数。

考虑到同一屈服面上的状态点具有相同的塑性体积应变,则可得到温度对前期固结应力的影响:

$$p_0(T) = p_0(T_0) \exp(-\beta(T - T_0)) \quad (7)$$

式中: $p_0(T)$ 为不同温度下的前期固结应力; β 为材料参数,按下式确定

$$\beta = r_N/(\lambda - \kappa) \quad (8)$$

式中: κ 为等向回弹曲线的斜率。

2.3 临界状态线

$p' - q$ 平面上的临界状态线方程为

$$q = Mp' \quad (9)$$

式中: M 为临界状态下的应力比, 该模型中认为, 其与温度无关。 $v - \ln p'$ 平面中不同温度下的临界状态线为一系列斜率互相平行的直线, 且斜率与正常固结曲线相同:

$$v = \Gamma(T) - \lambda \ln(p'/p_{\text{ref}}) \quad (10)$$

式中: $\Gamma(T)$ 为 $v - \ln p'$ 平面内临界状态线的截距, 表示为

$$\Gamma(T) = \Gamma_0 - r_T(T - T_0) \quad (11)$$

式中: Γ_0 为参考温度 T_0 下临界状态线的截距; r_T 为材料参数。

2.4 边界面

边界面方程为

$$F = \left(\frac{q}{Mp'} \right)^n + \frac{\ln(p'/p_0(T))}{\ln r} \quad (12)$$

式中: n 和 r 为材料参数。参数 n 决定了边界面的曲率, 与温度无关。参数 r 决定了正常固结曲线与临界状态线在 $v - \ln p'$ 平面上的垂直距离。根据式 (12), 当土体达到临界状态时 $p' = p_0(T)/r$, 则根据式 (6)、(11) 可求得

$$r = \exp \left[\frac{(N_0 - \Gamma_0) - (r_N - r_T)(T - T_0)}{\lambda - \kappa} \right] \quad (13)$$

2.5 映射规则

采用半径映射规则, 投影中心点取为应力空间的零点, 则有

$$\frac{p'}{\bar{p}'} = \frac{q}{\bar{q}} = \frac{\rho}{\bar{\rho}} \quad (14)$$

式中: p' 、 q 为真实点的应力分量; \bar{p}' 、 \bar{q} 为边界面上映像点的应力分量; ρ 、 $\bar{\rho}$ 分别为真实应力点和映像点距离投影中心点的距离。

2.6 流动法则

考虑非相关联的流动法则, 剪胀因子 D_s 表达为

$$D_s = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_s^p} = \frac{M^2(\rho/\bar{\rho}) - \eta^2}{2\eta} \quad (15)$$

式中: $d\varepsilon_v^p$ 为塑性体积应变增量; $d\varepsilon_s^p$ 为塑性剪切应变增量; $\eta = q/p'$ 为应力比。

2.7 边界面的一致性条件

根据边界面的一致性条件有

$$\frac{\partial F}{\partial p'} dp' + \frac{\partial F}{\partial q} dq + \frac{\partial F}{\partial p_0} \frac{\partial p_0}{\partial T} dT + \frac{\partial F}{\partial p_0} \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_v^p} d\varepsilon_v^p = 0 \quad (16)$$

将 $d\varepsilon_v^p$ 表达为 $D_s d\varepsilon_s^p$, 变换可得

$$d\varepsilon_s^p = \frac{1}{K_p} \left(\frac{\partial F}{\partial p'} dp' + \frac{\partial F}{\partial q} dq + \frac{\partial F}{\partial p_0} \frac{\partial p_0}{\partial T} dT \right) \quad (17)$$

式中: K_p 为塑性模量, 表示为

$$K_p = - \frac{\partial F}{\partial p_0} \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_v^p} D_s = \frac{v}{(\lambda - \kappa) \ln r} \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta} \quad (18)$$

式 (17) 仅适用于边界面上的状态点。对状态点位于边界面内部的情况, 式 (18) 修正为

$$K_p = \frac{v}{(\lambda - \kappa) \ln r} \left[\frac{M^2(\bar{\rho}/\rho) - \eta^2}{2\eta} \right] \quad (19)$$

式中: $\bar{\rho}/\rho$ 的引入反映了状态点越接近边界面, 塑性模量越小。

2.8 模型参数小结

热边界面模型包含 10 个参数, 其中 λ 、 κ 、 G_{ref} 、 $N(T_0)$ 和 M 与修正剑桥模型一致; Γ_0 和 n 为控制边界面形状的参数; α_s 、 r_N 和 r_T 是反映温度对土体力学特性影响的参数。 Γ_0 为参考温度 T_0 下 $v - \ln p'$ 平面内临界状态线的截距, n 通过拟合屈服面的形状确定。假设土体在降温过程中产生弹性体积应变, α_s 可通过等应力排水条件下降温试验确定; r_N 和 r_T 通过不同温度下的正常固结线和临界状态线确定。

3 热边界面模型在 COMSOL 中的开发

3.1 COMSOL 二次开发环境

COMSOL 提供了不同层次的二次开发接口, 用户可根据自身需求灵活地选择。

(1) 利用 MATLAB 进行二次开发。用户可以利用 MATLAB 的数据处理功能, 将其作为 COMSOL 和其他软件之间的数据转换接口, 实现不同软件之间的耦合。

(2) 利用应用程序接口 API 进行二次开发。用户可以利用 COMSOL 提供的 API 函数, 编写出界面环境、运行指令等, 构建自己的有限元分析软件。

(3) 利用物理模型创建器进行二次开发。COMSOL 将不同的物理现象直接归结于不同的数学物理方程。用户针对感兴趣的物理现象推导出相应的弱解形式方程后, 可利用 COMSOL 提供的创建器开发出自定义物理场模型, 该模型可直接调用 COMSOL 的前、后处理及求解器功能。这种二次开发方法功能强大, 但需要用户给出数理方程的弱解形式, 难度较大。

(4) 修改 COMSOL 内置方程进行二次开发。COMSOL 数学物理方程中所涉及到的材料属性和边界条件等可以是常数、任意变量的函数或逻辑表达式。这些参数，甚至包括偏微分方程的系数都可以通过 COMSOL 的接口修改。用户也可以额外添加自定义的偏微分方程 (PDEs)，并指定其与其他方程之间的关系，达到耦合计算的目的。这种二次开发方法相对较简单，使用灵活，本文采用该方法对热边界模型进行二次开发。

3.2 边界模型的二次开发

本文拟开发的热边界模型属于临界状态土力学框架，模型中土体的压缩特性（正常固结线）、剪切特性（临界状态线）和边界硬化方程等均与修正剑桥模型类似。为方便起见，热边界模型的二次开发在 COMSOL 软件内置的修正剑桥模型的基础上进行。

3.2.1 COMSOL 中弹塑性问题求解方法

与其他有限元软件中采取的算法类似，COMSOL 中的弹塑性分析分为两个步骤：① 弹性预测，假设增量步为弹性，按弹性本构关系计算增量步终止时的应力状态，检查其是否超出屈服面，若屈服面函数 $F \leq 0$ ，假设正确，若 $F > 0$ ，需进行塑性修正；② 塑性修正，按照一致性条件的要求对应力状态和硬化参数进行调整，确保 F 小于误差允许值。最终应力应满足

$$\sigma = C : (\varepsilon - \varepsilon_{th} - \varepsilon_p) \quad (20)$$

式中： σ 为应力张量； C 为四阶弹性张量； ε 为总应变张量； ε_{th} 为热膨胀应变张量，其余参数意义如前。对热边界模型，式 (20) 及其增量形式依然成立，求解的重点在于合理确定塑性应变，这需要将修正剑桥模型中屈服面、塑性势面和硬化规律等方程进行替换，并考虑边界内加载引起的塑性应变。

3.2.2 本构方程修正

COMSOL 中本构方程的修正无需重新编写程序，只需在指定位置重新给出本构方程的表达式即可。具体步骤为：在 COMSOL 界面的 model builder 区域中选中 equation view 选项，调出内置方程。将修正剑桥模型材料方程中的 solid.Fyield(屈服函数) 更改为式 (12) 的形式，即 $(\text{solid.mises})^{\wedge}fn + ((\text{solid.M} * \text{solid.pm})^{\wedge}fn) * \log(\text{solid.pm}/\text{solid.pc}) / \log(fr)$ 。该式中涉及的数学函数及运算法则符合通用规则，参数符号区分大小写，solid.M 等参数为 COMSOL 内置

的符号，由材料参数输入界面确定， fn 等为热边界模型参数，需由用户在变量定义窗口自行定义并确定其数值。为清晰起见，将模型涉及到的主要自定义参数及 COMSOL 内置符号含义归纳于表 1。

表 1 参数符号含义
Table 1 Definition of variables

| 变量符号 | 含义 | 备注 |
|--------------|---------------------|-----------|
| Solid.Fyield | 屈服面函数 | 内置/固体力学模块 |
| Solid.Qplast | 塑性势面函数 | 内置/固体力学模块 |
| Solid.pm | 平均应力 | 内置/固体力学模块 |
| Solid.mises | 米塞斯应力 | 内置/固体力学模块 |
| Solid.M | 临界状态线斜率 | 内置/固体力学模块 |
| Solid.pc | 前期固结应力 | 内置/固体力学模块 |
| t | 时间 | 内置/全局变量 |
| T | 温度 | 内置/全局变量 |
| p | 流体压力 | 内置/全局变量 |
| fn | 热边界模型参数，式(12)中的 n | 自定义变量 |
| fr | 热边界模型参数，式(12)中的 r | 自定义变量 |

Zhou 等^[16]并未给出塑性势面的明确表达式，而是直接给出了式 (15) 中的剪胀因子。注意到对边界面上的状态点，式 (15) 与修正剑桥模型一致。因此，对塑性势面函数 solid.Qplast 不作改变。

3.2.3 边界内塑性应变的确定

对于边界面上的状态点，修改屈服面后，COMSOL 可以按内置算法得到加载条件下的塑性应变。但对于边界内的状态点，需要额外考虑塑性应变的产生，这里通过耦合偏微分方程的方法来实现。

暂不考虑温度的影响，根据屈服面方程 (12)，将式 (16) 写成率的形式，整理后可得

$$\dot{\varepsilon}_s^p = \frac{1}{K_p} \left[-n \left(\frac{q}{M} \right)^n p'^{-n-1} + \frac{1}{p' \ln r} \right] \dot{p}' \cdot \frac{1}{K_p} n \left(\frac{1}{Mp'} \right)^n q^{n-1} \dot{q} \quad (21)$$

因此，有

$$\dot{\varepsilon}_v^p = D_s \dot{\varepsilon}_s^p \quad (22)$$

已知 $\dot{\varepsilon}_v^p$ 和 $\dot{\varepsilon}_s^p$ 之后，塑性应变变化率分量可写为

$$\begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon}_1^p \\ \dot{\varepsilon}_2^p \\ \dot{\varepsilon}_3^p \\ \dot{\varepsilon}_{12}^p \\ \dot{\varepsilon}_{23}^p \\ \dot{\varepsilon}_{13}^p \end{Bmatrix} = \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_v^p \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \frac{3}{2q} \dot{\varepsilon}_s^p \begin{Bmatrix} \sigma_1 - p'/3 \\ \sigma_2 - p'/3 \\ \sigma_3 - p'/3 \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{Bmatrix} \quad (23)$$

为计算塑性应变分量, 在模型中添加内置的广义偏微分方程接口, 其方程形式为

$$\mathbf{e}_a \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \mathbf{d}_a \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{\Gamma} = \mathbf{f} \quad (24)$$

式中: \mathbf{e}_a 、 \mathbf{d}_a 为方程系数矩阵; \mathbf{u} 为未知量; $\mathbf{\Gamma}$ 为守恒能量项; \mathbf{f} 为源项。在方程系数边界窗口中将 \mathbf{e}_a 取为 0, \mathbf{d}_a 取为 6×6 的单位矩阵, \mathbf{u} 定义为 $\{\varepsilon_1^p \ \varepsilon_2^p \ \varepsilon_3^p \ \varepsilon_{12}^p \ \varepsilon_{23}^p \ \varepsilon_{13}^p\}^T$, $\mathbf{\Gamma}$ 取为 0, \mathbf{f} 为 6×1 的列向量, 按式 (23) 确定, 其中 \dot{p}' 和 \dot{q} 分别写为 $d(\text{solid.pm}, \text{TIME})$ 和 $d(\text{solid.mises}, \text{TIME})$, COMSOL 在求解过程中会自动与本构方程、平衡方程一起耦合求解。需要指出, 为了利用式 (20) 计算应力, 式 (23) 得出的塑性应变分量需与 COMSOL 内部计算的弹性应变分量叠加, 其可通过 Equation View 选项调出内置方程后修改。在根据塑性体积应变计算前期固结应力时, 也应叠加界面内发生的塑性体积应变。

3.3 在固体力学分析中耦合温度的影响

温度场的计算可在 COMSOL 中添加固体传热模块 (heat transfer in solids) 实现。温度对土体力学响应的的影响体现在两方面: ① 产生热膨胀弹性应变; ② 影响土体的前期固结应力等性质, 进而引起塑性应变。热膨胀弹性应变按式 (1) 计算, 并按 (20) 将计算的膨胀应变设置为初始应变。为了计算温度引起的塑性应变, 即在式 (21) 中添加温度项

$$\varepsilon_s^p = \frac{1}{K_p} \left(-n \left(\frac{q}{M} \right)^n p'^{n-1} + \frac{1}{p' \ln r} \right) \dot{p}' + \frac{1}{K_p} n \left(\frac{1}{M p'} \right)^n q^{n-1} \dot{q} + \frac{1}{K_p} \frac{\beta}{\ln r} \dot{T} \quad (25)$$

COMSOL 中用符号 T 代表温度, 则 \dot{T} 表达为 $d(T, \text{time})$ 。获得塑性应变后, 按 3.2 节相似步骤修改内置方程。另外尚需按式 (7) 修改前期固结应力表达式, 按式 (13) 将 r 随温度更新。

需要指出, 模型参数中的 λ 、 κ 、 G_{ref} 、 $N(T_0)$ 和 M 在 COMSOL 材料参数输入界面中赋值, Γ_0 、 n 、 α_s 、 r_N 和 r_T 则需作为全局变量定义并赋值。

3.4 在热-固分析中耦合流体的影响

COMSOL 中孔隙水流动可采用达西定律模块分析, 流体的质量连续方程表示为

$$\rho_f S \frac{\partial u_f}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_f \left[-\frac{k}{\rho_f g} (\nabla u_f + \rho_f g \nabla D) \right] = Q_m \quad (26)$$

式中: ρ_f 为流体的密度; S 为流体储存系数; n 为

孔隙率; k 为渗透系数; g 为重力加速度; u_f 为流体压力, 以压为正; D 为位置高程; Q_m 为源项。

流体储存系数 S 为单位流体压力变化引起孔隙材料中流体体积的改变, 表达为:

$$S = \frac{n}{K_f} + (\alpha_B - n) \frac{1 - \alpha_B}{K_d} \quad (27)$$

式中: K_f 为流体体积压缩模量, 水的体积模量一般取 2×10^9 Pa; K_d 为孔隙材料骨架排水体积压缩模量; α_B 为 Biot-Willis 系数。

$$\alpha_B = 1 - K_d / K_s \quad (28)$$

式中: K_s 为土颗粒压缩模量。对于土体, 因为 $K_d \ll K_s$, $\alpha_B \approx 1$ 。

为了耦合固体对流体的影响, 需在达西渗流模块中将 (26) 中的源项 Q_m 更改为 $-\rho_f \alpha_B \partial \varepsilon_v / \partial t$, $\partial \varepsilon_v / \partial t$ 为热-固分析中得到的体积应变变化率, 包括了温度的影响。注意 COMSOL 中以受拉为正, 饱和土体的 $\partial \varepsilon_v / \partial t > 0$ 意味着外界水体将进入土体, 源项中取负号。

为了耦合流体对固体的影响, 根据有效应力原理, 有

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{th}} - \boldsymbol{\varepsilon}_p) - \alpha_B u_f \mathbf{I} \quad (29)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}$ 为总应力张量, 以拉为正; \mathbf{I} 为单位张量; \mathbf{C} 由排水条件下的材料参数确定的弹性张量。根据式 (29), 在 Equation View 窗口中将 solid.sl11、solid.sl22 和 solid.sl33 共 3 个正应力计算公式在原有的基础上减去流体压力。

4 算例验证

4.1 算例 1: 一维固结问题

某一维地基厚度 $H = 10.0$ m, 土层底面不排水, 顶面排水。地基表面瞬间施加荷载 $\Delta p = 200$ kPa。为与 Terzaghi 固结理论假设对应, 土体取为线弹性材料, 弹性模量 $E = 10$ MPa, 泊松比 $\nu = 0.3$, 对应的压缩模量 $E_s = 13.46$ MPa, 初始孔隙比 $e = 1.0$, 渗透系数 $k = 1 \times 10^{-7}$ m/s, 水的密度 $\rho_w = 1.0$ g/cm³。简化起见, 计算中取一宽 1.0 m, 高 10.0 m 的土柱进行分析, 约束左右两侧的水平位移, 底边的竖向位移, 计算时间总长 1.728×10^6 s (20 d)。图 1 给出了不同时刻孔隙水压力 u_w 沿高程的分布。图中横坐标是从土层底面起算的高程。由图可见, 顶部排水距离短, 孔压消散得快; 底部排水距离长, 孔压消散得慢, 孔压沿高程的分布与 Terzaghi 固结理论一致。图 2 比较了土层顶面沉降的计算值和理论值之间的

关系。结果表明，COMSOL 得到的最终沉降大小和沉降随时间的发展规律均与 Terzaghi 固结理论相吻合。孔压和沉降的计算结果表明，通过修改流体连续方程的源项和应力分量的计算公式能够实现流固耦合分析。

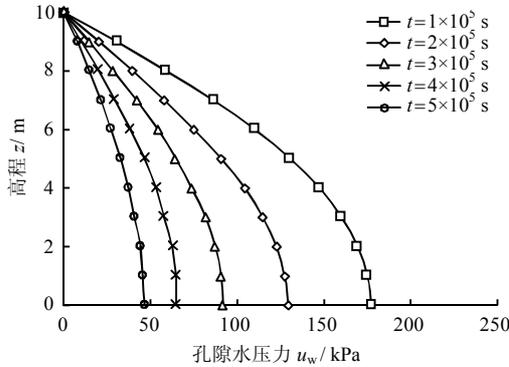


图1 孔压沿高度的分布

Fig.1 Distribution of pore water pressure along height

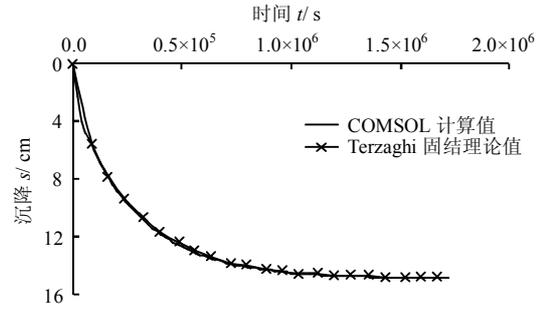


图2 沉降与时间的关系

Fig.2 Relationship between settlement and time

4.2 算例 2: 常温等向压缩问题

为了验证所采用二次开发技术对边界内塑性变形的模拟情况，对一试样的等向压缩进行模拟。为简单起见，试样取为 1 m×1 m×1 m 的单元体，土样的初始平均有效应力 $p'_0 = 100$ kPa，超固结比 OCR 取为 1、2 和 4。表 2 给出了试验应力路径所需的参数。

表 2 模型参数汇总

Table 2 Summary of model parameters

| 算例 | λ | κ | G_{ref} / MPa | N_0 | M | n | Γ_0 | r_N | r_T | $\alpha_s / ^\circ\text{C}^{-1}$ | p_{ref} / kPa |
|----|-----------|----------|------------------------|-------|------|-----|------------|----------------------|----------------------|----------------------------------|------------------------|
| 2 | 0.15 | 0.05 | | 2.00 | | 1.6 | 1.69 | | | | 100 |
| 3 | 0.18 | 0.05 | | 1.95 | | 2.0 | 1.86 | 4.7×10^{-4} | | 0.25×10^{-4} | 1 000 |
| 4 | 0.15 | 0.04 | 150 | 2.85 | 0.85 | 1.3 | 2.77 | 1.0×10^{-4} | 5.6×10^{-4} | 0.30×10^{-4} | 100 |

图 3 给出了根据边界模型算得的不同超固结比下孔隙比与平均有效应力的关系。为对比起见，正常固结线和卸载回弹线也在图中给出。根据修正剑桥模型理论，正常固结土加压后土体状态点沿着正常固结线移动，超固结土则首先沿着卸载回弹线移动，当应力达到前期固结应力后再沿着正常固结线移动。对于边界模型，正常固结土的计算结果与修正剑桥模型理论一致，这是因为边界模型

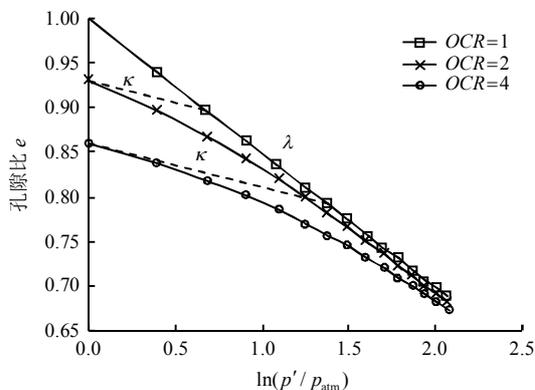


图3 孔隙比与平均有效应力的关系

Fig.3 Relationship between void ratio and mean effective stress

中的边界形状和硬化规律在所选参数下均与修正剑桥模型一致。但超固结土压缩曲线随加载逐渐偏离卸载回弹线，体现了边界内塑性应变的发展，实现了弹性与塑性之间的光滑变化。算例的计算结果表明，通过耦合偏微分方程的方法能够实现边界模型的二次开发。

4.3 算例 3: 等应力排水条件下升-降温问题

文献[16]引用了 Baldi 等^[17]对饱和 Boom 黏土进行的升-降温试验数据。试验中首先使土样在 6 MPa 围压下固结，然后按超固结 OCR 分别为 1、2 和 6 的要求卸载。土样稳定后控制温度按 21.5 °C → 95.0 °C → 21.5 °C 变化。模型材料参数见表 2。

图 4 比较了升-降温循环中 Boom 黏土体积应变的计算值和实测值。计算结果表明，对于 OCR = 1、2 的情况，体积应变的计算值和实测值吻合较好，模型较好地反映了温度循环下产生的塑性收缩变形。尤其是对 OCR = 2 的土样，按照模型参数，在升温过程中前期固结应力将减小大约 20%，此时应力状态点仍将处于屈服面的内部。传统的热弹塑性本构模型无法模拟试验中观测到的塑性体积应变，而在边界模型理论框架下建立的模型能够较好地

体现这一点。计算结果同时表明，对于强超固结土 ($OCR = 6$)，热边界模型计算得到的膨胀变形略小于实测值。这可通过调整式 (19) 中 $\bar{\rho}/\rho$ 对塑性模量的影响来改善模拟效果。

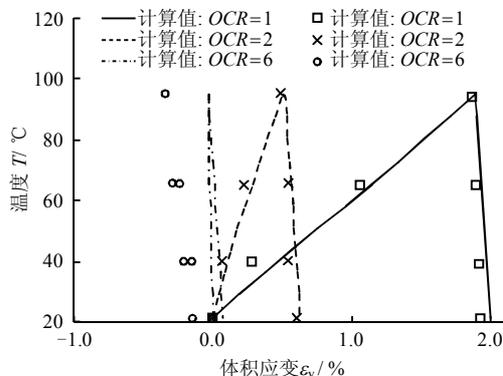


图 4 升-降温循环中 Boom 黏土体积应变变化
Fig.4 Volume changes of Boom clay during heating and cooling cycle

4.4 算例 4：不同温度下不排水三轴压缩问题

Ghahremannejad^[18]对 22.0 °C 和 75.0 °C 下的正常固结 illitic 黏土进行了不排水三轴压缩试验。试验中有效固结应力为 400 kPa，模型计算参数见表 2，不同温度下正常固结线、临界状态线和屈服面形状根据式 (6)、(11) 和 (13) 确定。图 5、6 分别给出了不同温度下偏应力-应变关系和有效应力路径。由于本算例中的 $r_r > r_N$ ，根据式 (13)，参数 r 将随着温度的增加而增加，即正常固结线与临界状态线的距离随温度的增加而增加，这意味着温度越高，土体剪切破坏产生的孔隙水压力越大，土体刚度减小，临界状态下的偏应力降低，计算值与实测值一致，表明所提出的热边界模型二次开发技术能够预测不同温度下 illitic 黏土的不排水三轴应力-应变特性。

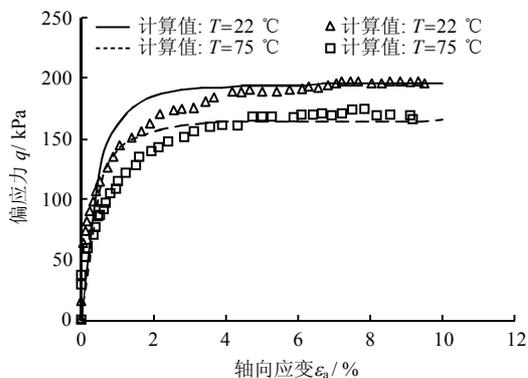


图 5 不同温度下 illitic 黏土偏应力-应变关系
Fig.5 Relationship between deviator stress and shear strain of illitic clay at different temperatures

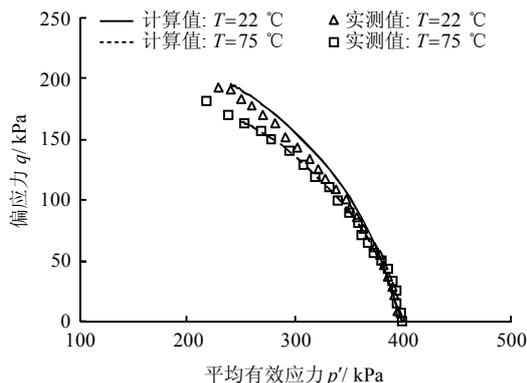


图 6 不同温度下 illitic 黏土有效应力路径
Fig.6 Effective stress path of illitic clay at different temperatures

5 结 论

(1) 基于有限元软件 COMSOL 的二次开发接口，对热力耦合界面本构模型进行了开发。通过修改 COMSOL 材料内置方程，实现了边界形状和尺寸随温度的变化；耦合渗流分析和固体力学分析的控制方程考虑了流-固耦合作用；采用耦合偏微分方程的方法，实现了对界面内塑性应变发展过程的模拟。

(2) 对一维固结、常温等向压缩问题、排水条件下等向升、降温问题和不同温度下不排水三轴压缩问题进行了模拟。结果表明，本文所提出的二次开发技术是可靠有效的，能够将热边界模型用于热-流-固耦合分析，更好地反映温度变化对黏土力学特性的影响。

参 考 文 献

[1] 刘汉龙, 孔纲强, 吴宏伟. 能量桩工程应用研究进展及 PCC 能量桩技术开发[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(1): 176—181.
LIU Han-long, KONG Gang-qiang, WU Hong-wei. Applications of energy piles and technical development of PCC energy piles[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2014, 36(1): 176—181.

[2] 黄旭, 孔纲强, 刘汉龙, 等. 循环温度场作用下 PCC 能量桩热力学特性模型试验研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(3): 667—673.
HUANG Xu, KONG Gang-qiang, LIU Han-long, et al. Experimental research on thermomechanical characteristics of PCC energy pile under cyclic temperature field[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2015, 36(3): 667—673.

[3] HUECKEL T, BALDI G. Thermoplasticity of saturated clays: experimental constitutive study[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1990, 116(12): 1778—1796.

[4] KUNTIWATTANAKUL P, TOWHATA I, OHISHI K,

- et al. Temperature effects on undrained shear characteristics of clay[J]. **Soils and Foundations**, 1995, 35(1): 147–162.
- [5] ABUEL-NAGA H M, BERGADO D T, BOUAZZA A. Thermally induced volume change and excess pore water pressure of soft Bangkok clay[J]. **Engineering Geology**, 2007, 89(1): 144–154.
- [6] ABUEL-NAGA H M, BERGADO D T, LIM B F. Effect of temperature on shear strength and yielding behavior of soft Bangkok clay[J]. **Soils and foundations**, 2007, 47(3): 423–436.
- [7] DI DONNA A, LALOU L. Response of soil subjected to thermal cyclic loading: Experimental and constitutive study[J]. **Engineering Geology**, 2015, 190: 65–76.
- [8] GRAHAM J, TANAKA N, CRILLY T, et al. Modified cam-clay modeling of temperature effects in clays[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2001, 38(3): 608–621.
- [9] HUECKEL T, BORSETTO M. Thermoplasticity of saturated soils and shales: Constitutive equations[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1990, 116(12): 1765–1777.
- [10] SENEVIRATNE H N, CARTER J P, AIREY D W, et al. A review of models for predicting the thermomechanical behavior of soft clays[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1993, 17(10): 715–733.
- [11] HONG P Y, PEREIRA J M, TANG A M, et al. On some advanced thermo-mechanical models for saturated clays[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2013, 37(17): 2952–2971.
- [12] CUI Y J, SULTAN N, DELAGE P. A thermomechanical model for saturated clays[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2000, 37(3): 607–620.
- [13] LALOU L, FRANCOIS B. ACMEG-T: Soil thermoplasticity model[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 2009, 135(9): 932–944.
- [14] 姚仰平, 杨一帆, 牛雷. 考虑温度影响的 UH 模型[J]. **中国科学: 技术科学**, 2011, 41(2): 158–169.
- YAO Yang-ping, YANG Yi-fan, NIU LEI. UH model considering temperature effects[J]. **Science China Technological Sciences**, 2011, 54: 190–202.
- [15] 孔令明, 姚仰平. 超固结土热-黏弹塑性本构关系[J]. **岩土力学**, 2015, 36(增刊 1): 1–8.
- KONG Ling-ming, YAO Yang-ping. Thermo-visco-elastoplastic constitutive relation for overconsolidated clay[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(Supp.1): 1–8.
- [16] ZHOU C, NG C W W. A thermomechanical model for saturated soil at small and large strains[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2015, 52(999): 1–10.
- [17] BALDI G, HUECKEL T, PEANO A, et al. Developments in modeling of thermo-hydro-mechanical behavior of Boom clay and clay-based buffer materials[R]. Luxembourg: Commission of the European Communities, 1991.
- [18] GHAREMANNEJAD B. Thermo-mechanical behavior of two reconstituted clays[D]. Sydney: University of Sydney, 2006.

上接第 1818 页

- [15] TAIEBAT M, SHAHIR H, PAK A. Study of pore pressure variation during liquefaction using two constitutive models for sand[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2007, 27(1): 60–72.
- [16] SHAHIR H, PAK A. Estimating liquefaction-induced settlement of shallow foundations by numerical approach[J]. **Computers and Geotechnics**, 2010, 37(3): 267–279.
- [17] RAHMANI A, GHASEMI F O, PAK A. Investigation of the influence of permeability coefficient on the numerical modeling of the liquefaction phenomenon[J]. **Scientia Iranica**, 2012, 19(2): 179–187.
- [18] SHAHIR H, MOHAMMADI-HAJI B, GHASSEMI A. Employing a variable permeability model in numerical simulation of saturated sand behavior under earthquake loading[J]. **Computers and Geotechnics**, 2014, 55(1): 211–223.
- [19] 梁甜. 含粘粒砂土抗液化性能的剪切波速表征研究[D]. 浙江大学, 2013.
- LIANG Tian. Characterizing liquefaction resistance of clayey sand by shear wave velocity[D]. Zhejiang University, 2013.
- [20] TAYLOR D W. Fundamentals of soil mechanics[M]. New York: John Wiley and Sons Inc, 1948: 700.
- [21] YANG Z, LU J, ELGAMAL A. OpenSees soil models and solid-fluid fully coupled elements[M]. California: University of California, 2008.
- [22] DASHITI S, BRAY J D. Numerical insights into liquefaction-induced building settlement[C]//Proceeding of the 2012 Geo-Congress. Oakland: Geo-Institute, ASCE, 2012.
- [23] 周燕国, 李永刚, 丁海军, 等. 砂土液化后再固结体变规律表征与离心模型试验验证[J]. **岩土工程学报**, 2014, 10(10): 1838–1845.
- ZHOU Yan-guo, LI Yong-gang, DING Hai-jun, et al. Characterization of reconsolidation volumetric strain of liquefied sand and validation by centrifuge model tests[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2014, 10(10): 1838–1845.