

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.08.017

三维高静载频繁动态扰动时 岩石损伤特性及本构模型

王 春^{1,2}, 唐礼忠², 程露萍², 陈 源², 刘 涛², 韦永恒²

(1. 河南理工大学 能源科学与工程学院, 河南 焦作 454000; 2. 中南大学 资源与安全工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘 要: 采用改进的 SHPB 试验装置, 进行深部岩石的三维高静载频繁动态扰动试验, 分析动态应力-应变曲线的一般特征, 可将其细分为微裂纹稳定发展、微裂纹非稳定发展、疲劳损伤、疲劳破坏 4 个阶段进行描述, 其中峰值后的 2 个阶段处于动态应力卸载过程。基于连续因子、应变等效原理及统计损伤理论定义岩石的损伤变量并推演损伤演化方程, 采用组合模型法建立岩石的本构模型。结合试验数据, 验证岩石的损伤演化规律及建立的本构模型, 结果表明: 利用推演的损伤演化方程计算出损伤变量, 其与动态应变的关系曲线符合试验中岩样的损伤规律; 建立本构方程的拟合曲线与试验曲线具有较好的一致性, 说明建立的本构模型可以用来预测深部岩石处于三维高静载频繁动态扰动时的动力学特性。

关 键 词: 深部岩石; 三维高静载; 频繁动态扰动; 损伤特性; 本构模型

中图分类号: TU 454

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2017)08-2286-12

Damage characteristics and constitutive model of rock under three-dimensional high static load and frequent dynamic disturbance

WANG Chun^{1,2}, TANG Li-zhong², CHENG Lu-ping², CHEN Yuan², LIU Tao², WEI Yong-heng²

(1. School of Energy Science and Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo, Henan 454000, China;

2. School of Resources & Safety Engineering, Central South University, Changsha, Hunan, 410083, China)

Abstract: Using a modified split Hopkinson pressure bar (SHPB), the tests were conducted on deep rocks under three-dimensional (3D) high-static load and frequently dynamic disturbance. Then dynamic stress-strain curves were obtained for describing general features, which can be divided into four stages, namely, steady development of microcracks, non-stable development of microcracks, fatigue damage, and fatigue destruction. Particularly, two stages after the peak value were in the dynamic stress unloading process. Based on the continuous divisor, strain equivalent principle and statistic damage principle, a fatigue variable of rock was defined and a damage evolution equation was deduced. Then, a combination model was adopted to establish a damage constitutive model. Compared with testing data, a damage evolution law of rock and the established damage constitutive model were verified. The damage variable was also calculated using the deduced damage evolution equation. Experimental results show that the relevant curves between the damage variable and dynamic strain conform to damage law of rock samples. It is also found that the established fitting curves of constitutive equations show comparatively good agreement with experimental curves. Hence, it indicates that the established damage constitutive model can be used to predict dynamic mechanical characteristics of deep rock under 3D high-static load and frequently dynamic disturbance.

Keywords: deep earth rocks; 3D high-static load; frequently dynamic disturbance; damage characteristics; constitutive model

1 引 言

深部岩石工程处于高地应力、高岩溶水压、高

地温的复杂环境中, 同时受到爆破开挖等的影响, 常出现不同于浅部工程的围岩破坏现象^[1-2]。具有代表性的研究成果是国内外专家采用物理探测手段,

收稿日期: 2016-07-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 51474250); 国家重点基础研究发展计划 (973) 资助项目 (No. 2010CB732004)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51474250) and the National Program on Key Basic Research Project of China (973 Program) (2010CB732004).

第一作者简介: 王春, 男, 1986 年生, 博士, 讲师, 主要从事岩石冲击动力学、采矿工艺方面的研究工作。E-mail: wczyl15728@163.com

通信作者: 唐礼忠, 男, 1963 年生, 博士, 教授, 主要从事岩石力学与地下空间结构稳定及工程地质灾害防治等研究。E-mail: lztang11@csu.edu.cn

证实岩石开挖工程中围岩出现分区破裂现象^[3-5]。理论研究及试验结果表明, 在不同应力环境下, 岩石的力学特性及本构关系存在较大的差异^[6-8]。在静载条件下岩石的本构模型研究较为成熟, 已广泛应用于工程实践中, 如以虎克体、塑性体、牛顿流体为基础建立的圣维南 (St. Venant) 体、马克斯威尔 (Maxwell) 体、开尔文 (Kelvin) 体等模型^[9]。由于深部岩石处于高地应力及爆破开挖等动态扰动影响的环境中, 静力学本构模型已不适用于研究深部岩石的动态力学特性。过应力模型的提出, 为岩石动态本构模型的研究奠定了基础, 随后经不断修正, 但仍具有部分物理参数难以确定的不足^[10-12]。近年来, 将连续损伤理论、应变等效理论、统计强度理论等引入岩石动态本构模型的研究, 建立了时效损伤模型、II 型标准线性黏弹性模型、广义流变模型等, 但仍存在物理概念模糊的不足^[13-16]。后来, 采用组合模型法进一步研究, 得出本构与试验曲线一致性较高, 但具有低应力、单次冲击扰动的局限^[17-20]。

在深部岩石工程施工过程中, 需进行多次开挖爆破, 尤其是深部采矿工程, 造成深部岩石承受频繁动态扰动的影响。为此, 研究一维、三维静载与循环冲击共同作用下岩石的动力学特征, 已初步得出了岩石的动态变形特征、强度特征、损伤特性等^[21-23]。但进行的静载与循环冲击共同作用下岩石的本构模型的研究严重不足, 仅少部分学者进行了初探性研究, 即研究了单轴循环冲击下或一维高静载频繁动态扰动时岩石的本构模型^[24-25]。目前, 关于三维高静载频繁动态扰动时岩石的本构模型的研究, 是深部岩石力学务必解决的问题, 具有重要的理论和工程实践意义。

目前, 冬瓜山铜矿的开采深度已达千米, 深部出矿进路围岩受高应力集中及采矿爆破扰动的影响, 具有明显的深部岩体破坏现象, 如岩体分区破裂现象^[26]。本研究采用该矿井下 900 m 深处矽卡岩、蛇纹岩开展三维高静载频繁动态扰动试验研究; 采用组合模型法探索相应条件下岩石的本构模型; 采用建立的本构方程, 预测高静载及频繁动态扰动下岩石的本构关系, 为控制出矿进路围岩的稳定性提供理论基础。

2 三维高静载频繁扰动试验

2.1 岩样制备及试验设备

岩石试样取至冬瓜山铜矿井下 900 m 深处的矽卡岩、蛇纹岩。选用结构致密、坚硬、表面无明显

微裂纹的岩芯, 且加工成圆柱体, 同时岩样两端进行仔细打磨, 确保不平行度和不垂直度都小于 0.02 mm。根据试验需求, 频繁扰动试验岩样尺寸为 $\phi 50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$ 。为确定动载试验前预加载围压、轴压的大小, 需先测定相应岩样的静载三轴抗压强度, 其岩样加工尺寸为 $\phi 50 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$, 试验结果见表 1。

表 1 深部矽卡岩、蛇纹岩三轴压缩试验结果
Table 1 Triaxial compression results of deep skarn and serpentinite

岩性	岩样编号	围压 / MPa	弹性模量 / GPa	三轴 抗压强度 / MPa	峰值应变 / 10^{-3}
矽卡岩	XK1-1	5	27.02	101.92	5.44
	XK1-2	10	30.21	160.34	7.86
	XK1-3	15	26.81	217.93	10.27
	XK1-4	20	32.69	237.87	12.29
	XK1-5	25	21.81	245.06	14.37
	XK1-6	30	22.03	284.34	15.38
蛇纹岩	SW1-1	5	14.34	142.87	13.44
	SW1-2	10	19.27	171.90	15.66
	SW1-3	15	14.85	185.36	17.19
	SW1-4	20	12.98	208.04	19.43
	SW1-5	25	14.81	225.76	20.54
	SW1-6	30	11.36	249.02	22.89

试验设备采用改进的 SHPB 试验系统^[27-29], 试验加载结构示意图见图 1, 围压加载装置结构示意图见图 2。试验采用岩样、入射杆、透射杆三者等截面积冲击加载, 且加载冲击波为恒应变率加载的半正弦波应力脉冲^[30]。

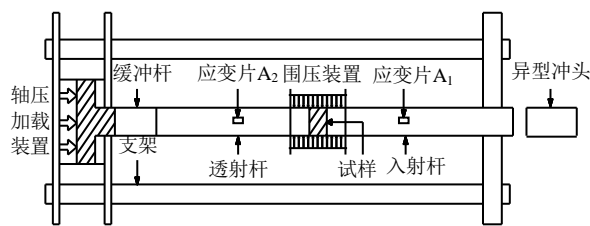


图 1 试验加载结构示意图

Fig.1 Structural diagram of loading in tests

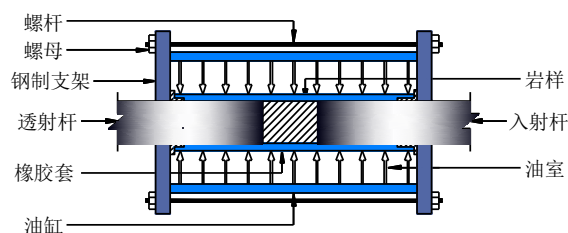


图 2 围压加载装置结构示意图

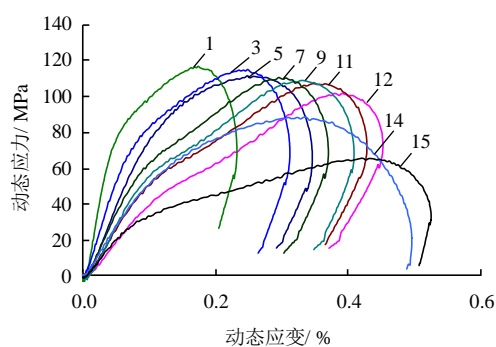
Fig.2 Structural diagram of loading device of confining pressure

2.2 试验方案

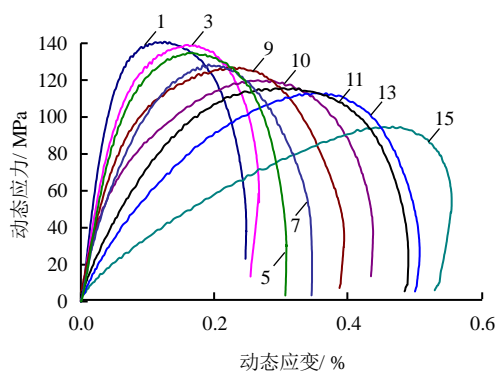
试验思路是预先给岩样施加一定围压, 然后施加较高的轴向静荷载, 待二者稳定后, 对岩样频繁施加一定强度的轴向冲击荷载, 直至岩样发生宏观破坏, 整个试验过程中保持围压、轴压的值恒定。试验按岩性分成砂卡岩组、蛇纹岩组, 依据静载下 2 种岩石的三轴抗压强度, 确定以围压 15 MPa 时的值为参考标准来设置预加载的静力围压和轴压。为研究不同应力条件下岩石的动力学特性, 围压设置为 15、20、25、30 MPa; 砂卡岩组的轴压设置为 105、125、145、165 MPa, 而蛇纹岩组的轴压设置为 100、120、140、160 MPa。同时为了模拟小扰动的条件, 两组试验的冲击气压都取值为 0.5 MPa。

2.3 试验结果

砂卡岩、蛇纹岩试验组按照围压、轴压的不同, 分别分成 16 小组进行。为节约篇幅, 仅列出两小组典型动态应力-应变曲线, 见图 3。由于每小组试验冲击次数较多, 图中仅绘制近似等间距扰动冲击次数时的应力-应变曲线, 图中数字代表第 n 次扰动冲击。



(a) 砂卡岩: 轴压 165 MPa, 围压 25 MPa



(b) 蛇纹岩: 轴压 140 MPa, 围压 20 MPa

图 3 三维高静载频繁动态扰动时岩石的动态应力-应变曲线

Fig.3 Dynamic stress-strain curves of rock under 3D high-static load and frequently dynamic disturbance

研究分析动态应力-应变曲线的一般特征, 可将其细分为微裂纹稳定发展、微裂纹非稳定发展、疲劳损伤、疲劳破坏 4 个阶段, 见图 4。

微裂纹稳定发展阶段 (OA 段): 该段曲线近似呈直线发展, 对应的变形模量最大, 说明此阶段岩石处于弹性变形阶段。岩石内部的微裂纹处在不变或稳定发展的阶段, 可近似认为该阶段岩石的抗冲击能力最大, 在冲击压应力作用下产生变形的难度最大。如条件允许, 在 A 点时刻瞬间卸载, 岩石试件可恢复初始状态。

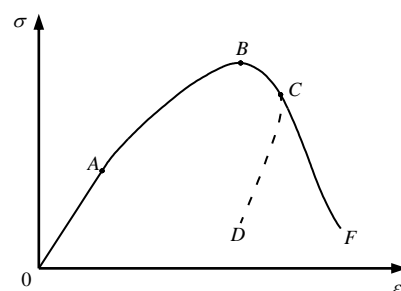


图 4 岩石动态应力-应变曲线一般特征

Fig.4 Generic features of rock on dynamic stress-strain curve

微裂纹非稳定扩展阶段 (AB 段): 该段曲线呈非线性发展, 且曲线逐渐变缓, 对应的变形模量逐渐减小, 说明该阶段岩石处于塑性变形阶段。岩石内部微裂纹处于非稳定状态, 条件成熟时, 微裂纹可瞬间扩展、贯通, 导致岩石发生宏观破坏, 但由于动态扰动时的冲击压应力较小, 只起到扰动作用, 单次冲击不会使岩石试件内部的微裂纹瞬间贯通, 只会使其处于非稳定发展状态。

疲劳损伤阶段 (BC 段): 该段曲线呈下降趋势, 说明冲击压应力处于卸载阶段, 岩石同时发生弹性变形、塑性变形, 处于损伤状态中。由于多次冲击扰动, 岩石的损伤进行累积, 当应力卸载完后, 岩石即使没发生宏观破坏, 其内部结构也发生了变化, 宏观认为岩石的抗冲击能力一定程度降低了。

疲劳破坏阶段 (C 以后阶段): 该阶段, 岩石发生了宏观破坏 (假设岩石未发生破坏时为不完全破坏状态), 根据破坏程度的不同, 岩石的应力-应变曲线出现两种情况。

(1) 应力-应变曲线回弹段 (CD 段): 随应力的减小, 应变出现减小的现象称为回弹现象。究其原因, 当预加载的轴压未使岩样完全破碎, 扰动冲击次数较少时, 两者共同产生的作用都未使岩样完全破碎时, 岩样内部仍储存一定的弹性能。扰动冲击应力处于卸载阶段时, 当岩样内部存储的弹性力

大于扰动冲击应力时, 岩样变形出现小幅度反弹, 动态应变小幅度减小, 导致动态应力-应变曲线出现回弹现象。

(2) 应力-应变曲线不回弹段 (DF 段): 岩样在扰动冲击应力作用下完全破碎时, 应力-应变曲线不会出现回弹现象。究其原因是扰动冲击应力卸载过程中, 未达到最大应变时岩样内部储存的弹性力便开始释放, 导致整个卸载阶段扰动冲击应力都大于岩样内部的弹性力。当预加轴压太大, 促使岩样发生宏观破坏, 此时扰动冲击的作用主要是诱使岩样内部弹性力释放, 整个阶段扰动冲击应力都大于岩样内部储存的弹性力, 故动态应力-应变曲线不会出现回弹现象。

3 岩石的损伤特性

3.1 损伤变量

岩石受高静载频繁动态扰动时内部产生损伤, 合理定义损伤变量有助于分析岩石的损伤状态。每冲击一次, 可认为岩石经历一次损伤过程, 基于此, 假设每冲击一次, 岩石的损伤变量经历一次完整的过程, 为研究单次冲击过程中岩石的应力-应变关系, 对单次冲击时岩石的损伤变量进行研究。由于岩石是地质作用的产物, 内部构造复杂, 可假设其损伤时内部微元体具有连续性的同时也具有随机性。为充分体现岩石损伤特征, 基于连续因子^[31]、应变等效原理^[32]及统计损伤理论^[33]分别定义损伤变量, 取加权平均值进行研究。

3.1.1 基于连续因子及应变等效原理^[31-32]定义损伤变量 D_1

认为名义应力 σ 作用在岩石材料上引起的变形等于有效应力 σ' 作用在虚拟的无损材料上和有效应力 σ'' 作用在损伤材料上引起的变形之和, 几何关系见示意图 5 (图中, S 为岩石微元体总面积; \tilde{S} 为岩石损伤微元体总面积), 关系式可表示为^[34-35]

$$\sigma = \sigma'(1 - D_1) + \sigma''D_1 \quad (1)$$

式中: σ 为作用在损伤材料上的名义应力; σ' 为作用在无损材料上的有效应力; σ'' 为作用在损伤材料上的有效应力; D_1 为定义的第一部分损伤变量。

在上述基础上, 进一步认为未损伤微元体服从广义虎克定律, 且岩样只产生轴向损伤, 未产生侧向损伤, 故可建立损伤模型^[36]为

$$\sigma_1 = E\varepsilon(1 - D_1) + [\sigma' - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]D_1 + \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \quad (2)$$



图 5 岩石微元体各参数示意图

Fig.5 Diagram of micro-unit parameters of rock

$$D_1 = \frac{\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) - E\varepsilon}{\sigma' - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) - E\varepsilon} \quad (3)$$

式中: σ_1 为轴向应力; σ_2 、 σ_3 为围压; E 、 μ 分别为岩石的无损弹性模量、无损泊松比; σ' 为岩石每冲击一次后的残余强度; ε 为岩石的轴向应变。

3.1.2 基于统计损伤理论定义损伤变量 D_2

假设各微元体强度服从 Weibull 分布, 单仁亮^[17]、陈忠辉^[37]等演算了岩石的损伤变量。将其定义为三维高静载频繁动力扰动时岩石的损伤变量 D_2 , 其表达式为

$$D_2 = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\varepsilon}{\alpha}\right)^m\right] \quad (\varepsilon \geq 0) \quad (4)$$

式中: ε 为岩石的轴向应变; m 、 α 分别为 Weibull 分布的形状参数和尺度^[38]。

3.1.3 三维高静载频繁动态扰动时损伤变量 D

经试验结果试算得出, 当 D_1 、 D_2 各占比例为 50% 时, 损伤变量 D 的值较合理, 故定义 D 为 D_1 、 D_2 的加权平均值, 其计算公式为

$$D = \frac{D_1 + D_2}{2} = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \exp\left[-\left(\frac{\varepsilon}{\alpha}\right)^m\right] + \frac{\sigma - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) - E\varepsilon}{\sigma' - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) - E\varepsilon} \right\} \quad (\varepsilon \geq 0) \quad (5)$$

3.2 损伤演化方程

3.2.1 损伤变量 D_1 方程分析

建立 D_1 方程必须满足假设: 岩石材料仅由损伤微元体、无损微元体组成; 损伤微元体的面积等于无损微元体的面积, 且无损微元体可瞬间向损伤微元体进行不可逆转化; 岩石的损伤只沿轴向发生, 不沿侧向发生, 且未损伤微元体服从广义虎克定律。基于假设, 可将 D_1 方程表示为

$$D_1 = \frac{NS_0}{MS_0} = \frac{N}{M} \quad (6)$$

式中: N 为有损微元体数量; M 为无损微元体和有损微元体数量之和; S_0 为微元体的面积。

由于各微元体具有连续性, 且满足应变等效原理, 可将岩石损伤演化过程, 假设成生物种群的增长过程, 故可将岩石应变对应的损伤微元体数量增长率表示为

$$\frac{dN}{d\varepsilon} = rN \left(1 - \frac{N}{M} \right) \quad (7)$$

结合公式 (6)、(7) 便可推导出损伤变量 D_1 方程表达式为

$$D_1 = \frac{1}{1 + e^{\beta - r\varepsilon}} \left[\beta = \ln \left(\frac{M}{N_0} - 1 \right) \right] \quad (8)$$

式中: r 为自然增长率; ε 对应岩石的轴向应变; N_0 为岩石损伤微元体的初始数量; β 反映岩石材料的初始损伤程度。

3.2.2 损伤变量 D_2 方程分析

D_2 方程建立基于假设: 岩石材料仅由损伤微元体和无损微元体组成, 且无损微元体服从虎克定律; 微元体在岩石内部是随机分布的; 微元体的强度服从 Weibull 分布, 分布概率密度函数为

$$\varphi(\varepsilon) = \frac{m}{\alpha} \left(\frac{\varepsilon}{\alpha} \right)^{m-1} \exp \left[- \left(\frac{\varepsilon}{\alpha} \right)^m \right] \quad (9)$$

式中: ε 为岩石的轴向应变。

基于假设, 仍可将 D_2 方程表示为

$$D_2 = \frac{NS_0}{MS_0} = \frac{N}{M} = D_1 \quad (10)$$

在任意区间 $[\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon]$ 内, 损伤微元体的数量为 $M\varphi(\varepsilon)d\varepsilon$, 可推出 $[0, \varepsilon]$ 的区间内损伤微元体的数量为

$$N = \int_0^\varepsilon M\varphi(\varepsilon)d\varepsilon = M \int_0^\varepsilon \varphi(\varepsilon)d\varepsilon \quad (11)$$

将公式 (9)、(11) 代入式 (10) 中得

$$D_2 = \int_0^\varepsilon \varphi(\varepsilon)d\varepsilon = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\varepsilon}{\alpha} \right)^m \right] \quad (\varepsilon \geq 0) \quad (12)$$

3.2.3 损伤变量 D 的方程

基于上述方程分析, 同时结合损伤变量 D 的定义, 可将三维高静载频繁动态扰动时岩石损伤变量 D 的方程 (即式 (5)) 可表示为

$$D = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{\varepsilon}{\alpha} \right)^m \right] + \frac{1}{1 + e^{\beta - r\varepsilon}} \right\} \quad (13)$$

$$\left[\beta = \ln \left(\frac{M}{N_0} - 1 \right) \quad \varepsilon \geq 0 \right]$$

3.3 损伤演化规律

3.3.1 损伤参数确定

分析演算三维高静载频繁动态扰动时岩石损伤变量 D , 须确定 β 、 r 、 m 、 α 4 个参数。根据式 (3) 计算出轴向应变 ε 对应的 D_1 值, 由式 (8) 推导并令

$$Y = \ln \left(\frac{1}{D_1} - 1 \right) = \beta - r\varepsilon \quad (14)$$

分析 Logistic 拟合的 Y —应变曲线的形式, 确定参数 β 、 r 的值。计算轴向应变 ε 对应的 D_1 值时, σ_1 、 ε 、 μ 可通过动态试验测定; σ_2 、 σ_3 为已知条件, 且 $\sigma_2 = \sigma_3$; σ' 的值可取预加载的轴压值, 当岩石破碎后认定其值为 0; 可近似认为, 在第 1 次冲击后, 得到的动态应力—应变曲线初始阶段的切线斜率等于无损弹性模量 E 。

基于岩石微元体仅为损伤微元体和无损微元体且损伤微元体不能承受荷载, 无损微元体服从虎克定律假设, 可近似认为, 三维高静载频繁动态扰动时岩石的动态应力—应变关系式为

$$\sigma = E\varepsilon(1 - D_2) \quad (15)$$

令 $\dot{\sigma} = \frac{\sigma}{E\alpha_1}$, $\dot{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\alpha_1}$, 结合式 (12), 便可将公式 (15) 化成无量纲的形式:

$$\dot{\sigma} = \dot{\varepsilon} \exp(-\dot{\varepsilon}^m) \quad (16)$$

根据式 (16) 绘制出不同 m 值时无量纲形式的动态应力—应变理论曲线, 见图 6。结合动态试验应力—应变曲线的形状便可估算出 m 的值。

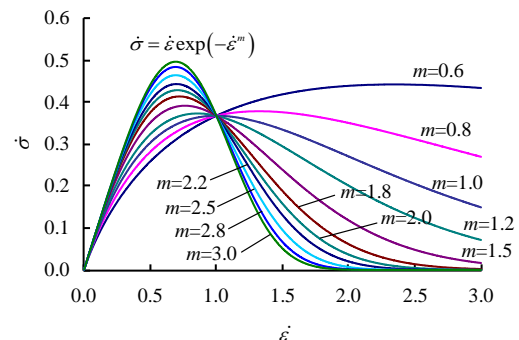


图 6 三维无量纲动态应力—应变理论曲线图
Fig.6 3D non-dimensionally dynamic stress-strain curves

m 值确定后, 由式 (16) 求出 σ 的最大值, 则参数 α 可由唐春安等^[38]推导的公式求得, 即

$$\alpha = \alpha_1 = \frac{P}{E\dot{\sigma}_{\max}} \quad (17)$$

3.3.2 损伤演化规律

为验证定义的损伤变量, 将确定的 β 、 r 、 m 、 α 4 个参数代入式 (13), 结合每次冲击扰动得到的轴向应变, 计算出相应的 D 的值。通过分析损伤变量-应变理论曲线 (见图 7), 得出定义的损伤变量是合理的, 相应的结论如下:

(1) 随扰动冲击次数的增加损伤变量的值相应增大, 且 D 的初始值不为 0, 反映出了岩石的初始

损伤状态。

(2) 在整个冲击过程中, 岩石损伤变量的值处于 0~1 之间, 拟合的损伤变量-应变曲线近似呈 S 型, 其经历的缓慢增加、快速增加、缓慢增加、维持恒定 4 个阶段对应三维高静载频繁动态扰动时深部岩石动态应力-应变曲线的微裂纹稳定发展阶段、微裂纹非稳定扩展阶段、疲劳损伤阶段、疲劳破坏阶段 4 个阶段, 说明定义的损伤变量是合理的。

(3) 由围压不同、轴压相同时的损伤变量的初始值大小可发现随围压的增大, 损伤变量的初始值相应减小, 其可解释为围压增强了岩石抵抗为界冲击的能力, 即围压较大轴压相同时, 岩石内部损伤相应减小。

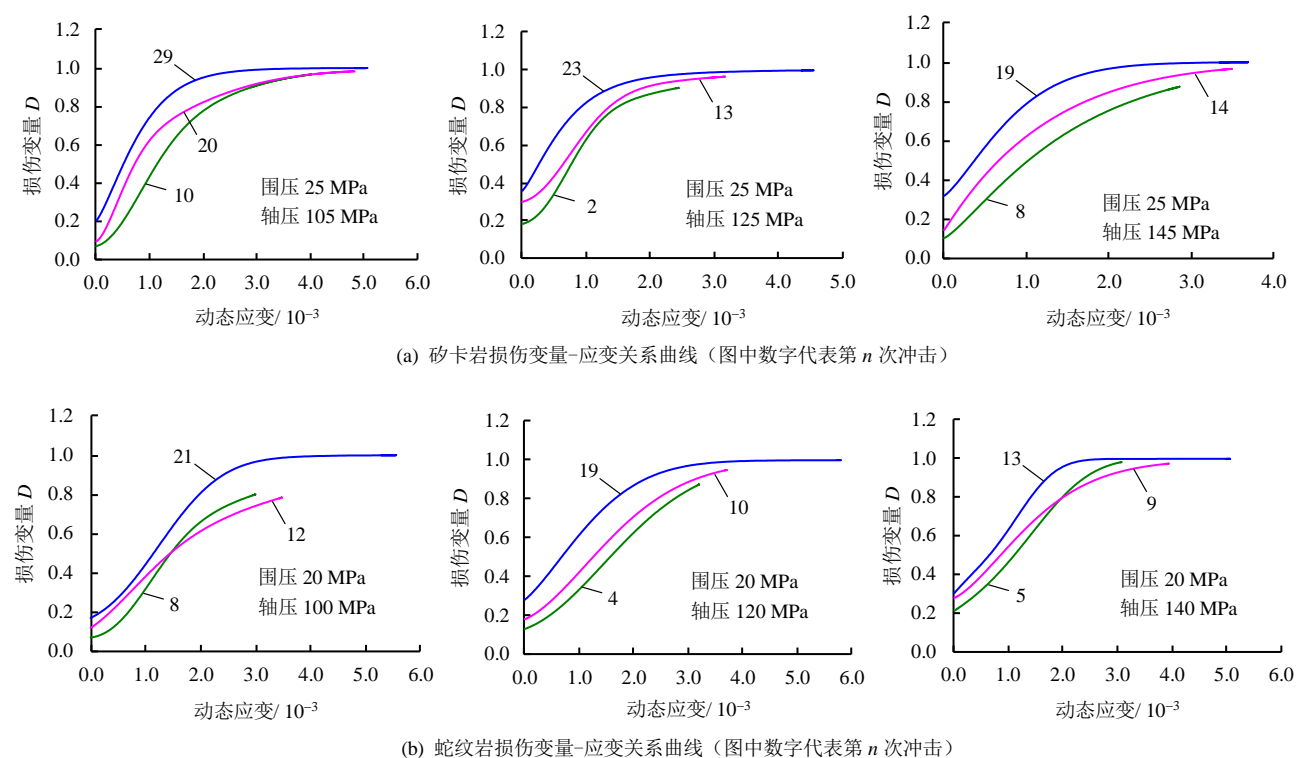


图 7 三维高静载频繁动态扰动时深部岩石损伤变量-应变曲线
Fig.7 Damage variable-strain curves of deep rock under 3D high-static load and frequently dynamic disturbance

4 岩石的本构模型

4.1 基本假设

三维高静载频繁动态扰动时深部岩石本构模型的建立基于以下假设条件:

(1) 在恒应变率下, 岩石本构关系不受惯性效应影响^[39]。

(2) 岩石单元同时具有弹黏性及统计损伤特性, 因此, 将岩石单元看成一个弹性元件和一个黏性元件串联组成马克斯威尔 (Maxwell) 体后和损伤体

D_{a1} 并联, 最后与损伤体 D_{a2} 串联, 构成的岩石单元组合体力学模型见图 8^[24]。

(3) 损伤参数 D 可表示为式 (13), 损伤体的本构关系表示为^[38, 40]:

$$\sigma = E\varepsilon(1-D) \quad (\varepsilon \geq 0) \quad (18)$$

(4) 黏性元件无损伤特性, 其遵循的本构关系 $\sigma - \varepsilon$ ^[9, 41] 表示为

$$\sigma_{b2} = \eta \frac{d\varepsilon_{b2}}{dt} \quad (19)$$

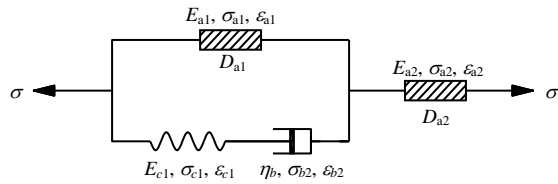


图8 高静载频繁动态扰动时深部岩石单元组合体力学模型

Fig.8 Mechanical model of unit combination under high-static load and frequently dynamic disturbance

式中: ϵ_{b2} 为黏性元件的应变; σ_{b2} 为黏性元件的应力; η_b 为黏性系数; t 为应变对应的时间。

(5) 岩石单元体在损伤之前的应力-应变关系符合线性微分方程, 可近似认为, 应变叠加原理依然有效^[12]。

(6) 可由黏弹性体本构关系, 根据应变等效原理推出三维高静载频繁动态扰动时损伤岩体对本构关系的影响^[42]。

4.2 本构模型建立

基于假设 (6), 认为三维高静载频繁动态扰动时岩石单元体损伤前为黏弹性体, 应力-应变关系^[43-44]可表示为

$$S_{ij} = 2G e_{ij} \quad (20)$$

$$\sigma_m = 3K \epsilon_m \quad (21)$$

式中: S_{ij} 为应力偏张量; e_{ij} 为应变偏张量; G 为剪切模量; K 为体积模量。

由应力张量、应变张量的分解, 得

$$\sigma_{ij} = S_{ij} + \delta_{ij} \sigma_m \quad (22)$$

$$\epsilon_{ij} = e_{ij} + \delta_{ij} \epsilon_m \quad (23)$$

式中: δ_{ij} 为 Kronecher 符号 ($i = j$ 时, $\delta_{ij} = 1$; $i \neq j$ 时, $\delta_{ij} = 0$); $\delta_{ij} \sigma_m$ 、 $\delta_{ij} \epsilon_m$ 分别为球应力张量、球应变张量。

基于假设 (6), 即应变叠加原理, 可将黏弹性体本构关系表达为

$$f(d)\sigma = g(d)\epsilon \quad (24)$$

式中: d 为时间的微分; $f(d)$ 、 $g(d)$ 为关于 d 的多项式。

由式 (24) 可进一步推出三维高静载频繁动态扰动时岩石的本构关系为

$$f(d)S_{ij} = 2g(d)e_{ij} \quad (25)$$

$$f_1(d)\sigma_m = 3g_1(d)\epsilon_m \quad (26)$$

式中: $f(d)$ 、 $g(d)$ 与弹塑性畸变有关; $f_1(d)$ 、 $g_1(d)$ 与高静载有关。

由拉布拉斯变换定理、定义及卷积定理、积分性质, 可将式 (25) 及式 (26) 划为

$$F(s)\bar{S}_{ij} = 2G(s)\bar{e}_{ij} \quad (27)$$

$$F_1(s)\bar{\sigma}_m = 3G_1(s)\bar{\epsilon}_m \quad (28)$$

基于假设 (2), 组合体的本构方程可表示为^[24]

$$\eta(E_{a2} + E_{a1} + E_1)\dot{\sigma} + (E_1E_{a2} + E_1E_{a1})\sigma = \quad (29)$$

$$\eta(E_1E_{a2} + E_{a1}E_{a2})\dot{\epsilon} + E_1E_{a1}E_{a2}\epsilon$$

由拉布拉斯变换定理、定义对式 (29) 进行整理, 得

$$[\eta s(E_{a2} + E_{a1} + E_1) + E_1E_{a2} + E_1E_{a1}]\bar{\sigma}_i = \quad (30)$$

$$[\eta s(E_1E_{a2} + E_{a1}E_{a2}) + E_1E_{a1}E_{a2}]\bar{\epsilon}_i$$

由式 (27) 及式 (8) ~ (28), 得

$$F(s) = \eta s(E_{a2} + E_{a1} + E_1) + E_1E_{a2} + E_1E_{a1} \quad (31)$$

$$G(s) = \eta s(E_1E_{a2} + E_{a1}E_{a2}) + E_1E_{a1}E_{a2} \quad (32)$$

由式 (27) ~ (32), 得

$$\bar{S}_{ij} = \frac{2\eta s(E_1E_{a2} + E_{a1}E_{a2}) + 2E_1E_{a1}E_{a2}}{\eta s(E_{a2} + E_{a1} + E_1) + E_1E_{a2} + E_1E_{a1}} \bar{e}_{ij} \quad (33)$$

$$\bar{S} = 3K\bar{\epsilon} \quad (34)$$

三维高静载频繁动态扰动时岩石受力情况可描述为 t_0 时刻在 x 、 y 、 z 主应力方向受静应力 S_{x0} 、 S_{y0} 、 S_{z0} 作用, t_0 为围压、轴压预加载时间。冲击扰动时对应的时刻为 t , $t = 0$ 时, 冲击扰动应力 $\sigma_r(t)$ 作用于 z 轴方向 (岩样轴向), 此时 $\sigma_z = S_{z0} + \sigma_r(t)$, $\epsilon_z = \epsilon_{z0} + \epsilon_r(t)$ (ϵ_{z0} 为静载产生的应变, $\epsilon_r(t)$ 为动载产生的应变)。在上述初始条件下, 三维本构模型满足:

$$\bar{S} = \frac{S_{x0} + S_{y0}}{3s} + \frac{\bar{\sigma}_z}{3} \quad (35)$$

$$\bar{S}_{zz} = \frac{2\bar{\sigma}_z}{3} - \frac{S_{x0} + S_{y0}}{3s} \quad (36)$$

由式 (33) ~ (36), 得

$$\bar{\sigma}_z = \frac{9AK}{6K + A} \bar{\epsilon}_z + \frac{3K(S_{x0} + S_{y0})}{(6K + A)s} - \frac{A(S_{x0} + S_{y0})}{(6K + A)s} \quad (37)$$

其中:

$$A = \frac{2\eta s(E_1E_{a2} + E_{a1}E_{a2}) + 2E_1E_{a1}E_{a2}}{\eta s(E_{a2} + E_{a1} + E_1) + E_1E_{a2} + E_1E_{a1}} \quad (38)$$

对式 (37) 进行拉布拉斯逆变换便可得到三维高静载频繁动态扰动时深部岩石的本构方程为

$$\sigma_z(t + t_0) = (B - N) \int_0^t \epsilon_z(\tau + t_0) e^{M(t+t_0-\tau)} d\tau + N\epsilon_z(t + t_0) - (S_{x0} + S_{y0}) + 9K(S_{x0} + S_{y0})(H + W)e^{Q(t+t_0)} \quad (39)$$

其中:

$$B = \frac{9KE_1E_{a1}E_{a2}}{\eta[3K(E_{a2}+E_{a1}+E_1)+E_1E_{a2}+E_{a1}E_{a2}]} \quad (40)$$

$$M = -\frac{3K(E_1E_{a1}+E_1E_{a2})+E_1E_{a1}E_{a2}}{\eta[3K(E_{a2}+E_{a1}+E_1)+E_1E_{a2}+E_{a1}E_{a2}]} \quad (41)$$

$$N = \frac{9K(E_1E_{a2}+E_{a1}E_{a2})}{3K(E_{a2}+E_{a1}+E_1)+E_1E_{a2}+E_{a1}E_{a2}} \quad (42)$$

$$H = \frac{E_{a2}+E_{a1}+E_1}{6K(E_{a2}+E_{a1}+E_1)+2(E_1E_{a2}+E_{a1}E_{a2})} \quad (43)$$

$$Q = \frac{-6K(E_1E_{a2}+E_1E_{a1})+2E_1E_{a1}E_{a2}}{\eta[6K(E_{a2}+E_{a1}+E_1)+2(E_1E_{a2}+E_{a1}E_{a2})]} \quad (44)$$

$$W = \frac{E_1E_{a2}+E_1E_{a1}}{\eta[6K(E_{a2}+E_{a1}+E_1)+2(E_1E_{a2}+E_{a1}E_{a2})]} \quad (45)$$

$$K = \frac{E_{a1}}{3(1-2\mu)} \quad (46)$$

高静载频繁动态扰动时, 当 $\varepsilon_z(t+t_0) = \varepsilon_{z0} + \varepsilon_r(t) = \varepsilon_{z0} + ct$ 时 (其中 c 为恒应变率, 为常数), 由式 (39) 可解得

$$\sigma_z(t+t_0) = (B-N) \left\{ \frac{M\varepsilon_{z0}+c}{M^2} e^{M\left[\frac{\varepsilon_r(t)}{c}+t_0\right]} - \frac{M\varepsilon_{z0}+cM+c}{M^2} e^{Mt_0} \right\} + N[\varepsilon_{z0} + \varepsilon_r(t)] - (S_{x0} + S_{y0}) + 9K(S_{x0} + S_{y0})(H+W)e^{Q\left[\frac{\varepsilon_r(t)}{c}+t_0\right]} \quad (47)$$

根据 Lemaitre 应变等效原理^[32], 用 $E_{a1}(1-D)$ 、 $E_{a2}(1-D)$ 分别代替式 (47) 中的 E_{a1} 、 E_{a2} , 可得三维高静载频繁扰动时岩石的本构方程。

4.3 试验验证

对三维高静载频繁动态扰动时岩石的本构方程进行数值计算, 需要确定 E_1 、 E_{a1} 、 E_{a2} 、 m 、 α 、

η 、 β 、 r 共 8 个参数, 其方法为分析实测数据并进行一定的试算。本构方程中的应变 $\varepsilon_r(t)$ 、静载加载时间 t_0 、恒应变率 c 为实测数据。 β 、 r 、 m 、 α 4 个参数确定方法见 3.3 节; E_1 的取值与岩石在动静组合加载下对应的应力-应变曲线初始阶段的变形模量相近, 可用其代替; E_{a1} 的取值与动态变形模量 E_d 相近, 可用其代替; E_{a2} 的取值与定义的动态变形模量 E_d 存在比例关系, 即 $h = E_{a2}/E_d$, 故可计算出 $E_{a2} = hE_d$; h 定义为动态扩容系数, 因为动静组合加载过程中, 由于动态荷载作用时间极短, 在岩石承受的动静合力迅速增加的过程中, 相应的应变会出现减小或不变的现象, 突变前、后计算出的瞬间动态变形模量便会发生突变, 定义突变后的瞬间动态变形模量 E_{a2} 与动态变形模量 E_d 的比值 h 为动态扩容系数, 因此 $h \geq 1$, h 的具体值的确定方法可根据实测数据进行一定的试算; η 的取值范围一般为 500~1 000 GPa·s。

分析高静载频繁动态扰动试验数据, 选择两种岩性的几次典型的试验数据进行试算, 确定本构方程中所涉及的拟合参数, 见表 2。

将理论拟合参数代入三维高静载频繁动态扰动时岩石的本构方程, 拟合出相应的理论动态应力-应变曲线, 与试验曲线对比分析, 见图 9。

图 9 显示, 三维高静载频繁动态扰动时深部岩石的理论拟合应力-应变曲线与试验应力-应变曲线一致性较高, 可以充分反映岩石的动态变形特征, 但建立的本构方程无法呈现回弹部分的曲线, 导致产生明显回弹现象时的理论曲线与试验曲线的一致性较差。虽然理论与试验曲线达不到完全一致的理想结果, 但总体上理论应力-应变曲线仍可反映出试验应力-应变曲线的总体变化趋势, 尤其是动态峰值应力前的部分, 适合推广到类似条件下岩石应力-应变关系的预测, 具有良好的工程使用价值, 故建立的本构模型较为合理。

表 2 试验参数及理论拟合参数
Table 2 Testing parameters and theoretical fitting parameters

岩性	P / MPa	E_1 / GPa	E_{a1} / GPa	η / (GPa·s)	m	α / 10^{-3}	c / (10^{-3} /s)	β	r	t_0 / s	h	冲击 顺序
砂卡岩	125	78.70	62.68	500~1 000	1.05	3.68	20.06	-1.43	658.8	300	1.48	13
	145	74.37	41.07	500~1 000	1.45	3.37	19.63	-2.14	1 743.8	340	7.45	19
	165	68.52	37.18	500~1 000	1.25	4.02	19.39	-2.11	1 108.2	380	15.15	14
蛇纹岩	120	51.60	41.64	500~1 000	1.75	5.24	23.97	-0.89	1 763.3	280	11.67	19
	140	187.19	134.57	500~1 000	0.68	1.94	19.38	-1.89	536.8	320	1.08	5
	160	67.88	24.70	500~1 000	1.65	3.86	20.17	-1.95	833.1	360	35.59	12

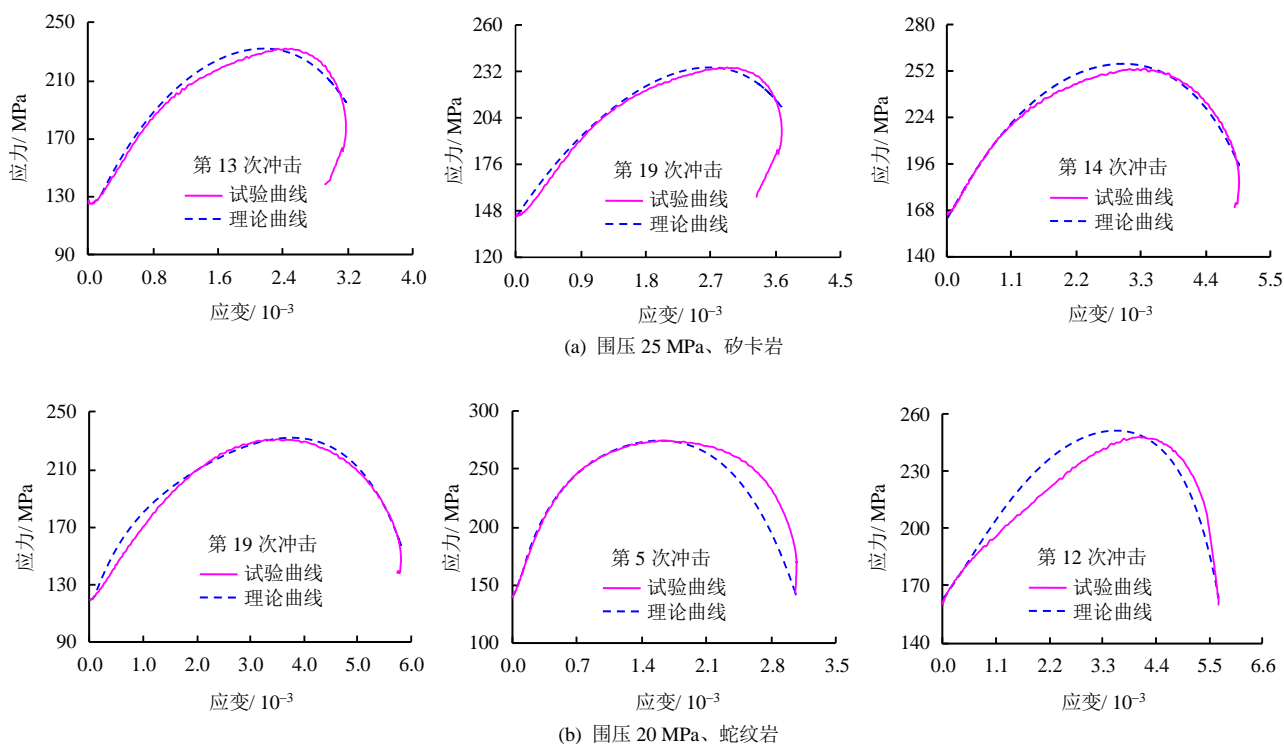


图9 岩石的理论应力-应变曲线对比图

Fig.9 Comparison between theoretical curves and testing stress-strain curves of rock

5 结 论

(1) 三维高静载频繁动态扰动时深部岩石的动态应力-应变曲线可分为微裂纹稳定发展、微裂纹非稳定发展、疲劳损伤、疲劳破坏4个阶段进行描述,且根据破坏程度的不同,疲劳破坏阶段会出现回弹、不回弹两种状况。

(2) 定义了三维高静载频繁动态扰动时岩石的损伤变量,且推演了损伤演化方程,同时借助确定的损伤参数,验证了岩石的损伤演化规律符合试验中岩样的损伤历程。

(3) 建立了三维高静载频繁动态扰动时岩石的本构模型,并利用试验数据进行试算,得出本构方程的拟合参数。通过理论和试验曲线的对比分析,得出二者具有较好的一致性,论证了建立的本构模型的合理性。但建立的本构方程无法预测动态应力-应变曲线的回弹部分,需进一步进行研究。

参 考 文 献

- [1] 张士川, 郭惟嘉, 孙文斌, 等. 深部开采隐伏构造扩展活化及突水试验研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(11): 3111—3120.
ZHANG Shi-chuan, GUO Wei-jia, SUN Wen-bin, et al. Experimental research on extended activation and water inrush of concealed structure in deep mining[J]. **Rock**

and Soil Mechanics, 2015, 36(11): 3111—3120.

- [2] 何满潮. 深部的概念体系及工程评价指标[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(16): 2854—2858.
HE Man-chao. Conception system and evaluation indexes for deep engineering[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(16): 2854—2858.
- [3] SHEMYAKIN E I, KURLENYA M V, OPARIN V N, et al. Zonal disintegration of rocks around underground workings, part IV: Practical applications[J]. **Journal of Mining Science**, 1989, 25(4): 297—302.
- [4] SHEMYAKIN E I, FISENKO G L, KURLENYA M V, et al. Zonal disintegration of rocks around underground workings, part I: Data of in-situ observations[J]. **Journal of Mining Science**, 1989, 22(3): 157—168.
- [5] SHEMYAKIN E I, FISENKO G L, KURLENYA M V, et al. Zonal disintegration of rocks around underground workings, part III: Theoretical concepts[J]. **Journal of Mining Science**, 1987, 23(1): 1—6.
- [6] OLSSON W A. The compressive strength of tuff as a function of strain rate from 10^{-6} to 10^3 s $^{-1}$ [J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Science and Geomechanics Abstracts**, 1991, 28(1): 115—118.
- [7] YALE D P, MOBIL R, JAMIESON JR W H, et al. Static and dynamic rock mechanical properties in the Hugoton

- and Panoma fields, Kansas[C]//Proceedings of the Mid-continent Gas Symposium. [S. l.]: [s. n.], 1994, 209—219.
- [8] VAN HEERDEN W L. General relations between static and dynamic moduli of rocks[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, 1987, 24(6): 381—385.
- [9] 蔡美峰, 何满潮, 刘东燕, 等. 岩石力学与工程[M]. 北京: 科学出版社, 2002: 8.
CAI Mei-feng, HE Mang-chao, LIU Dong-yan, et al. Rock mechanics and engineering[M]. Beijing: Science Press, 2002: 8.
- [10] LINDHOLM U S, YEAKLEY L M, NAGY A. The dynamic strength and fracture properties of dresser basalt[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 1974, 11(2): 181—191.
- [11] 于亚伦. 岩石动力学[M]. 北京: 北京科技大学出版社, 1990: 25—37.
YU Ya-lun. Rock dynamics[M]. Beijing: University of Science and Technology Beijing Press, 1990: 25—37.
- [12] KINOSHITA S, SATO K, KAWAKITA M. On the mechanical behavior of rocks under impulsive loading[J]. **Bulletin of the Faculty of Engineering Hokkaido University**, 1977, 8(3): 51—62.
- [13] 郑永来, 夏颂佑. 岩土黏弹性连续损伤本构模型[J]. 岩石力学与工程学报, 1996, 15(增刊): 428—432.
ZHENG Yong-lai, XIA Song-you. Viscoelastic continuum damage constitutive model of rock and soil[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1996, 15(Supp.): 428—432.
- [14] CHENG Hai-bing, MAURICE B B. Deformation and diffusion behaviour in a solid experiencing damage—a continuous damage model and its numerical implementation[C]//The 34th U.S Symposium On Rock Mechanics. [S. l.]: [s. n.], 1993: 495—498.
- [15] 朱明礼, 朱珍德, 李刚, 等. 循环荷载作用下花岗岩动力特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(12): 2520—2526.
ZHU Ming-li, ZHU Zhen-de, LI Gang, et al. Experimental study of dynamic characteristics of granite under cyclic loading[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2009, 28(12): 2520—2526.
- [16] TAKUSHIKO OSOMA SANO. Influence of strain rate on Dilation and strength of Oshima granite under uniaxial compression[J]. **Journal of Geophysical Research**, 1981, 86(B10): 9299—9311.
- [17] 单仁亮, 薛友松, 张倩. 岩石动态破坏的时效损伤本构模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(11): 1771—1776.
SHAN Ren-liang, XUE You-song, ZHANG Qian. Time dependent damage models of rock under dynamic loading[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2003, 22(11): 1771—1776.
- [18] 陆晓霞, 张培源. 在围压冲击条件下岩石损伤黏塑性本构关系[J]. 重庆大学学报(自然科学版), 2002, 25(1): 6—9.
LU Xiao-xia, ZHANG Pei-yuan. Rock damage viscoplastic constitutive relationship with compression[J]. **Journal of Chongqing University (Natural Science)**, 2002, 25(1): 6—9.
- [19] 李夕兵, 左宇军, 马春德. 中应变率下动静组合加载岩石的本构模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(5): 865—874.
LI Xi-bing, ZUO Yu-jun, MA Chun-de. Constitutive model of rock under coupled static-dynamic loading with intermediate strain rate[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2006, 25(5): 865—874.
- [20] 左宇军, 李夕兵, 马春德, 等. 动静组合载荷作用下岩石失稳破坏的突变理论模型与试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(5): 741—746.
ZUO Yu-jun, LI Xi-bing, MA Chun-de, et al. Catastrophic model and testing study on failure of static loading rock system under dynamic loading[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(5): 741—746.
- [21] 金解放. 静载荷与循环冲击组合作用下岩石动态力学特性研究[D]. 长沙: 中南大学, 2012.
JIN Jie-fang. Study on rock mechanical properties under coupled static-cyclic impact loadings[D]. Changsha: Central South University, 2012.
- [22] 唐礼忠, 王春, 程露萍, 等. 一维静载及循环冲击共同作用下矽卡岩力学特性试验研究[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2015, 46(10): 3898—3908.
TANG Li-zhong, WANG Chun, CHENG Lu-ping, et al. Experimental study of mechanical characteristics of skarn under one-dimensional coupled static and cyclic impact loads[J]. **Journal of Central South University (Science and Technology)**, 2015, 46(10): 3898—3908.
- [23] 许金余, 吕晓聪, 张军, 等. 围压条件下岩石循环冲击损伤的能量特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(增刊 2): 4159—4165.
XU Jin-yu, LÜ Xiao-cong, ZHANG Jun, et al. Research on energy properties of rock cyclical impact damage under confining pressure[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2010, 29(Supp.2): 4159—

- 4165.
- [24] 王春, 唐礼忠, 程露萍, 等. 一维高应力及重复冲击共同作用下岩石的本构模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(增刊 1): 2868—2878.
- WANG Chun, TANG Li-zhong, CHENG Lu-ping, et al. Constitutive model of rock under one-dimensional high stress and repeated impact loading[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2015, 34(Supp.1): 2868—2878.
- [25] 朱晶晶, 李夕兵, 宫凤强, 等. 单轴循环冲击下岩石的动力学特性及其损伤模型研究[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(3): 531—539.
- ZHU Jing-jing, LI Xi-bing, GONG Feng-qiang, et al. Dynamic characteristics and damage model for rock under uniaxial cyclic impact compressive loads[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2013, 35(3): 531—539.
- [26] 唐礼忠, 程露萍, 王春, 等. 高静载条件下受频繁动力扰动时蛇纹岩动力学特性研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(10): 2737—2744.
- TANG Li-zhong, CHENG Lu-ping, WANG Chun, et al. Dynamic characteristics of serpentinite under condition of high static load and frequent dynamic disturbance[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(10): 2737—2744.
- [27] LI X B, ZHOU Z L, LOK T S, et al. Innovative testing technique of rock subjected to coupled static and dynamic loads[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, 2008, 45(5): 739—748.
- [28] 李夕兵, 周子龙, 王卫华. 运用有限元和神经网络为 SHPB 装置构造理想冲头[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(23): 4215—4218.
- LI Xi-bing, ZHOU Zi-long, WANG Wei-hua. Construction of ideal striker for SHPB device based on FEM and neural network[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(23): 4215—4218.
- [29] 李夕兵, 周子龙, 叶洲元, 等. 岩石动静组合加载力学特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(7): 1387—1395.
- LI Xi-bing, ZHOU Zi-long, YE Zhou-yuan, et al. Study of rock mechanical characteristics under coupled static and dynamic loads[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(7): 1387—1395.
- [30] LI X B, LOK T S, ZHAO J, et al. Oscillation elimination in the Hopkinson bar apparatus and resultant complete dynamic stress-strain curves for rocks[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, 2000, 37(7): 1055—1060.
- [31] KACHANOV L M. On the time to failure under creep condition[J]. **Izv, Akad, Nauk, USSR, Otd. Tekhn. Nauk**, 1958, 8: 26—31.
- [32] LEMAITRE J. A continuous damage mechanics model for ductile materials[J]. **Journal of Engineering Materials and Technology**, 1985, 107(1): 83—89.
- [33] 余寿文, 冯桥西. 损伤力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.
- YU Shou-wen, FENG Qiao-xi. Damage mechanics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997.
- [34] 曹文贵, 张升, 赵明华. 软化与硬化特性转化的岩石损伤统计本构模型之研究[J]. 工程力学, 2006, 23(11): 110—115.
- CAO Wen-gui, ZHANG Sheng, ZHAO Ming-hua. Study on a statistical damage constitutive model with conversion between softening and hardening properties of rock[J]. **Engineering Mechanics**, 2006, 23(11): 110—115.
- [35] 沈珠江. 结构性黏土的弹塑性损伤模型[J]. 岩土工程学报, 1993, 15(3): 21—28.
- SHEN Zhu-jiang. An elasto-plastic damage model for cemented clays[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1993, 15(3): 21—28.
- [36] 曹文贵, 赵衡, 李翔, 等. 基于残余强度变形阶段特征的岩石变形全过程统计损伤模拟方法[J]. 土木工程学报, 2012, 45(6): 139—145.
- CAO Wen-gui, ZHAO Heng, LI Xiang, et al. A statistical damage simulation method for rock full deformation process with consideration of the deformation characteristics of residual strength phase[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2012, 45(6): 139—145.
- [37] 陈忠辉, 林忠明, 谢和平, 等. 三维应力状态下岩石损伤破坏的卸荷效应[J]. 煤炭学报, 2004, 29(1): 31—35.
- CHEN Zhong-hui, LIN Zhong-ming, XIE He-ping, et al. Damage study on brittle rock failure under complicated stress[J]. **Journal of China Coal Society**, 2004, 29(1): 31—35.
- [38] 唐春安. 岩石破裂过程中的灾变[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1993.
- TANG Chun-an. The catastrophe in the process of rock failure[M]. Beijing: China Coal Industry Publishing Home, 1993.
- [39] 李夕兵, 古德生. 岩石冲击动力学[M]. 长沙: 中南工业大学出版社, 1994: 12.
- LI Xi-bing, GU De-sheng. Rock impact dynamics[M]. Changsha: Central South University of Technology Press, 1994: 12.