

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.07.036

颗粒破碎的三维离散元模拟研究

张科芬^{1,2}, 张 升^{1,2}, 滕继东^{1,2}, 盛岱超^{1,3}

(1. 中南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410075; 2. 中南大学 高速铁路建造技术国家工程实验室, 湖南 长沙 410075;
3. 纽卡斯尔大学 工程学院, 澳大利亚 NSW2308)

摘 要: 采用 PFC 等离散元方法研究岩土材料的颗粒破碎已经成为热点。采用考虑局部应力集中的点荷载破碎准则, 利用阿波罗填充和膨胀法保证破碎前、后颗粒之间的种群平衡, 并引入尺寸因子来表征不同粒径的颗粒强度。在此基础上, 开展了石英砂、钙质砂和萨克拉门托河砂 3 种不同破碎难易程度材料的数值试验, 并与室内试验结果进行对比。结果表明: 建立的三维颗粒破碎模型能够很好地描述破碎难易程度不同的颗粒材料的压缩特性; 考虑应力集中效应的点荷载破碎准则比基于平均应力 Mohr-Coulomb 理论的颗粒破碎准则更能真实地反应颗粒材料的破碎现象。同时, 所建立的模型能够揭示破碎对颗粒材料各向异性消散和级配曲线演化的影响规律。

关 键 词: 颗粒破碎; 离散元法; 多代子颗粒; 破碎准则

中图分类号: TU 43

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2017)07-2119-09

3D numerical simulation of particle breakage using discrete element method

ZHANG Ke-fen^{1,2}, ZHANG Sheng^{1,2}, TENG Ji-dong^{1,2}, SHENG Dai-chao^{1,3}

(1. School of Civil Engineering, Central South University, Changsha, Hunan 410075, China; 2. National Engineering Laboratory for High Speed Railway Construction, Central South University, Changsha, Hunan 410075, China; 3. School of Engineering, The University of Newcastle, NSW2308, Australia)

Abstract: Discrete element method (DEM), such as particle flow code (PFC), has become one of the current highlights to investigate the particle breakage process in the geotechnical field. In this study, based on the point load crushing criterion considering the local stress concentration, a three-dimensional (3D) particle crushing model was established. Particularly, the particle balance among particles before and after crushing is ensured by the Apollo filling and expansion method, and a size effect factor is used to characterize strength of particles with different sizes. Then, numerical simulations were performed on three types of sand with different degrees of breakage, namely silica sand, calcareous sand and Sacramento River sand. The comparisons of numerical and experimental results show that the established model can well describe compressive properties of granular materials with different degrees of breakage. Comparing with the failure criterion rooted in Mohr-Coulomb theory on the basis of mean stress, the criterion in the established model shows a better manner in reflecting the real fragmentation phenomena under the same loading condition. At the same time, the established model reveals the influence of crushing on the anisotropic dissipation and gradation evolution of granular materials.

Keywords: particle breakage; discrete element method; multi-generations of particles; crushing criterion

1 引 言

岩土材料是典型的颗粒材料, 颗粒破碎则是其固有特性。通过试验了解颗粒破碎的规律及其对宏观力学特性的影响是相关研究的基础, 但由于物理试验存在的局限性, 利用 PFC 等离散元方法开展虚

拟数值试验已经成为研究热点。如 Jiang 等^[1]借助 PFC 进行了不同含水率结构性黄土的双轴试验, 探究了黄土和类黄土材料在复杂应力路径下的湿陷特性; Wood 等^[2]开展各向同性试验和剪切试验探讨了试样的临界状态与颗粒级配曲线之间的关系; Shamy 等^[3]采用流体-颗粒耦合的方法开展了动力

收稿日期: 2016-07-06

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)项目(No. 2014CB047001); 国家自然科学基金项目(No. 41340012, No. 51508578)。

This work was supported by the National Basic Research Program of China (973 Program) (2014CB047001) and the National Natural Science Foundation of China (41340012, 51508578).

第一作者简介: 张科芬, 女, 1993 年生, 硕士, 主要从事岩土材料颗粒破碎特性等方面的研究工作。E-mail: kfzhang0314@163.com

通讯作者: 张升, 男, 1979 年生, 博士, 副教授, 主要从事岩土材料本构特性等方面的研究与教学工作。E-mail: zhang-sheng@csu.edu.cn

激励下饱和砂土的液化研究。

在前人研究的基础上, 本文将基于 PFC 软件, 通过引入考虑颗粒应力集中的破碎准则, 提出三维的膨胀法, 建立颗粒破碎的离散元数值试验模型; 并通过与物理试验对比, 验证所提出数值试验模型的适用性; 在此基础上, 研究破碎对材料体积变形特性、各向异性消散、级配演化等影响规律。

2 颗粒破碎的离散元模型

真实破碎的物理过程是外界条件变化导致大颗粒变成小颗粒的过程。因此, 利用离散元模拟破碎, 最自然的方法是先用小颗粒粘绑定为一个颗粒, 当受到的力大于设定的绑定力时, 大颗粒将会破碎。该方法最大的优点是能够模拟不同的颗粒形状, 因此, 有着广泛的应用^[4-8], 但也存在明显的缺陷。首先是模型尺寸变大需要较多颗粒时, 该方法的计算效率将明显下降, 如 Bono 等^[9]认为, 绑定的大颗粒应该至少需要 500 个小颗粒组成, 才能较好地反映颗粒强度的尺寸效应。更为重要的是, 颗粒无法进行二次破碎, 颗粒间粘结力确定比较复杂, 破碎准则不明确。因此, 多代法在解决这一问题方面具有优势。多代法的核心思想是种群平衡, 即用一系列新繁殖的小颗粒替换某个发生破碎的大颗粒, 发生破碎的颗粒称为母颗粒, 替换的小颗粒称为子颗粒。采用多代法进行破碎模拟, 其核心问题包括: 破碎强度准则的确定和子颗粒繁殖过程的模拟^[10]。本文将分别进行论述。

2.1 破碎强度准则

研究者提出了一系列应用于多代法的破碎准则。实际上, 破碎准则是一个阈值条件, 当颗粒的受力状态超过该条件, 时将会发生破碎。一种途径是基于颗粒整体的应力状态, 采用经典的断裂准则等作为破碎准则, 如 Tsougui 等^[11]的等效二维 Drucker-Prager 准则, Bono 等^[12]的 Von Mises 准则, Zhou 等^[13]的 Mohr-Coulomb 准则。此类方法相对简单, 但实际的破碎往往是由于局部应力集中产生的最大接触力所导致的。

针对此不足, 有的学者开始直接采用颗粒的最大接触力作为判别的极限条件^[14], 例如 Lobo-Gurrero^[15]采用二维圆盘的极限拉应力作为破碎条件; Ben-Nun 等^[16]则采用与 I 型和 II 型裂纹相适应的破碎准则, 实际上这些方法仍然采用颗粒个体的特征强度作为判别条件, 没有完全考虑颗粒的局部应力集中。

Russell 等^[17]开展的真实物理试验为相关研究

提供了新的思路, 他们通过单个球体颗粒的点荷载试验得出了一个两参数的破碎准则, 同时通过不同直径球体颗粒的压缩试验得到了流动剪切强度的表达式, 随后证明了该式同样适用于配位数在 6~12 的球体颗粒群^[18]。流动剪切强度与作用在颗粒上的最大接触力密切相关, 最大接触力的值越大, 流动剪切强度也越大。可以据此建立一个完全考虑颗粒局部应力集中的破碎准则:

$$\kappa_{\text{mob}} \leq \kappa \quad (1)$$

式中: κ_{mob} 和 κ 分别为颗粒的流动强度和固有强度。当计算所得的流动强度大于固有强度时, 则颗粒发生破碎。 κ_{mob} 可以由 Russell 等^[17]的工作获取: 在点荷载试验中假定接触力只作用在一个很小的范围内, 则 κ_{mob} 是距离接触点下方 $R \tan \theta_0$ 处的最大值 (见图 1)。且单一接触荷载作用下的最大流动强度为

$$\kappa_{\text{mob}} = \frac{\sqrt{3}(1+\chi^2)}{\chi} \cdot \frac{\left(\frac{3}{32} + \frac{\sqrt{2}}{24} + \left(\frac{\sqrt{2}}{12} - \frac{1}{4} \right) \nu + \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{3} \right) \nu^2 \right)}{(2-\sqrt{2})(1+\nu)} \cdot \frac{F}{\pi R^2 \sin^2 \theta_0} \quad (2)$$

式中: ν 为泊松比; χ 为反应材料微观结构的一个参数, 其值在 10~170 之间^[19]; F 为荷载值; R 为颗粒的半径; θ_0 为 F 作用范围的圆心角。

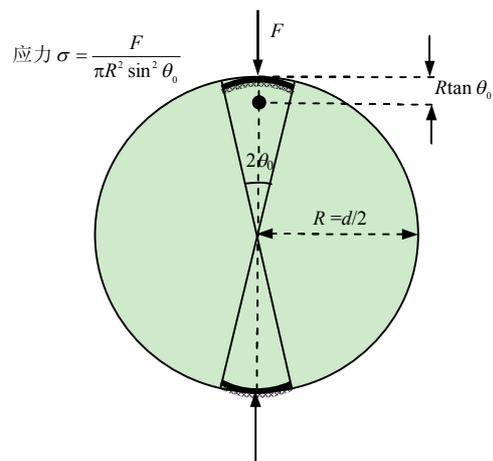


图 1 球形颗粒受点荷载 F 作用范围及产生的等效应力^[17]
Fig.1 Range of spherical particles affected by point load F and induced equivalent stress^[17]

Russell 等^[18]人进一步证明式 (2) 对球形颗粒在多个接触荷载作用下也是成立的, 此时 F 为作用

在颗粒上的最大法向接触力。该式可以简写为

$$\kappa_{\text{mob}} = f(\chi, \nu) \frac{F}{\pi R^2 \sin^2 \theta_0} \quad (3)$$

将式(3)代入式(1)中, 可得法向接触力的极限条件为

$$F \leq \frac{\kappa}{f(\chi, \nu)} \pi R^2 \sin^2 \theta_0 \quad (4)$$

而对于固有强度 κ , Christensen^[19]认为, 其与材料本身的抗拉、抗压强度等材料属性相关。为了进一步探明其关系, 将式(4)的右侧改写为

$$\begin{aligned} \frac{\kappa}{f(\chi, \nu)} \pi R^2 \sin^2 \theta_0 &= \sigma_{\text{lim}} A_F = F_{\text{lim}} \\ \Rightarrow \sigma_{\text{lim}} &= \frac{\kappa}{f(\chi, \nu)} \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)中极限作用力 F_{lim} 是极限强度值 σ_{lim} 和作用域面积 $A_F (= \pi R^2 \sin^2 \theta_0)$, 如图1所示)的乘积。 σ_{lim} 是与材料参数相关的材料极限强度值, 且存在尺寸效应。物理试验多次证实, 越小粒径的颗粒其强度越高。本文引入尺寸因子 f_{size} 来考虑不同直径颗粒的平均强度值, McDowell^[20]的研究表明, 颗粒的破碎强度满足 Weibull 分布, 因此, 尺寸因子可以表示为

$$\sigma_{\text{lim}} = \sigma_{\text{lim},0} f_{\text{size}}(d) \quad (6)$$

$$f_{\text{size}}(d) = \left(\frac{d}{d_0} \right)^{-3/m} \quad (7)$$

式中: m 为 Weibull 模量, 随强度提高而减小, 土体取值一般在 5~10; $\sigma_{\text{lim},0}$ 为粒径为 d_0 的颗粒的平均极限强度; d_0 为参考直径, 根据文献[21-23]的研究, 本文选为 2 mm。

本文数值模拟试验采用非线性的赫兹-明德林接触模型^[24], 利用赫兹接触理论确定作用域面积 A_F , 即接触域为弹性参数 E 、 ν 和接触力的函数, 对光滑的球体颗粒, 接触域的半径为

$$r_F = \left(\frac{3Fr'}{4E'} \right)^{1/3} \quad (8)$$

其中,

$$r' = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)^{-1} \quad (9)$$

$$E' = \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \quad (10)$$

式中: r_1 和 r_2 分别是两个接触颗粒的半径; E_1 、 ν_1 和 E_2 、 ν_2 分别为 2 个接触颗粒的弹性模量和泊松比。

2.2 子颗粒的繁殖过程

在采用子颗粒替换破碎后的母颗粒的方法中, 一般有两种途径: 一种是采用无相互重叠的子颗粒, 该方法可以避免颗粒间的额外作用力, 但质量不能守恒; 另一种为了保证质量守恒, 却使得子颗粒间存在大量重叠, 从而导致子颗粒间额外的作用力, 并引起不必要的破碎。为了解决这个问题, 杨贵等^[25]采用了密度法, 即增加子颗粒的密度使破碎前、后密度不变, 但该方法会引入额外的孔隙体积; Astrom 等^[14]提出填充法, 即在破碎后的颗粒周围的间隙处填充破碎前、后的质量差等量的细小颗粒; Ben-Nun 等^[16]采用了二维的膨胀法, 该方法分为两个阶段: 填充阶段在母颗粒的范围内生成无相互重叠的子颗粒; 膨胀阶段将子颗粒的体积线性膨胀至满足质量守恒, 该方法的实现借助于两个离散动态时步-局部时步和整体时步。本文基于 Ben-Nun 的方法, 将之拓展到三维问题, 并实现质量守恒和无重叠的子颗粒布局。

在填充阶段, Ben-Nun 的膨胀法考虑的是二维问题, 不需采用特别的填充方法; 而针对三维问题则需要进一步研究。Borkovec 等^[26]提出的阿波罗填充, 其极限分维数为 2.47, 与大部分岩土材料的极限颗粒级配曲线的分维数相接近; 同时, Ciantia 等^[23]的研究表明, 采用 14 个球体后的宏观力学响应已达到足够的精度。因此, 本文将采用 14 个球体的阿波罗填充, 即在一个球形区域内无相互重叠并外切的球体布局, 如图 2(b)所示。在膨胀阶段, 快速线性膨胀子颗粒的体积至满足破碎前、后的质量和体积守恒, 如图 2(c)所示。

此外, 为了提高计算效率, 设定了一个能发生破碎的最小颗粒尺寸 d_{limit} , 小于该尺寸的颗粒将不再继续破碎, 称为破碎极限。引入破碎极限并不会改变模型的宏观响应, 如 McDowell 和 Bono 使用了 $d_{\text{limit}}/d_{50}=0.25$ 的极限尺寸, 结果显示, 在高应力下材料的压缩性会减小, 与物理试验结果相吻合。本文将采用的极限尺寸 $d_{\text{limit}}/d_{\text{min}}=0.25$, d_{min} 为模型中初始最小颗粒的直径。因 d_{50} 大小与 d_{min} 直接相关, 且 d_{min} 值更小, 破碎极限尺寸愈小, 颗粒破碎将更加充分。

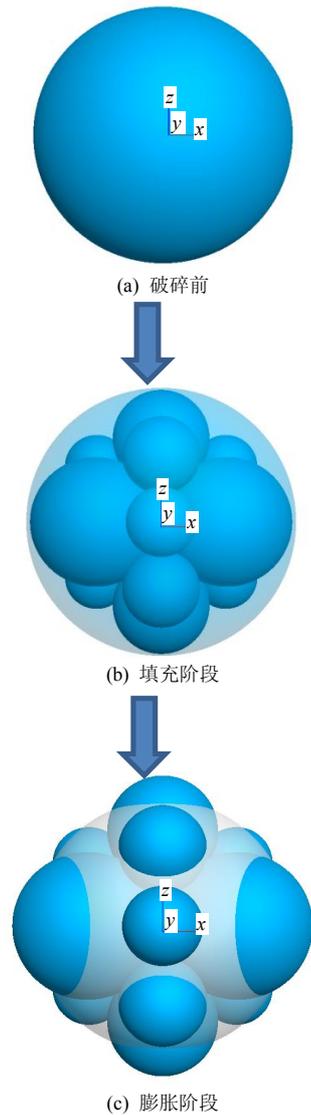


图2 破碎后采用阿波罗填充的子颗粒布局

Fig.2 Sub-particle layouts after breaking with Apollo filling

表1 离散元法数值模拟的参数

Table 1 Parameters of discrete element method for numerical simulation

材料名称	D/mm	H/mm	e_{int}	f_u	G/GPa	ν	$\sigma_{\text{lim},0}/\text{MPa}$	d_{50}/mm	θ_0/rad	m	$d_{\text{limit}}/\text{mm}$	$\rho_s/(\text{g}/\text{cm}^3)$
石英砂	50.0	10.0	0.63	0.577	3.00	0.3	1 800	3.1	式(8)	10	$0.25d_{\text{min}}$	2.65
钙质砂	61.8	20.0	1.17	0.577	0.08	0.3	500	0.75	式(8)	10	$0.25d_{\text{min}}$	2.79
萨克拉门托河砂	50.0	50.0	0.79	0.577	1.00	0.3	1 000	7.7	式(8)	10	$0.25d_{\text{min}}$	2.68
			0.88									
			0.72									

注: D 为试样的直径; H 为试样的高度; e_{int} 为 10 kPa 时的试样初始孔隙比; f_u 为颗粒细观摩擦系数; G 为颗粒的剪切模量; ν 为颗粒的泊松比; $\sigma_{\text{lim},0}$ 为直径为 1 mm 的颗粒的极限强度; d_{50} 为过筛率为 50% 的颗粒粒径; θ_0 为接触圆心角; m 为 Weibull 模量; d_{limit} 为破碎极限粒径; ρ_s 为颗粒密度。

可以看出, 数值试验能较好地反映出石英砂在高应力下的破碎, 存在明显的破碎拐点等特性。局部应力集中是导致难以破碎的石英砂发生破碎的重要因素, 本文采用的 Russell&Muir Wood^[17]破碎准则就能够很好地体现这一特性。图 3 中虚线是在相

3 数值模型的验证

3.1 数值试验的模型参数

本文将通过对比物理试验成果, 来验证所建立的数值模型, 选取钙质砂、萨克拉门托河砂、石英砂 3 种破碎难易程度不同的材料进行验证。Nakata 等^[27]进行了石英砂的一维压缩试验, 试验表明, 难破碎的石英砂, 在高应力下 ($\geq 10 \text{ MPa}$) 也会发生显著破碎, 且存在明显的破碎拐点。张家铭等^[28]对南海钙质砂进行了侧限压缩试验, 由于钙质砂的易破碎, 其破碎持续发生, $e-\lg \sigma_v$ 为典型的曲线。Lee 等^[29]对中等破碎的萨克拉门托河砂进行不同初始密度的各向同性压缩试验, 试验结果表明, 初始孔隙率不影响破碎的最终状态。

数值模型参数如表 1 (其数据为赫兹接触模型所用) 所述, 采用半径膨胀法使试样达到相对密度的目标值, 然后将颗粒的线速度和角速度均置 0。随后对得到的初始平衡试样施加各向同性的固结压力 10 kPa, 使试样内部达到初始应力场并使其孔隙比逼近物理试验的初始孔隙比 (误差控制在 5% 之内) 从表 1 可以看出, 颗粒材料破碎的难易程度主要由相同参考粒径下的颗粒强度 $\sigma_{\text{lim},0}$ 及表征颗粒坚硬程度的剪切模量 G 控制。

3.2 模型结果验证

Nakata 的石英砂一维压缩试验, 其初始孔隙比为 0.6 ± 0.03 , 颗粒粒径在 1.4~1.7 mm 之间。试样直径为 50 mm, 高度为 10 mm。

图 3 是数值和物理试验的压缩曲线对比。

同的细观参数 (模型尺寸、初始孔隙比、摩擦系数、弹性参数、颗粒的极限破碎强度) 下采用文献[13]的 Mohr-Coulomb 理论的破碎准则得到的压缩曲线, 在加载结束时仅有几十个颗粒发生了破碎, 而 Russell&Muir Wood 破碎准则有 2 000 多个颗粒发生

了破碎。这是由于 Russell&Muir Wood 准则是基于颗粒受集中荷载推导而来的，更能反映接触力作用下的颗粒应力集中现象；而 Mohr-Coulomb 准则是基于整个颗粒的平均应力，即式 (11)，颗粒在粒间接触力作用下，应力不可能是均匀分布的，Mohr-Coulomb 准则不能体现出颗粒间接触力作用下应力的集中现象，而真实物理现象是在材料在应力集中处开始萌芽裂纹从而引起破碎。因此 Mohr-Coulomb 理论的破碎准则并不能真实地反应颗粒材料的破碎，这与 Bono 等^[30]的研究成果相符。

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{V_p} \sum_{c \in N_c} f_j^c d_i^c \quad (11)$$

式中： V_p 为颗粒的体积； N_c 为颗粒总的接触数目； f_j^c 为接触力在 j 方向的分量； d_i^c 为相接触两颗粒的圆心距在 i 方向的分量。

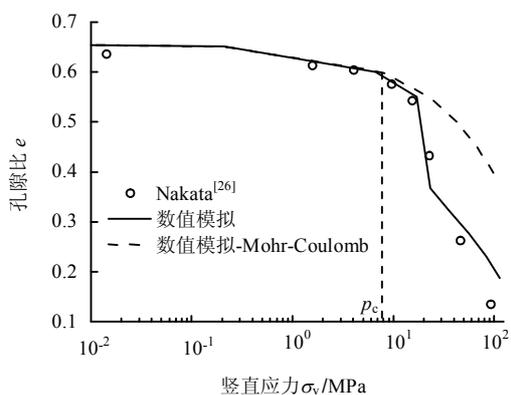


图 3 石英砂一维压缩曲线

Fig.3 One-dimensional compression curves for silica sand

图 4 是加载前、后的数值模拟试样，灰色、白色、黑色的颗粒分别代表原始的颗粒、1 级破碎后的颗粒和 2 级破碎后的颗粒。压缩曲线在破碎拐点后的压缩性提高主要是由于大量的颗粒破碎，即图 4(b)中的绿色颗粒与红色颗粒的大范围出现。同时可以发现，颗粒在受荷作用下很难发生 3 级破碎，这是因为颗粒在发生 2 级破碎后，其粒径变得较小，存在初始缺陷的概率较小，其极限强度值变大（由式 (6) 可知），更不容易发生破碎。

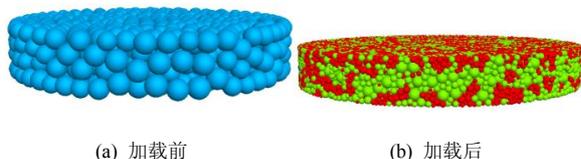


图 4 试验前后的试样

Fig.4 Numerical models of pre-test and post-test

张家铭等^[28]进行侧限压缩试验的南海钙质砂的相对密度为 2.79, $e_{min}=1.09$, $e_{max}=2.46$, 最大粒径为 2 mm, 不均匀系数为 2.02。试样尺寸直径为 61.8 mm, 高度为 20 mm。

图 5 是数值和物理试验的压缩曲线对比。由于钙质砂的易破碎性，在较低的应力水平下也会产生明显的颗粒破碎。对比不破碎的曲线，可见颗粒破碎使得试样的压缩性提高。

为了探究初始孔隙比对压缩特性的影响，选取 Lee 等^[29]对中等破碎强度的萨克拉门托河砂各向同性压缩试验进行模拟。萨克拉门托河砂的相对密度为 2.68, $e_{min}=0.61$, $e_{max}=1.03$ ；形状近似于球形。Lee 等^[29]分别对初始孔隙比为 0.87 的松砂、0.78 的中密砂、0.71 的密砂进行了各向同性试验。由于文中并未给出试验前的初始级配，数值试验中将选取 7.0~8.5 mm 的单一粒径组颗粒作为初始级配，其他参数见表 1。

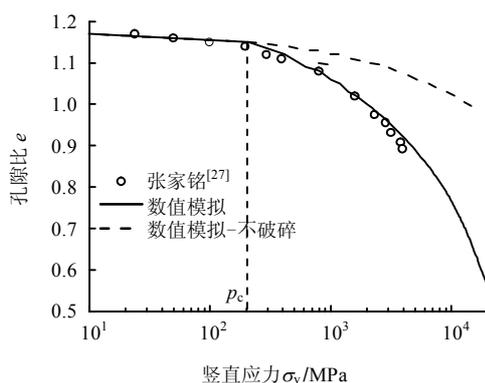


图 5 钙质砂一维压缩曲线

Fig.5 One-dimensional compression curves for calcareous sand

图 6 是数值和物理试验的压缩曲线对比。试验结果表明，即使初始的密实度不同，但在高应力下压缩曲线趋于一致，即初始孔隙比对压缩特性的影响随着应力的增大而减小，以至消失。这是因为随着应力水平的增高，颗粒的定向排列逐渐完成后，所受应力水平超过其自身强度的颗粒开始破碎，此后的压缩特性主要受颗粒破碎所控制，即不同初始的孔隙率试样，拥有一致的破碎极限状态。

陈生水等^[31]认为，存在某一屈服应力 p_c ，当应力水平超过屈服应力后，颗粒开始发生明显破碎，其值的大小可衡量颗粒破碎的难易程度。如图 3、5、6 所示，压缩曲线显著下弯点为材料的屈服应力 p_c 。表 2 是数值模拟试验中 3 种材料的屈服应力，其中

石英砂在 7.9 MPa 的高应力下才开始有明显的颗粒破碎发生, 而钙质砂在 0.2 MPa 的应力下即已开始破碎, 萨克拉门托河砂的屈服应力介于两者之间。即进一步说明数值模拟试验的 3 种材料其颗粒破碎难易程度的不同。

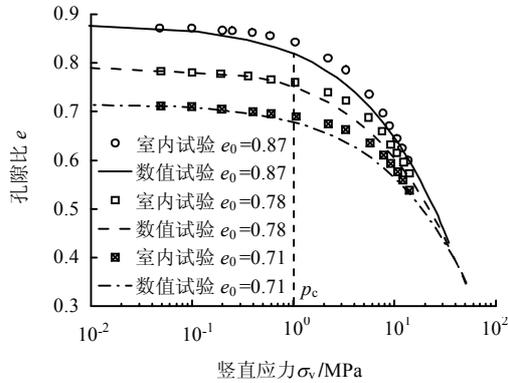


图 6 萨克拉门托河砂各向同性压缩曲线
Fig.6 Isotropic compression curves for Sacramento River sand

表 2 3 种颗粒材料的屈服应力 (单位: MPa)
Table 2 Crushing stresses of three different granular materials (unit: MPa)

颗粒	p_c /MPa
石英砂	7.9
萨克拉门托河砂	1.0
钙质砂	0.2

4 数值模型的表现

4.1 破碎下的各向异性演化规律

由于颗粒天然的不均匀, 颗粒材料普遍具有初始的各向异性。而在加载过程中, 颗粒材料的微结构会随着颗粒的重排列和破碎等改变, 使颗粒材料初始的各向异性逐步消散并趋于各向同性。

图 7 为石英砂一维压缩试样的细观各向异性演化规律玫瑰图 (模型参数同上), 分析了初始试样及竖直应力分别为 10、50、100 MPa 这 4 个阶段的接触法向、接触法向力、接触切向力的各向异性玫瑰图。图中每 5° 绘制一个区间, 统计接触方向、法向接触力和切向接触力, 图中的接触方向表示落入该角度区间的接触点总数, 法向接触力、切向接触力分别为落入该角度区间内接触点处法向接触力、切向接触力的平均值, 并投影到 XY 平面。

由图可知, 加载前试样的接触主方向位于水平面方向, 其他方向的接触数目较少, 基本是各向同性的; 随着竖直应力的增大, 接触数目逐渐增多,

即在加载中, 由于颗粒破碎产生了新的颗粒, 导致颗粒数目和接触数目均增多, 接触的主方向仍然在水平向, 接触法向曲线呈现“倒 8 字状”。加载前的法向接触力在各个方向基本呈现均匀分布且均小于 1 N; 在加载中, 法向接触力的大小不断增大, 且法向接触力的主方向位于竖直方向, 100 MPa 时的法向接触力较加载的中间过程分布更为均匀。加载前, 试样未受任何外荷作用, 无切向接触力; 伴随着竖直方向的加载, 颗粒间的切向接触力逐渐增大, 且随着颗粒破碎演化, 切向接触力分布趋于各向方向相同, 说明破碎的发生使得材料的性质更加均匀。

4.2 破碎下的级配演化规律

随着颗粒的破碎, 试样中小颗粒增多, 级配曲线不断抬升, 并将趋于最终的分形级配。利用所建立的数值模型模拟不同试验条件下, 随破碎发展的石英砂、钙质砂、萨克拉门托河砂的级配演化规律 (模型参数同上), 结果如图 8~10 所示。分析数值试验结果可以发现:

(1) 随着荷载变大, 3 种材料的级配曲线都呈抬升趋势, 表明材料都发生了破碎, 且破碎荷载与材料颗粒的破碎强度相关。

(2) 随着破碎的发生, 颗粒级配趋于分形; 最易破碎的钙质砂最早达到破碎极限 ($\sigma_v \approx 10$ MPa), 其次为萨克拉门托河砂 ($\sigma_v \approx 80$ MPa), 而最难破碎的石英砂尚未达到破碎极限。

(3) 初始单一粒径的石英砂和萨克拉门托河砂破碎过程中会产生许多细小粒径; 初始粒径分布较广的钙质砂在破碎过程中, 其最小粒径的变化不大, 这是由于试样的小颗粒强度高, 从而发生破碎的概率低, 颗粒的破碎主要来源于试样中的中粗粒径。

5 结 论

(1) Russell 等^[17]提出的破碎准则可以很好地应用于离散元中作为球形颗粒的破碎准则, 该准则相对于基于平均应力的 Mohr-Coulomb 准则更能反映颗粒的真实受荷破碎。

(2) 颗粒的极限强度 $\sigma_{lim,0}$ 和剪切模量 G 决定颗粒材料破碎的难易程度; G 值越大, 颗粒越坚硬; $\sigma_{lim,0}$ 值越大, 同一粒径的颗粒强度越高, 越不易发生破碎; 大颗粒破碎成的小颗粒具有更高的强度。

(3) 数值试验能够描述破碎下的材料体积变形特性、各向异性消散、级配演化等规律。

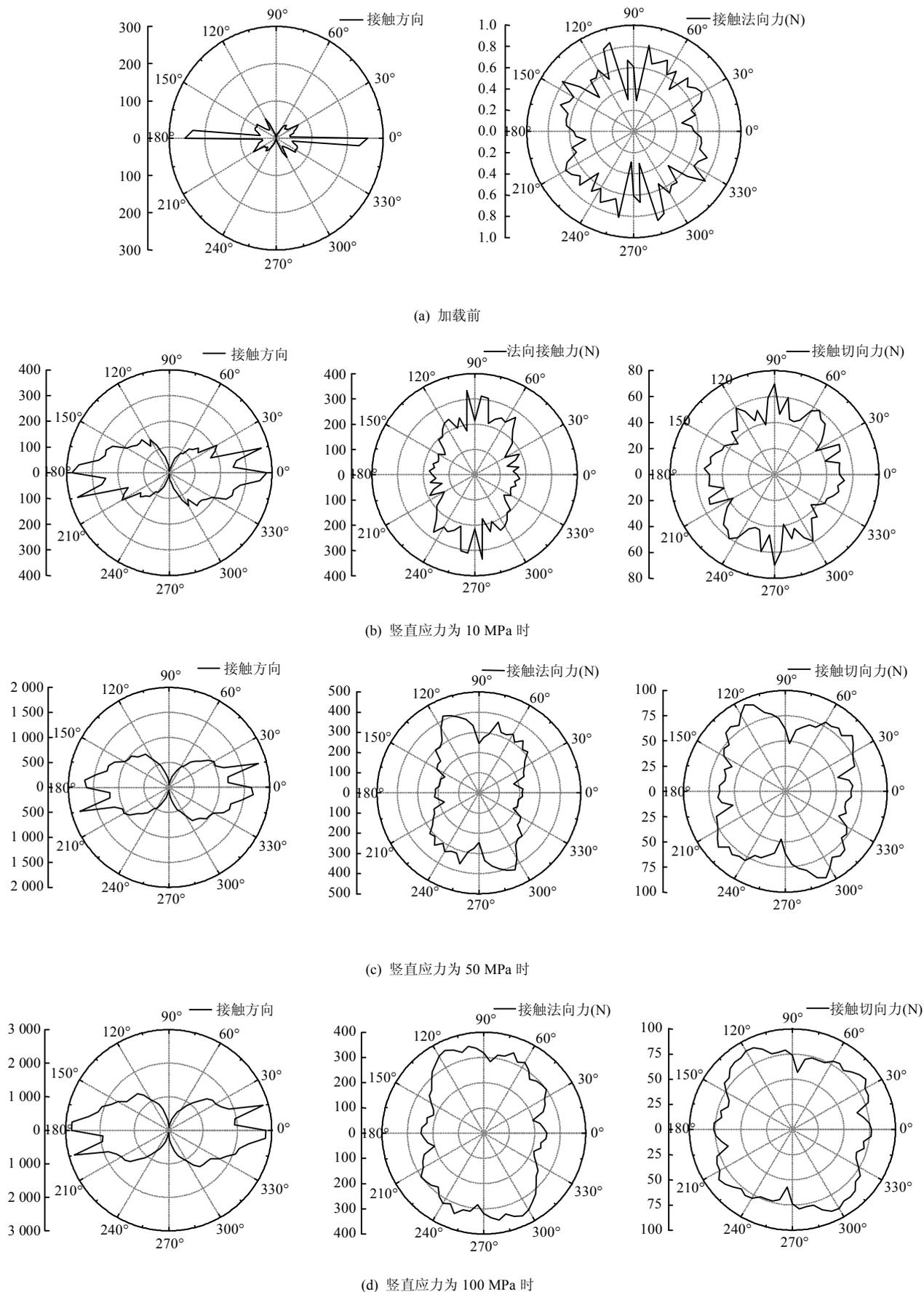


图 7 颗粒接触方向、接触法向力和切向力各向异性演化

Fig.7 Rose diagrams of contact orientation anisotropy, contact normal force and shear force anisotropy

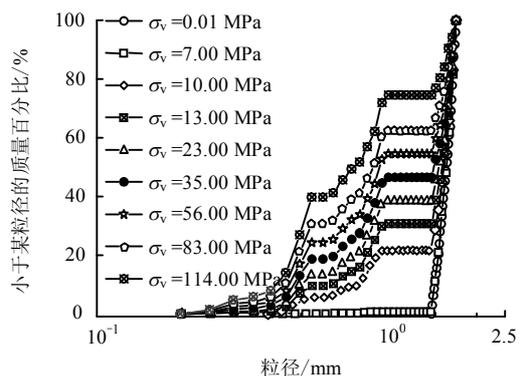


图8 石英砂一维压缩过程中数值试样级配的变化
Fig.8 Grain size distributions of silica sand under one-dimensional compression tests

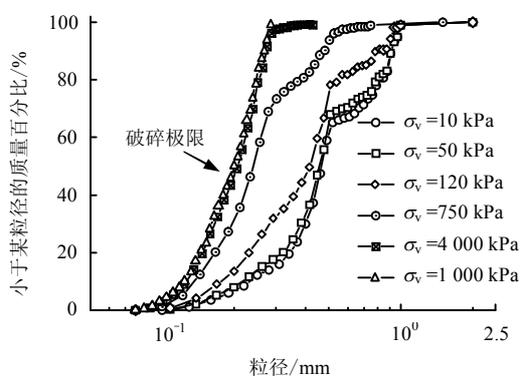


图9 钙质砂侧限压缩过程中数值试样级配的变化
Fig.9 Grain size distributions of calcareous sand under confined compression tests

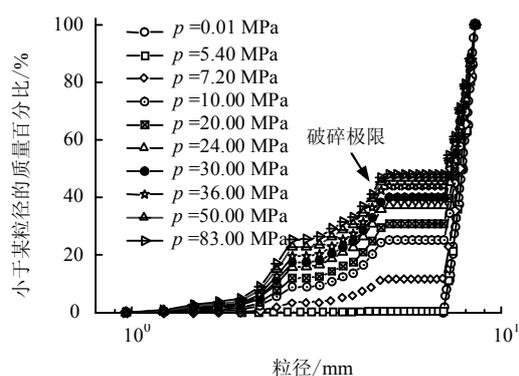


图10 萨克拉门托河砂各向同性压缩过程中数值试样级配的变化
Fig.10 Grain size distributions of Sacramento River sand under isotropic compression tests

参考文献

- [1] JIANG M, LI T, THORNTON C, et al. Wetting-induced collapse behavior of unsaturated and structural loess under biaxial tests using distinct element method[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2016, 17(1): 06016010.
- [2] WOOD D M, MAEDA K. Changing grading of soil: Effect on critical states[J]. *Acta Geotechnica*, 2008, 3(1): 3-14.
- [3] SHAMY U E, ZEGHAL M. A micro-mechanical investigation of the dynamic response and liquefaction of saturated granular soils[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2007, 27(8): 712-729.
- [4] THORNTON C, CIOMOCOS M T, ADAMS M J. Numerical simulations of agglomerate impact breakage[J]. *Powder Technology*, 1999, 105(1-3): 74-82.
- [5] CHENG Y P. Discrete element simulation of crushable soil[J]. *Géotechnique*, 2003, 53(7): 633-642.
- [6] BOLTON M D, CHENG Y P. Crushing and plastic deformation of soils simulated using DEM[J]. *Géotechnique*, 2004, 54(2): 131-142.
- [7] HUANG J, XU S, HU S. Effects of grain size and gradation on the dynamic responses of quartz sands[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2013, 59(9): 1-10.
- [8] ALONSO E E, TAPIAS M, GILI J. Scale effects in rockfill behaviour[J]. *Géotechnique Letters*, 2012, 2(4): 155-160.
- [9] BONO J P D, MCDOWELL G R. DEM of triaxial tests on crushable sand[J]. *Granular Matter*, 2014, 16(4): 551-562.
- [10] BROSH T, KALMAN H, LEVY A. Fragments spawning and interaction models for DEM breakage simulation[J]. *Granular Matter*, 2011, 13(6): 765-776.
- [11] TSOUNGUI O, VALLET D. Numerical model of crushing of grains inside two-dimensional granular materials[J]. *Powder Technology*, 1999, 105(1): 190-198.
- [12] BONO J D, MCDOWELL G. On the micro mechanics of one-dimensional normal compression[J]. *Géotechnique*, 2013, 63(11): 895-908.
- [13] ZHOU W, YANG L, MA G, et al. Macro-micro responses of crushable granular materials in simulated true triaxial tests[J]. *Granular Matter*, 2015, 17(4): 497-509.
- [14] ASTROM J A, HERRMANN H J. Fragmentation of grains in a two-dimensional packing[J]. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex*

- Systems**, 1998, 5(3): 551—554.
- [15] LOBO-GUERRERO S. Crushing a weak granular material: Experimental numerical analyses[J]. **Géotechnique**, 2005, 55(3): 245—249.
- [16] BEN-NUN O, EINAV I. The role of self-organization during confined comminution of granular materials[J]. **Philosophical Transactions of the Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences**, 2010, 368(1910): 231—247.
- [17] RUSSELL A R, WOOD D M. Point load tests and strength measurements for brittle spheres[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2009, 46(2): 272—280.
- [18] RUSSELL A R, WOOD D M, KIKUMOTO M. Crushing of particles in idealised granular assemblies[J]. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 2009, 57(8): 1293—1313.
- [19] CHRISTENSEN R M. Yield functions, damage states, and intrinsic strength[J]. **Mathematics & Mechanics of Solids**, 2000, 5(3): 285—300.
- [20] MCDOWELL G R. On the yielding and plastic compression of sand[J]. **Soils and Foundations**, 2002, 42(1): 139—145.
- [21] MCDOWELL G R, DE BONO J P, YUE P, et al. Micro mechanics of isotropic normal compression[J]. **Géotechnique Letters**, 2013, 3(4): 166—172.
- [22] DE BONO J P, MCDOWELL G R. An insight into the yielding and normal compression of sand with irregularly-shaped particles using DEM[J]. **Powder Technology**, 2015, 271: 270—277.
- [23] CIANTIA M O, ARROYO M, CALVETTI F, et al. An approach to enhance efficiency of DEM modelling of soils with crushable grains[J]. **Géotechnique**, 2015, 65(2): 91—110.
- [24] Itasca. PFC3D Particle flow code: Software manual[M]. Minneapolis, MN, USA: Itasca Consulting Group, 2014.
- [25] 杨贵, 许建宝, 刘昆林. 粗粒料颗粒破碎数值模拟研究[J]. **岩土力学**, 2015, (11): 3301—3306.
- YANG Gui, XU Jian-bao, LIU Kun-lin. Numerical simulation of particle breakage of coarse aggregates[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015(11): 3301—3306.
- [26] BORKOVEC M, DE PARIS W, PEIKERT R. The fractal dimension of the apollonian sphere packing[J]. **Fractals-complex Geometry Patterns and Scaling in Nature & Society**, 1994, 2(4): 521—526.
- [27] NAKATA Y, HYODO M, HYDE A F L, et al. Microscopic particle crushing of sand subjected to high pressure one-dimensional compression[J]. **Soils & Foundations**, 2001, 41(1): 69—82.
- [28] 张家铭, 汪稔, 石祥锋, 等. 侧限条件下钙质砂压缩和破碎特性试验研究[J]. **岩石力学与工程学报**, 2005, 24(18): 3327—3331.
- ZHANG Jia-ming, WANG Ren, SHI Xiang-feng, et al. Compression and crushing behavior of calcareous sand under confined compression[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(18): 3327—3331.
- [29] LEE K L, SEED H B. Drained strength characteristics of sands[J]. **Journal of the Soil Mechanics & Foundations Division**, 1967, 93(6): 117—141.
- [30] DE BONO J P, MCDOWELL G R. Particle breakage criteria in discrete element modelling[J]. **Geotechnique**, 2016, 66(12): 1014—1027.
- [31] 陈生水, 傅中志, 韩华强, 等. 一个考虑颗粒破碎的堆石料弹塑性本构模型[J]. **岩土工程学报**, 2011, 33(10): 1489—1495.
- CHEN Sheng-shui, FU Zhong-zhi, HAN Hua-qiang, et al. An elastoplastic model for rockfill materials considering particle breakage[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2011, 33(10): 1489—1495.