

基于虚土桩模型的层状地基群桩沉降研究

辛冬冬, 张乐文, 宿传玺

(山东大学 岩土与结构工程研究中心, 山东 济南 250061)

摘 要: 群桩中各基桩之间的加筋与遮帘效应和桩端土体变形是群桩沉降计算中的关键部分, 极大地影响计算结果的准确性, 然而, 目前相关的研究仍显不足。采用剪切位移法原理分析了各基桩之间的加筋与遮帘效应, 通过荷载传递法原理推导出层状地基土中各基桩桩底、顶之间的沉降与轴力关系式; 基于虚土桩模型, 探讨了虚土桩长度的影响因素并给出了定量计算公式, 得到了层状地基土中各虚土桩顶、底之间的沉降与轴力关系式; 利用基桩与虚土桩的边界条件和平衡关系确定柔度系数矩阵, 进而根据不同的承台形式求得群桩沉降。工程案例计算表明, 理论计算与实测值吻合较好, 该方法具有较高的准确性。其研究结果对群桩沉降计算理论的发展具有一定的补充和推动作用。

关 键 词: 群桩沉降; 虚土桩模型; 加筋与遮帘效应; 层状地基; 柔度系数

中图分类号: TU 473

文献标识码: A

文章编号: 1000—7598 (2017)08—2368—10

Settlement research of pile groups in layered soils based on virtual soil-pile model

XIN Dong-dong, ZHANG Le-wen, SU Chuan-xi

(Geotechnical and Structural Engineering Research Center, Shandong University, Jinan, Shandong 250061, China)

Abstract: The reinforcing and restraining effect of pile groups and the soil deformation under the pile tips are the key problems in settlement calculation of pile groups. However, the research on pile groups settlement is insufficient and needs to be continued. The reinforcing and restraining effect of pile groups was analyzed using the shear displacement method. The relations of settlement and axial force between bottom and top of each pile in layered soils were deduced by the load transfer method, respectively. Based on virtual soil-pile model, the calculation formula of virtual soil-pile length was provided. The relations of settlement and axial force between top and bottom of each virtual soil-pile in layered soils were obtained. Flexibility coefficient matrix was ascertained by the boundary conditions and the balance equations of pile section and virtual soil-pile section. Pile groups settlement was obtained based on different pile cap types. Lastly, case study indicated that settlement predicted by the present method agrees well with those measured from real test of engineering cases. The proposed method has high accuracy. The research played a complementary and promoting role on the development of settlement theory of pile groups.

Keywords: pile groups settlement; virtual soil-pile model; reinforcing and restraining effect; layered soils; flexibility coefficient

1 引 言

群桩沉降计算一直以来都是桩基设计中的一大难题, 它受桩径、桩距、桩长等诸多因素的影响, 具有极大的不确定性。目前, 群桩沉降计算中常用的方法有等代墩法、等效分层总和法、弹性理论法等^[1-2], 此外, 剪切位移法^[3-4]、荷载传递法^[5-6]等也发展迅速。但这些方法都存在局限性。在群桩沉降

的研究过程中, 存在两大不可忽视的问题: 一是能否合理、准确地考虑基桩之间的加筋与遮帘效应对群桩沉降的影响; 二是如何有效地考虑桩端土体变形对群桩沉降的影响。上述问题的有效解决将极大提高群桩沉降计算的准确性。

国内外学者对群桩沉降的研究不断, Poulos等^[7]提出了相互作用系数法来考虑几何尺寸、受力特性完全相同的两桩之间的相互作用。Mylonakia^[8]将剪

收稿日期: 2016-04-05

基金项目: 国家自然科学基金项目 (No. 41572275)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (41572275).

第一作者简介: 辛冬冬, 男, 1993 年生, 硕士研究生, 主要从事岩土工程与工程地质等方面的研究工作。E-mail: xindd_sdu@163.com

通讯作者: 张乐文, 男, 1972 年生, 博士, 教授, 主要从事地质灾害超前预报与防治等方面的教学与研究工作。E-mail: lewenzhang@163.com

切位移法原理^[3-4]同荷载传递法原理^[5-6]结合到两桩的沉降计算中, 此后, 在此基础上该方法又得到广泛研究。赵明华等^[9]根据剪切位移法原理^[3-4], 基于基桩沉降时在周围基桩上产生的负摩阻力对原基桩沉降的影响, 考虑了不同基桩之间的加筋与遮帘效应。林智勇等^[10]在赵明华等^[9]研究的基础上, 又考虑了一桩沉降时在周围基桩上产生的负摩阻力对周围基桩沉降的影响, 并通过引入新的相互作用系数进行计算。杨威等^[11]通过简化桩间相互作用, 将桩侧摩阻力求解方程近似解耦, 快速确定了群桩基础桩身剪应力和位移。但在群桩沉降研究过程中, 大都忽视了对桩端沉降的研究, Randolph 等^[12]建议, 采用修正过的 Boussinesq 解来计算桩端土体沉降, 林智勇等^[13]在进行桩端土体沉降计算时, 采用了 Mindlin 位移解并考虑桩径的影响。然而, 上述介绍的研究方法大都只能利用简单的修正公式对桩端土体沉降进行粗略的计算, 且不能够考虑桩端以下为层状地基时桩端土体沉降特性, 这都大大影响了计算结果的准确性。

本文在群桩沉降的研究中, 基于剪切位移法原理^[3-4], 考虑了层状地基中各基桩之间的加筋与遮帘效应, 并以荷载传递法原理^[5-6]为基础, 进行群桩沉降计算; 提出了一种新的群桩沉降计算模型, 将各基桩桩端以下层状地基土均假设为至基岩面的虚土桩, 利用同基桩部分相似的方法来计算桩端土体沉降, 并利用基桩与虚土桩的边界条件和平衡关系求得群桩沉降值。

2 虚土桩模型建立

设群桩基础中共有 N 根圆形基桩, 为便于表述和理解, 任取其中两根基桩 i 、 j 来研究它们之间的相互影响, 如图 1 所示。

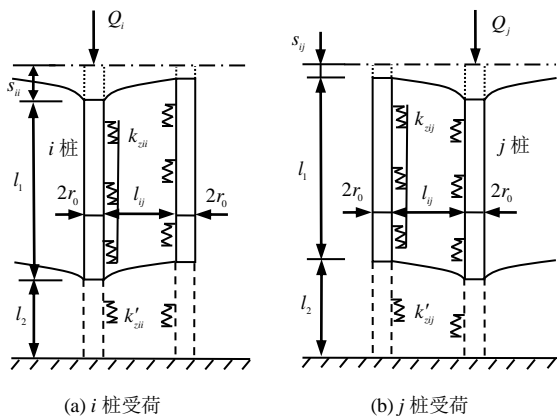


图1 群桩沉降计算模型

Fig.1 Settlement calculation model of pile groups

图中 l_1 、 l_2 分别为基桩和虚土桩长度, r_0 为基桩和虚土桩半径, l_{ij} 为两基桩或两虚土桩的中心距, Q_i 、 Q_j 分别为 i 桩、 j 桩所受的桩顶荷载。

为简化分析, 需要作如下假设:

(1) 假设各圆形基桩长度均相同; 各层地基土与基岩面水平分布。

(2) 桩周土体主要承受剪切变形, 桩体与桩侧土位移协调一致; 不考虑桩周土体上、下层之间由于位移不协调而引起的相互作用。

(3) 基桩和虚土桩与桩侧土体之间按线性弹簧接触。

3 群桩沉降计算

i 桩的总沉降 s_i 由两部分组成: 一部分为 i 桩在桩顶荷载 Q_i 作用下并考虑周围 j 桩的加筋与遮帘效应而产生的沉降 s_{ii} , 如图 1(a) 所示; 另一部分为周围 j 桩在桩顶荷载 Q_j 作用下并考虑 i 桩加筋与遮帘效应而引起的 i 桩的沉降 s_{ij} , 如图 1(b) 所示。 i 桩的总沉降值为

$$s_i = s_{ii} + \sum_{j=1, j \neq i}^N s_{ij} \quad (1)$$

3.1 计算 s_{ii}

根据剪切位移法原理^[3-4]并参考文献[10]进行分析, 可知 s_{ii} 值计算公式为

$$s_{ii} = s_{i0} - \sum_{j=1, j \neq i}^N \Delta s_{i0} = \frac{\tau_{zi} r_0}{G_z} \left[\ln \left(\frac{r_m}{r_0} \right) - \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{r_0}{l_{ij}} \ln \left(\frac{r_m}{l_{ij}} \right) \right] \quad (2)$$

式中: s_{i0} 为 i 桩在桩顶荷载 Q_i 作用下, 不考虑周围桩的影响时的沉降值; Δs_{i0} 为周围桩的存在对 i 桩的沉降折减值; τ_{zi} 为 i 桩桩顶受荷载 Q_i 作用时, 在其桩侧深度 z 处产生的侧摩阻力; G_z 为深度 z 处土体剪切模量, $G_z = E_0 / [2(1 + \mu)]$, E_0 为土体弹性模量, E_0 未知时可采用变形模量 E 作近似计算, μ 为土体泊松比; r_m 为土体剪切变形影响半径。

根据相关研究^[3, 14], r_m 可以取 $(12 \sim 24)r_0$ 或按 Randolph 等^[4]的建议公式取 $r_m = 2.5l\rho_m(1 - \mu)$, l 为桩长, ρ_m 为土体不均匀系数, 对均质土可取 1.0, 对剪切模量随深度变大的土可取 0.5。

根据荷载传递法原理^[5-6], 桩身位移微分方程和轴力与位移微分关系式如下:

$$\left. \begin{aligned} E_p A_p \frac{d^2 s_{ii}(z)}{dz^2} - k_{zii} s_{ii} &= 0 \\ \frac{ds_{ii}(z)}{dz} &= -\frac{Q_{ii}(z)}{A_p E_p} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: E_p 为基桩弹性模量; A_p 为基桩或虚土桩横截面积; $Q_{ii}(z)$ 为 i 桩桩顶受荷载 Q_i 作用时, 深度 z 处 i 桩桩身轴力; k_{zii} 为 i 桩桩侧单位厚度土体的等效刚度系数, 其表达式为

$$k_{zii} = 2\pi G_z \left/ \left(\ln \left(\frac{r_m}{r_0} \right) - \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{r_0}{l_{ij}} \ln \left(\frac{r_m}{l_{ij}} \right) \right) \right. \quad (4)$$

求解式 (3) 得, 深度 z 处 i 桩桩身位移和轴力通解如下:

$$\begin{bmatrix} s_{ii}(z) \\ Q_{ii}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_{ii}z} & e^{-\lambda_{ii}z} \\ -E_p A_p \lambda_{ii} e^{\lambda_{ii}z} & E_p A_p \lambda_{ii} e^{-\lambda_{ii}z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: $\lambda_{ii} = [k_{zii}/(E_p A_p)]^{1/2}$; c_1 、 c_2 为待定系数。

当为成层地基时, 若基桩范围内有 n 层土, 则将桩分为 n 段, 其中第 m 段土层厚度为 h , 则可得第 m 段桩底、顶沉降与轴力关系矩阵为

$$\begin{bmatrix} s_{ii}(z(h)) \\ Q_{ii}(z(h)) \end{bmatrix}_m = \begin{bmatrix} t_{i1} & t_{i2} \\ t_{i3} & t_{i4} \end{bmatrix}_m \begin{bmatrix} s_{ii}(z(0)) \\ Q_{ii}(z(0)) \end{bmatrix}_m \quad (6)$$

其中

$$\begin{bmatrix} t_{i1} & t_{i2} \\ t_{i3} & t_{i4} \end{bmatrix}_m = \begin{bmatrix} \operatorname{ch}(\lambda_{ii}h) & -\frac{1}{E_p A_p \lambda_{ii}} \operatorname{sh}(\lambda_{ii}h) \\ -E_p A_p \lambda_{ii} \operatorname{sh}(\lambda_{ii}h) & \operatorname{ch}(\lambda_{ii}h) \end{bmatrix}_m \quad (7)$$

将每段桩桩身位移和轴力关系矩阵自下而上进行迭加, 可得桩底、顶沉降与轴力关系矩阵为

$$\begin{bmatrix} s_{ii}(l_1) \\ Q_{ii}(l_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{i1} & T_{i2} \\ T_{i3} & T_{i4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{ii}(0) \\ Q_{ii}(0) \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中:

$$\begin{bmatrix} T_{i1} & T_{i2} \\ T_{i3} & T_{i4} \end{bmatrix} = \prod_{m=1}^n \begin{bmatrix} t_{i1} & t_{i2} \\ t_{i3} & t_{i4} \end{bmatrix}_m \quad (9)$$

为了确定桩底沉降 $s_{ii}(l_1)$ 和轴力 $Q_{ii}(l_1)$, 需要对虚土桩部分进行计算分析。

当 i 桩顶受荷载 Q_i 作用时, 其虚土桩桩侧在深度 z 处产生侧摩阻力 τ'_{zi} , 由于虚土桩之间不存在加筋与遮帘效应, 根据剪切位移法原理^[3-4]可得自身虚土桩桩侧产生的沉降值为

$$s'_{ii} = \frac{\tau'_{zi} r_0}{G_z} \ln \left(\frac{r_m}{r_0} \right) \quad (10)$$

根据荷载传递法原理^[5-6], 虚土桩桩身位移微分方程和轴力与位移微分关系式为

$$\left. \begin{aligned} E_s A_p \frac{d^2 s'_{ii}(z)}{dz^2} - k'_{zii} s'_{ii} &= 0 \\ \frac{ds'_{ii}(z)}{dz} &= -\frac{Q'_i(z)}{A_p E_s} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中: E_s 为土体压缩模量, $E_s = (1-\mu)E/[(1+\mu)(1-2\mu)]$, E 为土体变形模量; $Q'_i(z)$ 为 i 桩桩顶受荷载 Q_i 作用时, 深度 z 处 i 桩的虚土桩桩身轴力; k'_{zii} 为 i 桩的虚土桩桩侧单位厚度土体的等效刚度系数, 其计算公式为

$$k'_{zii} = 2\pi G_z \left/ \left(\ln \left(\frac{r_m}{r_0} \right) \right) \right. \quad (12)$$

求解式 (11) 可得深度 z 处虚土桩桩身位移和轴力通解为

$$\begin{bmatrix} s'_{ii}(z) \\ Q'_i(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{\lambda'_{ii}z} & e^{-\lambda'_{ii}z} \\ -E_s A_p \lambda'_{ii} e^{\lambda'_{ii}z} & E_s A_p \lambda'_{ii} e^{-\lambda'_{ii}z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中: $\lambda'_{ii} = [k'_{zii}/(E_s A_p)]^{1/2}$; c_3 、 c_4 为待定系数。

当虚土桩范围内存在成层地基时, 若有 n' 层土体, 则将虚土桩分为 n' 段, 其中第 m' 段虚土桩长度为 h' , 采用基桩部分的处理方法, 可得虚土桩顶、底沉降与轴力关系矩阵为

$$\begin{bmatrix} s'_{ii}(l_1) \\ Q'_i(l_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T'_{i1} & T'_{i2} \\ T'_{i3} & T'_{i4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s'_{ii}(l_1+l_2) \\ Q'_i(l_1+l_2) \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中

$$\begin{bmatrix} T'_{i1} & T'_{i2} \\ T'_{i3} & T'_{i4} \end{bmatrix} = \prod_{m'=1}^{n'} \begin{bmatrix} t'_{i1} & t'_{i2} \\ t'_{i3} & t'_{i4} \end{bmatrix}_{m'} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} t'_{i1} & t'_{i2} \\ t'_{i3} & t'_{i4} \end{bmatrix}_{m'} = \begin{bmatrix} \operatorname{ch}(\lambda'_{ii}h') & \frac{1}{E_s A_p \lambda'_{ii}} \operatorname{sh}(\lambda'_{ii}h') \\ E_s A_p \lambda'_{ii} \operatorname{sh}(\lambda'_{ii}h') & \operatorname{ch}(\lambda'_{ii}h') \end{bmatrix}_{m'} \quad (16)$$

根据基桩桩顶、虚土桩桩底的边界条件以及基桩与虚土桩接触面的平衡关系, 可得如下关系式:

$$\left. \begin{aligned} s_{ii}(l_1) &= s'_{ii}(l_1) \\ Q_{ii}(l_1) &= Q'_{ii}(l_1) \\ Q_{ii}(0) &= Q_i \\ s'_{ii}(l_1+l_2) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

将式 (8) 和式 (14) 代入式 (17), 可得

$$\begin{bmatrix} T_{i1} & T_{i2} \\ T_{i3} & T_{i4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{ii}(0) \\ Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T'_{i1} & T'_{i2} \\ T'_{i3} & T'_{i4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ Q'_{ii}(l_1+l_2) \end{bmatrix} \quad (18)$$

求解式(18)可以确定桩顶沉降 $s_{ii}(0)$ 和桩顶荷载 Q_i 的关系式为

$$s_{ii}(0) = f_{ii} Q_i \quad (19)$$

式中: f_{ii} 为 i 桩桩顶受荷作用时自身桩顶柔度系数, 其计算公式为

$$f_{ii} = \frac{T_{i4}T'_{i2} - T_{i2}T'_{i4}}{T_{i1}T'_{i4} - T_{i3}T'_{i2}} \quad (20)$$

3.2 求解 s_{ij}

为求得 j 桩桩顶受荷载 Q_j 作用时对 i 桩桩侧引起的沉降值 s_{ij} , 本文在 Mylonakis^[8] 和林智勇等^[13] 分析的基础上展开相关研究, 取 i 桩一微段 dz 进行受力分析, 如图2所示。

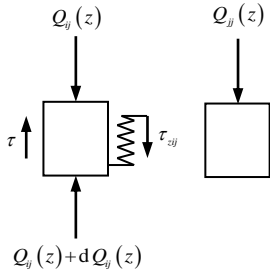


图2 j 桩荷载引起 i 桩沉降计算简图
Fig.2 Settlement calculation model of pile i caused by pile j

可得如下平衡方程式:

$$dQ_{ij}(z) + u\tau dz = u\tau_{zij} dz \quad (21)$$

式中: $u = 2\pi r_0$; $u\tau = k_{zij} s_{ij}$; $u\tau_{zij} = r_0 / l_{ij} k_{zij} s_{ij}$ 。

可以确定桩身位移微分方程和轴力与位移微分关系式为

$$\begin{bmatrix} A_{ij1} & A_{ij2} \\ A_{ij3} & A_{ij4} \end{bmatrix}_m = \begin{bmatrix} \beta_{ij} & 0 \\ 0 & \beta_{ij} \end{bmatrix} - \beta_{ij} \begin{bmatrix} t_{ij1} & t_{ij2} \\ t_{ij3} & t_{ij4} \end{bmatrix}_m \begin{bmatrix} t_{j1} & t_{j2} \\ t_{j3} & t_{j4} \end{bmatrix}_m^{-1} =$$

$$\beta_{ij} \begin{bmatrix} 1 + \frac{\lambda_{jj}}{\lambda_{ij}} \text{sh}(\lambda_{ij}h) \text{sh}(\lambda_{jj}h) - \text{ch}(\lambda_{ij}h) \text{ch}(\lambda_{jj}h) & \frac{1}{E_p A_p \lambda_{jj}} \text{ch}(\lambda_{ij}h) \text{sh}(\lambda_{jj}h) - \frac{1}{E_p A_p \lambda_{ij}} \text{sh}(\lambda_{ij}h) \text{ch}(\lambda_{jj}h) \\ E_p A_p \lambda_{jj} \text{ch}(\lambda_{ij}h) \text{sh}(\lambda_{jj}h) - E_p A_p \lambda_{ij} \text{sh}(\lambda_{ij}h) \text{ch}(\lambda_{jj}h) & 1 + \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_{jj}} \text{sh}(\lambda_{ij}h) \text{sh}(\lambda_{jj}h) - \text{ch}(\lambda_{ij}h) \text{ch}(\lambda_{jj}h) \end{bmatrix}_m \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_{ij1} & \alpha_{ij2} \\ \alpha_{ij3} & \alpha_{ij4} \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^n \left\{ \left(\prod_{k=1}^{m-1, m \geq 2} \begin{bmatrix} t_{ij1} & t_{ij2} \\ t_{ij3} & t_{ij4} \end{bmatrix}_k \right) \begin{bmatrix} A_{ij1} & A_{ij2} \\ A_{ij3} & A_{ij4} \end{bmatrix}_m \left(\prod_{k=m}^n \begin{bmatrix} t_{j1} & t_{j2} \\ t_{j3} & t_{j4} \end{bmatrix}_k \right) \right\} \times \begin{bmatrix} T_{j1} & T_{j2} \\ T_{j3} & T_{j4} \end{bmatrix}^{-1} \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} t_{ij1} & t_{ij2} \\ t_{ij3} & t_{ij4} \end{bmatrix}_m = \begin{bmatrix} \text{ch}(\lambda_{ij}h) & \frac{1}{E_p A_p \lambda_{ij}} \text{sh}(\lambda_{ij}h) \\ E_p A_p \lambda_{ij} \text{sh}(\lambda_{ij}h) & \text{ch}(\lambda_{ij}h) \end{bmatrix}_m \quad (29)$$

$$\left. \begin{aligned} E_p A_p \frac{d^2 s_{ij}(z)}{dz^2} - k_{zij} s_{ij} + \frac{r_0}{l_{ij}} k_{zij} s_{jj}(z) &= 0 \\ \frac{ds_{ij}(z)}{dz} &= -\frac{Q_{ij}(z)}{E_p A_p} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

式中: k_{zij} 为 i 桩桩侧单位厚度土体等效刚度系数, 若其值小于0则取为0, 计算公式为

$$k_{zij} = 2\pi G_z \left/ \left[\frac{l_{ij}}{r_0} \ln \left(\frac{r_m}{l_{ij}} \right) - \ln \left(\frac{r_m}{r_0} \right) \right] \right. \quad (23)$$

求解式(22)得 i 桩在深度 z 处的桩身位移与轴力通解为

$$\begin{bmatrix} s_{ij}(z) \\ Q_{ij}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{ij} & 0 \\ 0 & \beta_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{jj}(z) \\ Q_{jj}(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e^{\lambda_{ij}z} & e^{-\lambda_{ij}z} \\ -E_p A_p \lambda_{ij} e^{\lambda_{ij}z} & E_p A_p \lambda_{ij} e^{-\lambda_{ij}z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

式中: $\lambda_{ij} = [k_{zij} / (E_p A_p)]^{1/2}$; $\beta_{ij} = r_0 / l_{ij} \cdot k_{zij} / (k_{zij} - k_{jj})$; d_1 、 d_2 为待定系数。

对于基桩范围内的 n 层土, 可以按照 3.1 节中的递推求解过程, 得到 i 桩桩底与桩顶的沉降和轴力关系矩阵为

$$\begin{bmatrix} s_{ij}(l_1) \\ Q_{ij}(l_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{ij1} & T_{ij2} \\ T_{ij3} & T_{ij4} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left(\begin{bmatrix} s_{ij}(0) \\ Q_{ij}(0) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha_{ij1} & \alpha_{ij2} \\ \alpha_{ij3} & \alpha_{ij4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{jj}(0) \\ Q_{jj}(0) \end{bmatrix} \right) \quad (25)$$

其中:

$$\begin{bmatrix} T_{ij1} & T_{ij2} \\ T_{ij3} & T_{ij4} \end{bmatrix} = \prod_{m=1}^n \begin{bmatrix} t_{ij1} & t_{ij2} \\ t_{ij3} & t_{ij4} \end{bmatrix}_m \quad (26)$$

下面对虚土桩部分进行分析, 来确定桩底沉降 $s_{ii}(l_1)$ 和轴力 $Q_{ii}(l_1)$ 。 j 桩桩顶受荷载 Q_j 作用时, 其虚土桩桩侧在深度 z 处产生侧摩阻力 τ'_{zj} , 对 i 桩的虚土桩桩侧引起的沉降值为

$$s'_{ij} = \frac{\tau'_{zj} r_0}{G_z} \ln \left(\frac{r_m}{l_{ij}} \right) \quad (30)$$

可以确定桩身位移微分方程和轴力与位移微分关系式为

$$\left. \begin{aligned} E_s A_p \frac{d^2 s'_{ij}(z)}{dz^2} - k'_{zij} s'_{ij} &= 0 \\ \frac{ds'_{ij}(z)}{dz} &= -\frac{Q'_{ij}(z)}{A_p E_s} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

式中: k'_{zij} 为 i 桩的虚土桩桩侧单位厚度土体的等效刚度系数, 其计算公式为

$$k'_{zij} = 2\pi G_z / \left(\frac{l_{ij}}{r_0} \ln \left(\frac{r_m}{l_{ij}} \right) \right) \quad (32)$$

求解式 (31) 得在深度 z 处虚土桩桩身位移、轴力通解为

$$\begin{bmatrix} s'_{ij}(z) \\ Q'_{ij}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{\lambda'_{ij} z} & e^{-\lambda'_{ij} z} \\ -E_s A_p \lambda'_{ij} e^{\lambda'_{ij} z} & E_s A_p \lambda'_{ij} e^{-\lambda'_{ij} z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} \quad (33)$$

式中: $\lambda'_{ij} = [k'_{zij} / (E_s A_p)]^{1/2}$; d_3 、 d_4 为待定系数。

对虚土桩范围内的 n' 层土, 同样可得虚土桩桩顶与虚土桩桩底沉降和轴力关系式为

$$\begin{bmatrix} s'_{ij}(l_1) \\ Q'_{ij}(l_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T'_{ij1} & T'_{ij2} \\ T'_{ij3} & T'_{ij4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s'_{ij}(l_1 + l_2) \\ Q'_{ij}(l_1 + l_2) \end{bmatrix} \quad (34)$$

其中

$$\begin{bmatrix} T'_{ij1} & T'_{ij2} \\ T'_{ij3} & T'_{ij4} \end{bmatrix} = \prod_{m'=1}^{n'} \begin{bmatrix} t'_{ij1} & t'_{ij2} \\ t'_{ij3} & t'_{ij4} \end{bmatrix}_{m'} \quad (35)$$

$$\begin{bmatrix} t'_{ij1} & t'_{ij2} \\ t'_{ij3} & t'_{ij4} \end{bmatrix}_{m'} = \begin{bmatrix} \text{ch}(\lambda'_{ij} h') & \frac{1}{E_s A_p \lambda'_{ij}} \text{sh}(\lambda'_{ij} h') \\ E_s A_p \lambda'_{ij} \text{sh}(\lambda'_{ij} h') & \text{ch}(\lambda'_{ij} h') \end{bmatrix}_{m'} \quad (36)$$

根据 i 桩桩顶、 i 桩对应的虚土桩桩底的边界条件以及 i 桩与其虚土桩接触面的平衡关系, 可得

$$\left. \begin{aligned} s'_{ij}(l_1) &= s'_{ij}(l_1) \\ Q_{ij}(l_1) &= Q'_{ij}(l_1) \\ Q_{ij}(0) &= 0 \\ s'_{ij}(l_1 + l_2) &= 0 \\ Q_{ij}(0) &= Q_j \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

将式 (25) 和式 (34) 代入关系式 (37), 可得

$$\begin{bmatrix} s_{ij}(0) \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha_{ij1} & \alpha_{ij2} \\ \alpha_{ij3} & \alpha_{ij4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{ij}(0) \\ Q_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T'_{ij1} & T'_{ij2} \\ T'_{ij3} & T'_{ij4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ Q'_{ij}(l_1 + l_2) \end{bmatrix} \quad (38)$$

将式 (20) 代入式 (38) 并求解, 可以确定 i 桩的桩顶沉降 $s_{ij}(0)$ 和 j 桩桩顶荷载 Q_j 的关系式为

$$s_{ij}(0) = f_{ij} Q_j \quad (39)$$

式中: f_{ij} 为 j 桩受荷作用时引起的 i 桩顶柔度系数。

$$f_{ij} = f_{ij} \alpha_{ij1} + \alpha_{ij2} - \frac{T'_{ij1} T'_{ij2} + T'_{ij2} T'_{ij4}}{T'_{ij3} T'_{ij2} + T'_{ij4} T'_{ij4}} (f_{ij} \alpha_{ij3} + \alpha_{ij4}) \quad (40)$$

将式 (19) 和式 (39) 代入式 (1) 可得各基桩桩顶的总沉降值为

$$s_i(0) = f_{ii} Q_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N f_{ij} Q_j \quad (41)$$

展开成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} s_1(0) \\ s_2(0) \\ \vdots \\ s_N(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1N} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{N1} & f_{N2} & \cdots & f_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_N \end{bmatrix} \quad (42)$$

3.3 虚土桩长度探讨

理论上, 桩端至基岩部分的深度应当作为虚土桩的长度。但由于种种原因往往不能确定基岩面或深层土体参数, 也没必要确定。根据文献[15]的现场试验研究, 桩端土体压缩范围主要集中在桩端以下的有限区域, 在实际应用中可取桩端以下一定深度处作为虚土桩的底端, 并假设该端沉降值为 0。虚土桩长度的选取会对群桩沉降计算结果产生一定影响, 取值过小时不能够反映真实的桩端土体变形, 使沉降计算值过小, 取值过大则需提高相应的勘察要求并增加计算难度。

《建筑桩基技术规范》[16]中规定, 采用应力比法确定群桩沉降计算深度 z_n , z_n 处土体的附加应力 σ_z 与自重应力 σ_c 应当满足下述条件:

$$\sigma_z \leq 0.2 \sigma_c \quad (43)$$

刘金砺等[15]通过现场试验测试, 认为在工作荷载 ($P \leq P_u/2$, P_u 为群桩极限承载力) 下, 小桩距群桩 ($l_a = 3d$, 其中 l_a 为桩间距, d 为桩径) 的压缩层深度约为 $1.5B$ (B 为群桩底面宽度), 大桩距群桩 ($l_a = 6d$) 的压缩层厚度约为 $0.5B$; 王奎华等[17]认为, 虚土桩的长度取值应当随桩端土体压缩模量

和桩端应力不同而不同, 且对单桩沉降的虚土桩长度进行了研究。笔者认为, 虚土桩长度取值应当综合考虑群桩底面宽度 (B), 桩的长径比 (l/d), 桩距、桩径比 (l_a/d) 等因素的影响。

笔者在秋仁东等^[18]的研究基础上, 又考虑了桩距、桩径比的影响, 建议采用如下公式确定群桩沉降计算深度:

$$z_n = B \left[1.2 - 0.3 \left(\ln \frac{B}{10} + \ln \frac{l/d}{50} + \ln \frac{l_a/d}{6} \right) \right] \quad (44)$$

$$\sigma_z = 50 \text{ kPa}$$

取两条件中先满足者的厚度作为虚土桩长度。

4 工程应用

4.1 计算公式应用

对不同形式承台的群桩基础沉降计算时, 应当按下述要求进行。

(1) 对承台底土不分担荷载的群桩, 若为刚性承台基础, 应当满足如下条件:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_N &= P \\ s_1 = s_2 = \cdots = s_N &= s \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

式中: P 为群桩基础总荷载。

若为柔性承台基础, 则按下述公式计算:

$$Q_i = P/N \quad (46)$$

(2) 对于承台底土分担荷载的低承台群桩, 需要在(1)的计算基础上增加承台底土的沉降, 按下公式计算:

$$s_c = \omega(1 - \mu^2)bp_c / E_{sp} \quad (47)$$

式中: s_c 为承台底土的平均沉降值; ω 为沉降影响系数; b 为承台宽度或直径; p_c 为承台底土平均反力; E_{sp} 为承台底土复合弹性模量, 由承台底土、桩弹性模量按面积加权平均求得。

4.2 工程案例 1

刘金砺等^[15]在山东进行了原型桩基试验, 以粉土中试验的一组低承台桩基试验 G5 和一组高承台桩基试验 G16 为例, 承台为刚性, 采用本文所述方法进行沉降计算并与等效作用分层总和法^[16]、弹性理论法^[7]、赵明华^[9]、闫纲丽^[19]等的计算结果进行比较分析。

试验区的土层分布如下: 地表至地面以下 8.0 m 范围内为粉土, 稍密~中密, 黏聚力为 4 kPa, 内摩擦角为 33° , 土体变形模量约为 8.2 MPa, 泊松比约为 0.35; 8.0 m 以下为粉质黏土, 可塑~软塑。

模型桩采用与工程原型相近的钻孔灌注桩, 桩身弹性模量为 20 GPa, 在工作荷载 ($P \leq P_u/2$, P_u 为群桩极限承载力) 下进行相关群桩试验, 群桩布置见图 3, 试验参数见表 1。文献^[13]根据试验实测数据反算承台底土分担荷载为 162 kN。

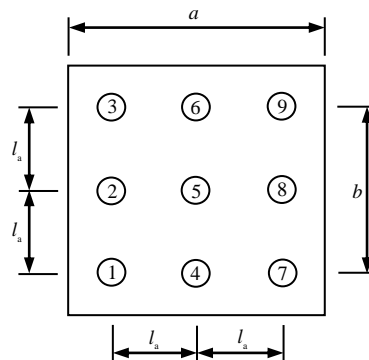


图3 群桩布置图

Fig.3 Layout of pile groups

表1 群桩试验参数

Table 1 Test parameters of pile groups

试验 编号	桩径 d / m	桩长 l / m	桩距 l_a / m	承台宽度 $a \times b$ / m	桩数 n	承台 设置 方式	荷载 P / kN
G5	0.25	4.50	0.75	2.25×2.25	3×3	低承台	1 280
G16	0.25	4.50	0.75	2.25×2.25	3×3	高承台	940

以低承台桩基试验 G5 为例, 本文给出群桩沉降的计算过程如下:

(1) 确定 r_m 和 l_2

$$z_{n1} = B \left[1.2 - 0.3 \left(\ln \frac{B}{10} + \ln \frac{l/d}{50} + \ln \frac{l_a/d}{6} \right) \right] =$$

$$1.75 \left[1.2 - 0.3 \left(\ln \frac{1.75}{10} + \ln \frac{4.5/0.25}{50} + \ln \frac{0.75/0.25}{6} \right) \right] = 3.92 \text{ m}$$

根据《建筑桩基技术规范》^[16], 计算确定当 $\sigma_z = 50 \text{ kPa}$ 时, $z_{n2} = 3.15 \text{ m}$ 。因此, $l_2 = z_{n2} = 3.15 \text{ m}$ 。

取

$$r_m = 16r_0 = 16 \times 0.125 = 2.0 \text{ m}$$

$$A_p = \pi \times 0.125^2 = 0.049 \text{ m}^2$$

$$E_s = (1 - \mu)E / [(1 + \mu)(1 - 2\mu)] =$$

$$(1 - 0.35) \times 8.2 / [(1 + 0.35) \times (1 - 2 \times 0.35)] =$$

$$13.16 \text{ MPa}$$

剪切模量近似为

$$G_z = E/[2(1 + \mu)] = 8.2/[2 \times (1 + 0.35)] = 3.04 \text{ MPa}$$

(2) 计算承台底土沉降 s_c

$$\text{承台底土面积 } A_s = 2.25^2 - 9 \times 0.049 = 4.621 \text{ m}^2$$

$$E_{sp} = (8.2 \times 4.621 + 20\,000 \times 9 \times 0.049) / 2.25^2 =$$

$$1\,752.814 \text{ MPa}$$

$$s_c = \omega(1 - \mu^2)bp_c / E_{sp} = 1 \times (1 - 0.35^2) \times 2.25 \times$$

$$(0.162 / 4.621) / 1\,752.814 = 0.039\,5 \text{ mm}$$

(3) 确定 f_{11}

$$k_{z11} = 2\pi G_z \left/ \left(\ln \left(\frac{r_m}{r_0} \right) - \sum_{j=2}^9 \frac{r_0}{l_{1j}} \ln \left(\frac{r_m}{l_{1j}} \right) \right) \right. =$$

$$2\pi \times 3.04 \left/ \left[\ln \left(\frac{2.0}{0.125} \right) - 2 \times \frac{0.125}{0.75} \ln \left(\frac{2.0}{0.75} \right) - \right. \right.$$

$$\left. 2 \frac{0.125}{1.68} \ln \left(\frac{2.0}{1.68} \right) - \frac{0.125}{1.06} \ln \left(\frac{2.0}{1.06} \right) \right] = 8.147 \text{ MPa}$$

同样, k_{zii} 值均可求得, 其中 $k_{z22} = 9.068 \text{ MPa}$ 。

$$k'_{z11} = 2\pi G_z \left/ \left(\ln \left(\frac{r_m}{r_0} \right) \right) \right. = 2\pi \times 3.04 \left/ \left(\ln \left(\frac{2.0}{0.125} \right) \right) \right. =$$

$$6.889 \text{ MPa}$$

$$\lambda_{11} = [k_{z11} / (E_p A_p)]^{1/2} = [8.147 / (20\,000 \times 0.049)]^{1/2} =$$

$$0.091(1/\text{m})$$

$$\lambda'_{11} = [k'_{z11} / (E_s A_p)]^{1/2} = [6.889 / (13.16 \times 0.049)]^{1/2} =$$

$$3.266(1/\text{m})$$

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{13} & T_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.085\,2 & -0.004\,7(\text{m/MN}) \\ -37.695\,0(\text{MN/m}) & 1.085\,2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} T'_{11} & T'_{12} \\ T'_{13} & T'_{14} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 14\,671.844\,2 & 6\,954.851\,1(\text{m/MN}) \\ 30\,951.490\,9(\text{MN/m}) & 14\,671.844\,2 \end{bmatrix}$$

$$f_{11} = \frac{T_{14} \cdot T'_{12} - T_{12} \cdot T'_{14}}{T_{11} \cdot T'_{14} - T_{13} \cdot T'_{12}} = 0.027\,4 \text{ m/MN}$$

同样, f_{ii} 的值均可求得, 其中 $f_{22} = 0.024\,9 \text{ m/MN}$ 。

(4) 确定 f_{12}

$$k_{z12} = 2\pi G_z \left/ \left[\frac{l_{12}}{r_0} \ln \left(\frac{r_m}{l_{12}} \right) - \ln \left(\frac{r_m}{r_0} \right) \right] \right. =$$

$$2\pi \times 3.04 \left/ \left[\frac{0.75}{0.125} \times \ln \left(\frac{2.0}{0.75} \right) - \ln \left(\frac{2.0}{0.125} \right) \right] \right. =$$

$$6.137 \text{ MPa}$$

$$k'_{z12} = 2\pi G_z \left/ \left(\frac{l_{12}}{r_0} \ln \left(\frac{r_m}{l_{12}} \right) \right) \right. =$$

$$2\pi \times 3.04 \left/ \left(\frac{0.75}{0.125} \times \ln \left(\frac{2.0}{0.75} \right) \right) \right. = 3.246 \text{ MPa}$$

$$\lambda_{12} = [k_{z12} / (E_p A_p)]^{1/2} = [6.137 / (20\,000 \times 0.049)]^{1/2} =$$

$$0.079(1/\text{m})$$

$$\lambda_{22} = [k_{z22} / (E_p A_p)]^{1/2} = [9.068 / (20\,000 \times 0.049)]^{1/2} =$$

$$0.096(1/\text{m})$$

$$\lambda'_{12} = [k'_{z12} / (E_s A_p)]^{1/2} = [3.246 / (13.16 \times 0.049)]^{1/2} =$$

$$2.242(1/\text{m})$$

$$\beta_{12} = \frac{r_0 \times k_{z22}}{l_{12} \times (k_{z12} - k_{z22})} = \frac{0.125 \times 9.068}{0.75 \times (6.137 - 9.068)} =$$

$$-0.515\,7$$

$$\begin{bmatrix} T_{121} & T_{122} \\ T_{123} & T_{124} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{121} & t_{122} \\ t_{123} & t_{124} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1.064\,0 & 0.004\,7(\text{m/MN}) \\ 28.203\,1(\text{MN/m}) & 1.064\,0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_{121} & \alpha_{122} \\ \alpha_{123} & \alpha_{124} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{121} & A_{122} \\ A_{123} & A_{124} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -0.016\,5 & 4.914\,5 \times 10^{-5}(\text{m/MN}) \\ -7.167\,5(\text{MN/m}) & 0.016\,3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} T'_{121} & T'_{122} \\ T'_{123} & T'_{124} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t'_{ij1} & t'_{ij2} \\ t'_{ij3} & t'_{ij4} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 582.671\,6 & 402.398\,1(\text{m/MN}) \\ 843.704\,7(\text{MN/m}) & 582.671\,6 \end{bmatrix}$$

$$f_{12} = f_{22}\alpha_{121} + \alpha_{122} - \frac{T_{121}T'_{122} + T_{122}T'_{124}}{T_{123}T'_{122} + T_{124}T'_{124}} \cdot$$

$$(f_{22}\alpha_{123} + \alpha_{124}) = -0.0249 \times 0.0165 +$$

$$(4.914\,5 \times 10^{-5}) -$$

$$\frac{1.064\,0 \times 402.398\,1 + 0.004\,7 \times 582.671\,6}{28.203\,1 \times 402.398\,1 + 1.064\,0 \times 582.671\,6} \times$$

$$(-0.024\,9 \times 7.167\,5 + 0.016\,3) = 0.005\,5 \text{ m/MN}$$

与上述的计算过程相同可以确定所有的桩顶柔度系数, 将其带入式 (42) 并联立式 (45) 即可求得群桩沉降。

实测值、本文计算值、以及其他相关设计和研究方法计算结果见表 2。

表 2 实测值与不同方法计算值比较 (单位: mm)

Table 2 Comparisons between the measured and calculated settlement (unit: mm)

试验 编号	实测值	本文 计算值	等效作用 分层总和法	弹性 理论解	赵明华解 闫纲丽解	
G5	6.0	5.62	10.61	16.51	5.74	5.64
G16	4.1	4.69	7.80	11.83	4.78	4.70

本案例中选用的两组试验包含了高承台和低承台群桩试验, 对比发现, 本文计算结果比现行规范中的等效作用分层总和法的计算结果更接近实测值, 且与实测值相差较小, 说明本文所述计算方法较规范法具有较高的准确性。Poulos 等^[7]引入两桩的相互作用系数的概念, 并应用叠加原理, 将弹性理论法推广至群桩, 极大地促进了群桩沉降理论的发展; 但相关研究^[10, 20-21]认为, 其在求解群桩沉降时未考虑桩体存在对地基土及其他桩位移的折减作用, 夸大了桩间的相互影响, 致使相互作用系数偏大, 群桩沉降计算结果亦偏大。赵明华等^[9]根据剪切位移法原理, 考虑了各基桩之间的加筋与遮帘效应, 促进了桩基研究的发展, 但其在桩端处理时是采用的 Boussinesq 解进行计算, 闫纲丽等^[19]则在赵明华等^[9]研究基础上引入相互作用系数使计算更为简化; 但根据本文研究及相关文献^[13, 15], 两者在进行本案例的沉降计算时, 都使用土体的变形模量来近似代替剪切模量进行沉降计算, 这会使计算结果产生一定误差。本文采用变形模量进行换算, 较准确地确定了剪切模量, 得出与实测值较为接近的计算结果, 可见本文提出的方法是切实可行的, 有一定的优越性。

4.3 工程案例 2

采用文献^[22]中的案例, 上海磁悬浮列车高架桥群桩基础, 共有 16 根钻孔灌注桩, 桩长 37 m, 桩径 0.6 m, 基桩弹性模量 36 089.2 MPa, 承台尺寸为 10 m×8 m, 承台作用最不利总荷载为 6.943 MN。各基桩布置如图 4 所示, 土层参数见表 3。

采用本文所述方法, 对群桩沉降进行了计算。根据式 (44) 确定虚土桩长度为 7.35 m, 剪切变形影响半径仍取 $16r_0$ 。

求得群桩的计算沉降值为 4.81 mm (篇幅限制, 本计算过程从略)。由于各基桩布置的对称性, 本文仅给出 1、2、5、6 桩对应的桩顶柔度系数, 见表 4。

在磁悬浮列车高架桥的建设和使用过程中对其进行了长期的沉降观测, 其稳定时的群桩沉降值为 5.02 mm, 这与计算沉降值较为接近, 表明了本方法的合理性与准确性。

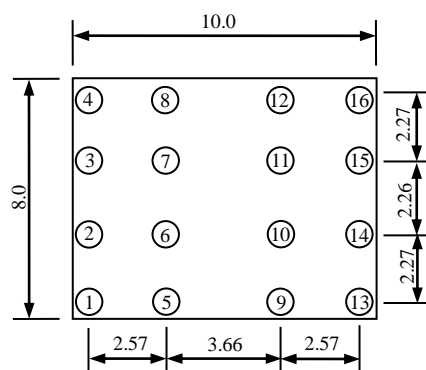


图 4 群桩布置图 (单位: m)

Fig.4 Layout of pile groups (unit: m)

表 3 地基土特征参数

Table 3 The characteristic indices of layered ground

土层	层厚 / m	剪切模量 / MPa	泊松比
黏土	8.1	6.1	0.4
淤泥质黏土	15.1	4.4	0.4
黏土	3.4	10.9	0.4
粉砂	未揭穿	24.1	0.4

表 4 桩顶柔度系数 (单位: mm/MN)

Table 4 The flexibility coefficients of piles top (unit: mm/MN)

桩号	f_{1j}	f_{2j}	f_{5j}	f_{6j}
1	8.877	0.865	0.738	0.227
2	0.860	8.585	0.253	0.683
3	0.000	0.814	0.000	0.233
4	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.681	0.204	8.811	0.858
6	0.228	0.640	0.933	8.500
7	0.000	0.210	0.000	0.868
8	0.000	0.000	0.000	0.000
9	0.000	0.000	0.133	0.000
10	0.000	0.000	0.000	0.114

注: $j = 11 \sim 16$ 时的 f_{1j} 、 f_{2j} 、 f_{5j} 、 f_{6j} 值均为 0.000, 故本表中未列出。

5 结 论

(1) 本文以剪切位移法原理为基础, 充分考虑了层状地基中各基桩之间的加筋与遮帘效应对群桩沉降的影响, 推导出各基桩及虚土桩顶、底之间的沉降和轴力关系式, 意义明确。

(2) 在计算桩端沉降时, 本文未采用传统的 Boussinesq 位移解或者 Mindlin 位移解等进行简单处理, 而是提出一种新的群桩沉降计算模型, 将各基桩桩端以下层状地基土均假设为虚土桩, 能够根据层状地基中各土层性质不同对桩端以下地基土的沉降进行精确计算。相比其他计算方法, 本文计算的群桩沉降值更接近于实测值。

(3) 在实际应用中, 能否合理地选择虚土桩的长度将对群桩沉降计算结果产生一定影响; 另外, 对于涉及地基土的塑性变形有待于进一步研究。

参考文献

- [1] 刘金砺, 高文生, 邱明兵. 建筑桩基技术规范应用手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
LIU Jin-li, GAO Wen-sheng, QIU Ming-bing. Handbook for technical code to building pile foundations[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2010.
- [2] 史佩栋. 桩基工程手册[M]. 北京: 人民交通出版社, 2008.
SHI Pei-dong. Pile and pile foundation handbook[M]. Beijing: China Communications Press, 2008.
- [3] COOKE R W. The settlement of friction pile foundations[C]//Proceedings of Conference on Tall Building. Kuala Lumpur: [s. n.], 1974.
- [4] RANDOLPH M F, WROTH C P. An analysis of the vertical deformation of pile groups[J]. **Geotechnique**, 1979, 29(4): 423—439.
- [5] SEED H B, REESE L C. The action of soft clay along friction piles[J]. **Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, 1955, (81): 112—118.
- [6] LIU J, XIAO H B, TANG J. Analysis of load-transfer of single pile in layered soil[J]. **Computers and Geotechnics**, 2004, 31(2): 127—135.
- [7] POULOS H G, DAVIS E H. Pile foundation analysis and design[M]. New York: Wiley, 1980.
- [8] MYLONAKIS G. Contributions to static and seismic analysis of piles and pile-supported bridge piers[D]. Buffalo: State University of New York, 1995.
- [9] 赵明华, 邹丹, 邹新军. 群桩沉降计算的荷载传递法[J]. **工程力学**, 2006, 23(7): 119—123.
ZHAO Ming-hua, ZOU Dan, ZOU Xin-jun. Settlement calculation of pile groups by load transfer method[J]. **Engineering Mechanics**, 2006, 23(7): 119—123.
- [10] 林智勇, 戴自航. 考虑加筋与遮帘效应计算群桩沉降的相互作用系数法[J]. **岩土力学**, 2014, 35(增刊 1): 221—226.
LIN Zhi-yong, DAI Zi-hang. Interaction coefficients method for calculating piles group settlements considering reinforcing and restraining effect[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2014, 35(Supp.1): 221—226.
- [11] 杨威, 梁发云, 陈海兵. 大规模群桩基础相互作用近似解耦方法[J]. **岩土力学**, 2015, 36(增刊 1): 137—141.
YANG Wei, LIANG Fa-yun, CHEN Hai-bing. An approximate decoupling method for interaction of large-scale pile groups[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(Supp.1): 137—141.
- [12] RANDOLPH M F, WROTH C P. Analysis of deformation of vertically load piles[J]. **Geotechnical Engineering Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, 1978, 104(GT12): 1465—1488.
- [13] 林智勇, 戴自航. 考虑加筋与遮帘效应的层状地基群桩沉降计算[J]. **工程地质学报**, 2015, 23(1): 178—185.
LIN Zhi-yong, DAI Zi-hang. Settlement calculation of pile groups in layered soil with consideration of reinforcing and restraining effect[J]. **Journal of Engineering Geology**, 2015, 23(1): 178—185.
- [14] 王涛, 刘金砺. 桩-土-桩相互作用影响的试验研究[J]. **岩土工程学报**, 2008, 30(1): 100—105.
WANG Tao, LIU Jin-li. Tests on influence of pile-soil-pile interaction[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2008, 30(1): 100—105.
- [15] 刘金砺, 黄强, 李华, 等. 竖向荷载下群桩变形性状及沉降计算[J]. **岩土工程学报**, 1995, 17(6): 1—13.
LIU Jin-li, HUANG Qiang, LI Hua, et al. Deformation behaviour and settlement calculation of pile group under vertical load[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1995, 17(6): 1—13.
- [16] 中华人民共和国住房和城乡建设部. JGJ 94—2008 建筑桩基技术规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008.
Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. JGJ 94—2008 Technical code for building pile foundations[S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2008.
- [17] 王奎华, 吕述晖, 吴文兵, 等. 层状地基中基于虚土桩模型的单桩沉降计算方法[J]. **工程力学**, 2013, 30(7): 75—99.
WANG Kui-hua, LÜ Shu-hui, WU Wen-bing, et al. A new calculation method for the settlement of single pile based on virtual soil-pile model in layered soils[J]. **Engineering Mechanics**, 2013, 30(7): 75—99.
- [18] 秋仁东, 刘金砺, 高文生, 等. 群桩基础沉降计算中的若干问题[J]. **岩土工程学报**, 2011, 33(增刊 2): 15—23.
QIU Ren-dong, LIU Jin-li, GAO Wen-sheng, et al. Some problems on settlement calculation of pile group foundation[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2011, 33(Supp.2): 15—23.