

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.08.032

堆石颗粒压缩破碎强度的尺寸效应

周海娟^{1,2}, 马 刚^{1,2}, 袁 葳^{1,2}, 周 伟^{1,2}, 常晓林^{1,2}

(1. 武汉大学 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072; 2. 武汉大学 水工岩石力学教育部重点实验室, 湖北 武汉 430072)

摘 要: 目前在颗粒材料的尺寸效应研究中, 极少考虑颗粒的复杂形状和内部结构非均匀性。采用随机散粒体不连续变形分析方法 (SGDD), 引入无厚度界面单元和凝聚力模型模拟颗粒破碎, 对 5 组不同粒径的堆石颗粒进行单颗粒压缩试验的数值模拟, 分析了颗粒内界面单元强度对颗粒破碎的影响, 并采用 Weibull 分布模型分析颗粒破碎强度的尺寸效应。通过与室内单颗粒压缩试验对比, 试验的数值模拟能真实地再现单颗粒压缩下的破碎过程, 不同颗粒的压缩曲线规律相似, 达到峰值荷载前, 承载力曲线急剧上升, 随后颗粒发生致命破碎, 承载能力骤降。不同粒径组的单颗粒破碎强度均服从 Weibull 分布, 平均 Weibull 模数为 2.48。不同粒径组的颗粒特征强度存在明显的尺寸效应, 特征强度随着颗粒尺寸的增大而减小, 与颗粒尺寸呈幂指数关系, 但小于 Weibull 模型的预测值。

关 键 词: 堆石颗粒; 颗粒破碎; 破碎强度; Weibull 统计分析; 尺寸效应

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2017)08-2425-09

Size effect on the crushing strengths of rock particles

ZHOU Hai-juan^{1,2}, MA Gang^{1,2}, YUAN Weir^{1,2}, ZHOU Wei^{1,2}, CHANG Xiao-lin^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China;

2. Key Laboratory of Rock Mechanics in Hydraulic Structural Engineering of Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China)

Abstract: Currently many researchers studied size effect on the crushing strengths of rock particles, but they rarely considered the complex shapes and internal structures of heterogeneity. By the stochastic granular discontinuous deformation method (SGDD), numerical was employed to simulate the single particle compression tests for rock particles with five different sizes. Particle crushing is simulated by introducing zero-thickness interface element and cohesive zone in SGDD model. Then we studied the influence of interface strength on particle crushing, and analysed size effect on the crushing strengths of rock particles using Weibull model. Comparing with single grain compression test indoor, the SGDD method makes the crushing process of single particle compression very realistic. Every compressive curve shows the same trend, that is, the curves increase sharply before reaching the peak force and followed by a sharp drop at fatal breakage. The peak stress is the strength of particle crushing. Crushing strengths in every group of particles satisfy the Weibull distribution well with an average Weibull modulus of 2.48. In addition, the crushing strengths among different groups of particles shows that the characteristic strengths decrease with the increase of particle size. The characteristic strengths and particle sizes obey a power law with an exponent of -0.163, less than the prediction of Weibull model.

Keywords: rock particle; particle crushing; crushing strength; Weibull statistical analysis; size effect

1 引 言

与砂土颗粒相比, 堆石、砾石等粗粒土的粒径要大得多, 其可能含有更多的微裂纹、微空洞等缺陷, 因此, 在较低应力作用下就会产生明显的颗粒破碎现象^[1]。颗粒破碎改变了堆石体原有的级配特

性, 改变了粗、细料之间的填充关系和细观组构等, 显著影响了堆石体的宏观力学特性^[2]。因此, 研究堆石体的颗粒破碎和强度的尺寸效应具有重要意义。

无论是人工爆破堆石料还是砂卵石料, 都可视为离散的、形状不规则的岩石块体。岩石是典型的

收稿日期: 2015-09-24

基金项目: 中国博士后科学基金面上资助 (No. 2016T907272); 中央高校基本科研业务费专项资金。

This research was supported by the China Postdoctoral Science Foundation (2016T907272) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities.

第一作者简介: 周海娟, 女, 1989 年生, 硕士研究生, 主要从事高坝结构数值仿真方面的研究工作。E-mail: zhouhaijuan122@163.com

通讯作者: 马刚, 男, 1985 年生, 副教授, 主要从事高坝结构数值仿真方面的研究工作。E-mail: magang630@whu.edu.cn

准脆性材料, 具有带分布形式的开裂损伤的断裂扩展区域, 其尺寸效应客观存在且产生机制十分复杂, 主要是由于达到峰值荷载前, 一个长裂纹或者一个大的损伤微裂纹区稳定增长, 尤其是由于应力重分布和长裂纹及大的微裂纹区域的存在而引起的储存能的逐渐释放^[3]。Bazant等^[4]用断裂力学解释了准脆性材料破坏强度的尺寸效应, 通过理论分析给出准脆性材料在压缩失效下名义破坏强度的尺度规律公式^[5], 并与试验结果比较, 表明尺寸效应的存在。

为了研究堆石体的尺寸效应, 邴能惠^[6]、司洪洋^[7]、李翀^[8]、马刚^[9]等采用不同的缩尺方法缩制堆石料试样, 使用不同指标控制试样密实度, 对试样进行室内或数值三轴压缩试验, 从宏观和细观上研究了堆石体强度和变形特性的尺寸效应, 指出随着最大粒径 d_{\max} 的增大, 堆石体的内摩擦角和初始切线模量减小。但 Varadarajan 等^[10]指出, Ranjit Sagar 堆石坝的抗剪强度随最大粒径 d_{\max} 增加而增大, 而 Purulia 坝则相反。凌华等^[11]指出, 在不同的围压下, 缩尺效应体现的规律不同。然而这些研究均是针对堆石颗粒集合体, 没有涉及单个颗粒破碎强度的尺寸效应。

McDowell 等^[12]分别对 3 种不同尺寸的砂石颗粒进行 30 组单轴压缩试验, 分析其强度分布规律可以用 Weibull 函数来描述, 得到不同尺寸颗粒的 Weibull 模数。Mcdowell 等^[13]对不同颗粒材料进行单轴压缩试验, 分析屈服应力与破碎强度的 Weibull 分布规律。Sergiy 等^[14]采用弹塑性力学模型, 对单颗粒压缩试验中圆球颗粒的变形及破碎行为进行研究, 并提到了颗粒尺寸对单颗粒破碎加载力的影响, 但没有着重研究颗粒的尺寸效应。Marketos 等^[15]采用离散元方法模拟了砂粒的单颗粒压缩试验, 用不同的统计分析方法研究砂粒局部破坏的概率并预测破碎的扩展。Brzesowsky 等^[16]提出了描述单颗粒压碎的两种细观力学模型, 分别基于赫兹接触理论与线弹性断裂力学, 结合 Weibull 最弱环理论来描述单颗粒破碎强度的尺寸效应及统计规律, 并进行了数组石英砂颗粒的压缩试验来验证细观力学模型对单颗粒压缩失效的适用性。徐永福等^[17]用分形理论研究了岩石颗粒的破碎特征, 用分维数表示颗粒破碎强度与粒径的关系, 表明颗粒破碎强度随粒径的增加而减小。Huang 等^[18]进行了 5 组不同直径玻璃圆球的单颗粒压缩试验, 采用 Weibull 分布函数对各组玻璃圆球的破碎强度进行统计, 玻璃圆球的破碎强度与直径之间的相关关系与 Weibull 统计的预测相符, 但没有考虑到真实颗粒的复杂形态。

上述研究分析了特定颗粒材料的压缩破碎及其破碎强度的尺寸效应, 表明其破碎强度可以采用 Weibull 统计来描述, 但颗粒材料及形状等不具备堆石颗粒的普遍适用性。因此, 本文考虑到堆石颗粒形状的不规则性以及准脆性材料破碎的随机性等特性, 采用随机散粒体不连续变形 (SGDD) 方法, 在 SGDD 模型中引入凝聚力模型和界面单元, 对单颗粒堆石料进行单轴压缩试验的数值模拟, 验证 SGDD 方法模拟单颗粒压缩试验的适用性。选取 5 组颗粒尺寸, 每组颗粒分别进行 40 次单轴压缩, 采用 Weibull 模型统计每组颗粒的破碎强度的分布规律, 分析颗粒尺寸对颗粒破碎强度的影响; 为颗粒赋予不同的界面强度, 分析界面强度对颗粒尺寸效应的影响。

2 单颗粒压缩数值试验模拟

2.1 单颗粒压缩模型制备与加载方式

采用随机模拟技术^[19-21]生成形状不规则的凸多面体颗粒, 与真实的堆石颗粒形状较为接近。在模拟单颗粒压缩试验时, 为了得到堆石颗粒更准确的破碎强度, 防止颗粒破碎过程中尖角破碎对获取整个颗粒破碎强度的干扰, 初始生成的颗粒在重力作用下下落, 在下加载板上达到稳定状态, 此时下表面与底部加载板面接触, 保证压缩中颗粒的稳定。继而以 60 mm 高度 (称为名义粒径, 即上下加载板的距离) 为基准, 切割稳定后的颗粒的顶部, 使其与顶部加载板也为面-面接触。

为了模拟室内单颗粒压缩试验, 将颗粒放置在上、下均为刚性的加载板之间。压缩时, 底部刚性板全约束, 顶部加载板采用位移控制式加载, 加载速率为 0.000 1 mm/步, 模拟准静态单轴压缩。单颗粒压缩数值试验的加载示意图见图 1。

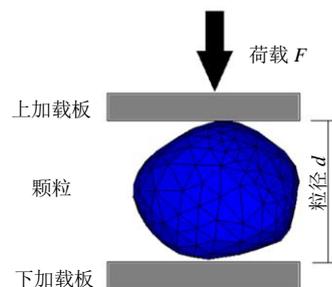


图 1 单颗粒压缩试验示意图

Fig.1 Compression test diagram for single particle

为了研究颗粒破碎强度的统计特征, McDowell^[22]证实了 30 次试验数据足够描述颗粒的平均强度以

及颗粒强度的分布特征。本文生成 40 个形状随机的堆石颗粒，每组粒径进行 40 次单轴压缩数值模拟，以更好地得到堆石颗粒破碎强度的统计特性。图 2 列举了生成的部分颗粒，可以直观地显示堆石颗粒形状的不规则性。为了研究单颗粒破碎强度的尺寸效应，以粒径 60 mm 的 40 个颗粒为基准，缩放成粒径为 40、50、90、120 mm 的 4 组随机多面体颗粒，分别进行单颗粒压缩数值试验。

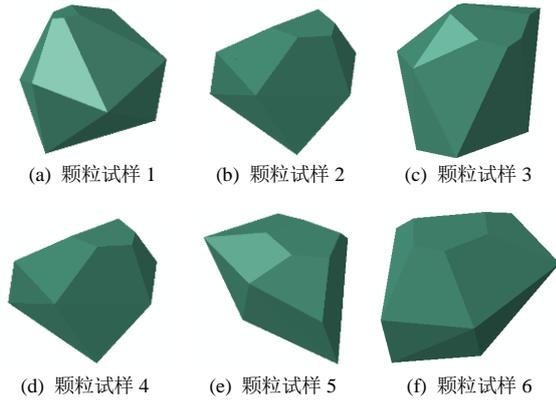


图 2 部分颗粒试样

Fig.2 A part of particle samples

2.2 颗粒破碎模拟

在随机散粒体不连续变形分析方法 (SGDD) 中引入无厚度界面单元及凝聚力模型，模拟颗粒破碎^[23]。首先，采用二阶四面体单元划分颗粒内部有限元网格，由于颗粒破碎位置的不确定性，在颗粒内部有限单元之间插入无厚度界面单元，采用凝聚力裂缝模型模拟界面单元的起裂、扩展和失效。

凝聚力模型认为，在真实裂缝尖端存在断裂过程区，通过定义界面单元内法向和切向作用力与张开和滑移变形之间的非线性关系来描述微裂区的力学特性。在凝聚力区开始承载时，应力随着界面上相对位移的增大而增加，在达到材料的峰值强度后，开始出现损伤。伴随着界面刚度退化，应力随着损伤的发展逐渐减低直至残余值，此时材料点完全失效破坏，新的裂缝面出现并继续向前扩展。

采用带拉伸截断的 Mohr-Coulomb 准则作为界面的破坏准则。达到起裂准则前，界面处的应力矢量与相对位移矢量之间的关系可表示为

$$\mathbf{t} = \begin{Bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_n & & \\ & k_s & \\ & & k_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_s \\ \delta_t \end{Bmatrix} = \mathbf{K} \boldsymbol{\delta} \quad (1)$$

式中： \mathbf{t} 为界面应力向量； t_n 、 t_s 、 t_t 分别为法向、两个切向应力分量； δ_n 为法向张开位移量； δ_s 、 δ_t 为切向滑移量； k_n 、 k_s 、 k_t 分别为界面的法向和两个

切向刚度，一般有 $k_s = k_t$ 。

根据界面处的应力状态，当界面单元的法向应力 t_n 超过抗拉强度 f_t 后发生 I 型损伤，即拉伸破坏；当界面单元的切向应力 $t_{\text{shear}} = \sqrt{t_s^2 + t_t^2}$ 超过抗剪强度 f_s 时则发生 II 型损伤，即剪切破坏。当同时满足拉伸和剪切破坏条件时，优先考虑拉伸破坏。考虑堆石材料的摩擦特性，界面单元的抗剪强度可以用 Mohr-Coulomb 准则表示为

$$f_s = \begin{cases} c - t_n \tan \varphi & \text{if } t_n < f_t \\ c - f_t \tan \varphi & \text{if } t_n \geq f_t \end{cases} \quad (2)$$

式中： c 为界面凝聚力； φ 为内摩擦角，法向应力以拉为正。

达到峰值剪应力 f_s 后，界面处的剪应力逐渐减小至残余值 t_r ，表达式为

$$t_r = -t_n \tan \varphi_f \quad (3)$$

式中： φ_f 为界面单元完全失效后所形成裂纹的断裂摩擦角。

然而，在大多数情况下，界面单元处于拉剪复合应力状态。当界面处的法向应力 t_n 和剪应力 t_{shear} 满足下式时，界面单元发生复合损伤：

$$\left\{ \frac{\langle t_n \rangle}{f_t} \right\}^2 + \left\{ \frac{t_{\text{shear}}}{f_s} \right\}^2 \geq 1 \quad (4)$$

式中： $\langle t_n \rangle$ 角括号为 Macaulay 符号，表示 $t_n > 0$ 时 $\langle t_n \rangle = t_n$ ， $t_n < 0$ 时， $\langle t_n \rangle = 0$ 。

假设摩擦耗散能在断裂过程中保持不变，当不考虑断裂过程区内损伤和摩擦的转化机制时，界面单元的本构模型如图 3 所示，图中， D 为损伤变量； G 为断裂能，其中 G_I^c 为 I 型断裂能， G_{II}^c 为 II 型断裂能。

2.3 细观参数取值

在单颗粒压缩数值试验中，细观参数参考物理试验取值。数值试验中需要用到的细观参数有：颗粒密度 ρ 、弹性模量 E 、泊松比 ν 、颗粒及加载板的摩擦系数 μ_1 和 μ_2 ；界面单元的法向及切向刚度 k_n^c 、 k_s^c ，凝聚力 c ，内摩擦角 φ 和抗拉强度 f_t 。由于堆石颗粒内部含有微裂隙和微空洞等初始缺陷，因此，采用对数正态概率分布随机生成界面单元的强度参数，以此反映颗粒内部力学性质分布的非均匀性。本文抗压强度的期望值取 480 MPa，对数正态分布的变异系数取 0.25，界面单元单轴抗拉强度与抗压强度的比值 f_t/f_c 取为 0.1。另外，凝聚力公式通过式 (5) 计算求得。细观参数取值见表 1。

$$c = f_c (1 - \sin \varphi) / 2 \cos \varphi \quad (5)$$

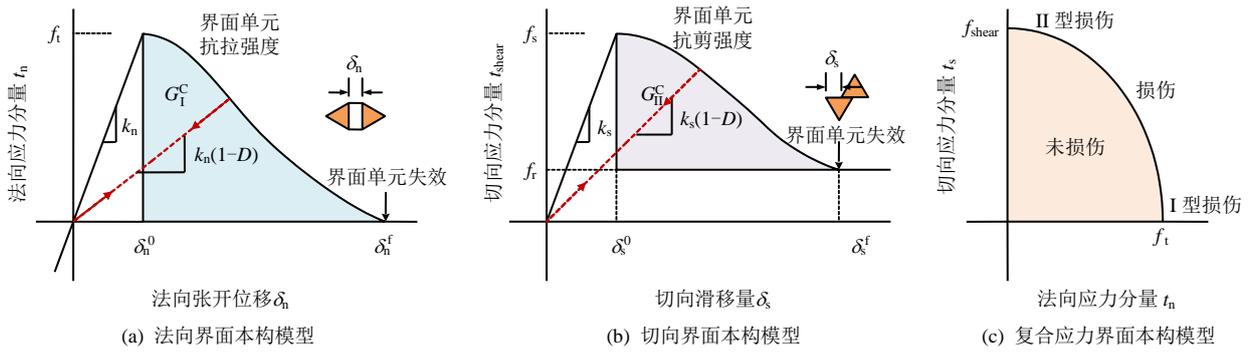


图3 不考虑损伤和摩擦转化机制的界面本构模型示意图

Fig.3 Constitutive relations of the cohesive interface elements regardless of transform between damage and friction

表1 细观参数取值
Table 1 Values of mesoscopic parameters

细观单元					界面单元			
ρ /(g/cm ³)	E /GPa	ν	μ_1	μ_2	k_n^c /(N/m ³)	k_s^c /(N/m ³)	c /MPa	φ /(°)
2.70	100	0.2	0.5	0.1	30 000×10 ⁹	12 500×10 ⁹	87.35	50

3 数值试验结果

3.1 压缩曲线

单颗粒压缩试验中，上部加载板的反作用力就是颗粒所承受的荷载。粒径为 60 mm 的 40 个不同形状颗粒在加载时的荷载-位移关系曲线如图 4 所示。从图可以看出，40 个颗粒的压缩曲线表现出较大的随机性，这是由颗粒形状不同和颗粒内部力学性质分布的非均匀性导致的。在单颗粒压缩过程中，不同颗粒的破碎部位和破碎程度各异，出现破碎的时机也不同，导致曲线在不同阶段表现出一定的波动性。但各条压缩曲线的规律基本一致，从图中可以较明显地观察到压缩曲线基本可分为急剧上升以及破碎失效软化两个阶段：加载初期，荷载-位移曲线呈急剧上升态势，到达峰值承载力前坡度变缓；达到峰值荷载后，承载能力骤降，压缩曲线软化，并出现程度不同的波动，直至加载结束。

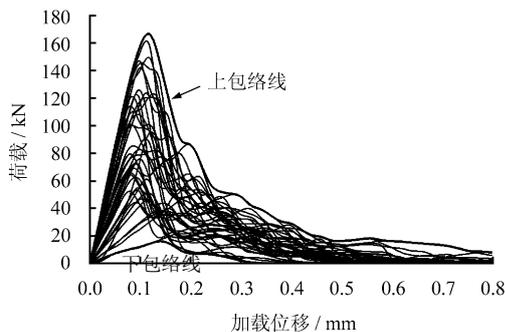


图4 荷载与位移关系曲线(d=60 mm)

Fig.4 Force-displacement curves(d=60 mm)

3.2 单颗粒破碎过程

图 5 给出了粒径 60 mm 的某一颗粒在压缩数值试验中的渐进破碎过程。颗粒加载初期，在上部加载板的压缩下颗粒上表面产生环向张应力场，接触面上少数界面单元的抗拉强度不足以抵抗此环向张应力而开始出现裂缝，并沿着加载方向开裂（见图 5(a)）。随着加载进行，轴向裂缝产生分叉裂缝，当裂缝之间连接在一起时，颗粒局部出现碎片（见图 5(b)），这也是压缩曲线发生波动的原因之一。颗粒继续加载，轴向裂缝增多，大块碎片开始破裂（见图 5(c)），小碎片破碎也增多，直至最终完全破裂（见图 5(d)）。

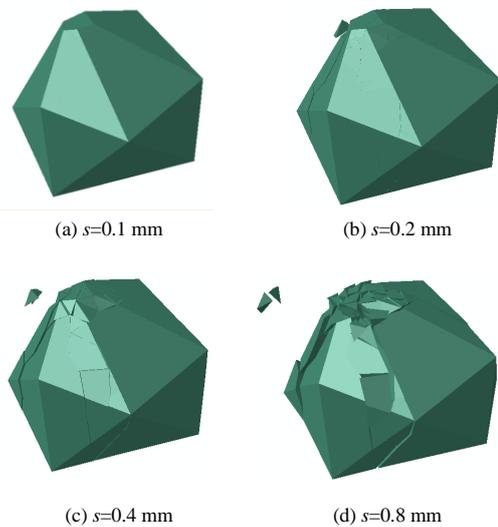


图5 颗粒加载时的渐进破碎过程

Fig.5 Particle gradual broken process during loading

结合荷载-位移曲线的加载规律，在颗粒的承载能力未达到峰值时，颗粒局部产生裂纹，虽然裂纹逐渐扩展，但承载力迅速增加。当颗粒承载力达到峰值之后，颗粒局部甚至大范围破碎，小裂纹连通形成沿加载方向子午面的贯穿性裂纹，颗粒承载力骤降，随后局部破碎增多造成压缩曲线波动。可见承载力达到峰值时颗粒破碎最为剧烈，故本文将峰值荷载对应的强度定义为颗粒的破碎强度，下文将对破碎强度进行分析。

4 破碎强度统计分析

图 6 给出了粒径不同的 5 组颗粒的峰值荷载与其对应的加载位移之间的散点关系图。由于颗粒形状的随机性和颗粒内部力学参数分布的不均匀性，不同颗粒达到峰值荷载的时间不同。从图中可以看出，随着颗粒粒径的减小，峰值荷载和加载位移均减小，但同粒径颗粒的峰值荷载分布散乱，没有明显规律，大粒径颗粒尤其离散。因此，采用统计的方法来分

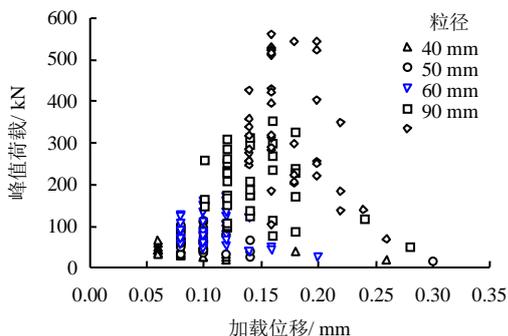


图 6 5 组颗粒粒径不同的峰值承载力与加载位移散点图
Fig.6 Scatter plot of peak forces and corresponding load displacements for five groups of particles different sizes

Mcdowell 等^[24]已经通过试验和理论分析验证 Weibull 分布可以用来描述脆性材料的抗拉强度分布，并采用颗粒压缩中达到的峰值力作为颗粒破碎的特征点。在 Weibull 统计分析中，上、下加载板间距离即为颗粒的名义粒径 d ，颗粒压缩过程中达到的峰值荷载为 F ，忽略颗粒与加载板的接触面积，引入特征抗拉强度即破碎强度为

$$\sigma = \frac{F}{d^2} \tag{6}$$

基于 Weibull 最弱环理论，对于任意体积为 V 、破碎强度为 σ 的堆石颗粒，其累积幸存概率 P_s 为

$$P_s = \exp \left[- \left(\frac{V}{V_0} \right) \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right] = \exp \left[- \left(\frac{d}{d_0} \right)^3 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right] \tag{7}$$

式中： V_0 为基准体积； σ_0 为颗粒在幸存概率为 37% 时的特征应力(称为“37%破碎强度”)； m 为 Weibull 模数，其大小描述了颗粒破碎强度的离散性，离散性越高，Weibull 模数越小。式 (7) 可以导出破碎强度与颗粒粒径的相关关系公式为

$$\sigma_0 \propto d^{-3/m} \tag{8}$$

对于有限数量的压缩试验颗粒，其累积幸存概率 P_s 通常采用下式进行估计：

$$P_s = 1 - \frac{i}{n+1} \tag{9}$$

式中： n 为压缩试验颗粒数； i 为颗粒破碎强度按照升序排列所对应的排序号。

对于相同粒径的颗粒， $d = d_0$ ，代入式 (7) 并对公式两边取对数，得

$$\ln \left[\ln \left(\frac{1}{P_s} \right) \right] = m \ln \sigma - m \ln \sigma_0 \tag{10}$$

因此，颗粒破碎强度与累积幸存概率呈线性关系，Weibull 模数 m 为直线的斜率，特征应力 σ_0 可根据直线在 x 轴上的截距求得，当 $\ln \left[\ln \left(\frac{1}{P_s} \right) \right] = 0$ 时， $\sigma_0 = \sigma$ 。分别以 $\ln \sigma$ 和 $\ln \left[\ln \left(\frac{1}{P_s} \right) \right]$ 为横、纵坐标，绘制 60 mm 粒径组颗粒破碎强度的数值试验结果及 Weibull 拟合曲线(见图 7)，图中表明除了低应力附近的个别数据点外，数值试验所得数据点能够与 Weibull 分布曲线很好地吻合，这也验证了本文所采用的数值方法可以较好地模拟单颗粒压缩的破碎特征。

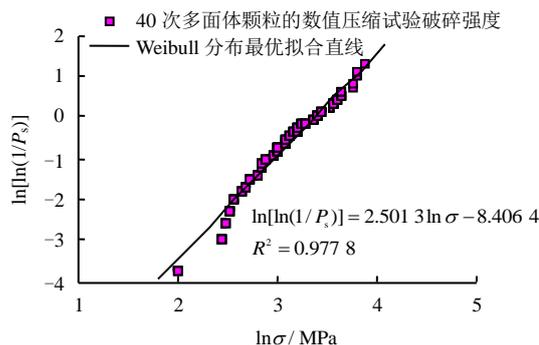


图 7 60 mm 粒径组颗粒破碎强度的数值试验结果及 Weibull 拟合线

Fig.7 Numerical simulation results for particles of 60 mm with crushing strength and Weibull fitted line

5 界面强度的敏感性分析

以粒径 60 mm 的 40 个颗粒进行不同界面强度的单轴压缩试验，采用 Weibull 分布统计破碎强度，分别求得不同界面强度对应的 Weibull 模数 m ，分

析界面强度对颗粒破碎强度的影响。在前文中， $f_t = 0.1f_c = 48 \text{ MPa}$ ，此处分别另取 f_t 为 32、24、16、8 MPa，相应凝聚力按照式 (5) 计算。图 8 为某一颗粒不同界面强度时的压缩曲线，可以看出，被赋予不同界面强度的颗粒，其压缩曲线规律一致，界面强度越高，则颗粒的承载能力越高，颗粒抵抗破裂的能力越强。

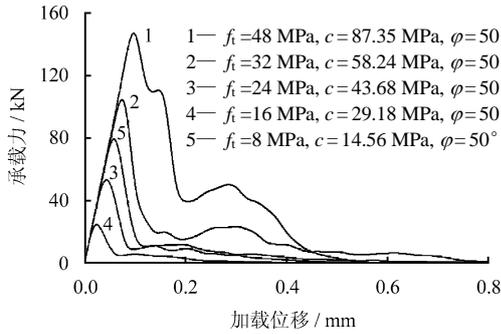


图 8 同一颗粒不同界面强度时的压缩曲线
 Fig.8 Compression curves of the same particle with different interface strengths

采用 Weibull 统计方法，绘制不同界面强度对应的颗粒破碎强度及其 Weibull 拟合线（见图 9）。计算不同界面强度的颗粒所对应的 Weibull 模数 m 和 37% 幸存概率对应的特征应力 σ_0 ，见表 2。在图 9 中，不同界面强度的颗粒破碎强度的 Weibull 拟合线的斜率相差不大，即各 Weibull 模数相近，与表 2 所列数据规律相似。随着界面强度提高，对应的 Weibull 拟合线在 x 轴的截距越大，即 37% 幸存概率的特征应力值越大。图 10 给出了特征应力 σ_0 与界面强度 f_t 的关系曲线，表明颗粒的 37% 特征应力随着界面强度的增大而以幂指数形式增大。在下文颗粒破碎强度的尺寸效应分析中，均采用 48 MPa 的界面强度。

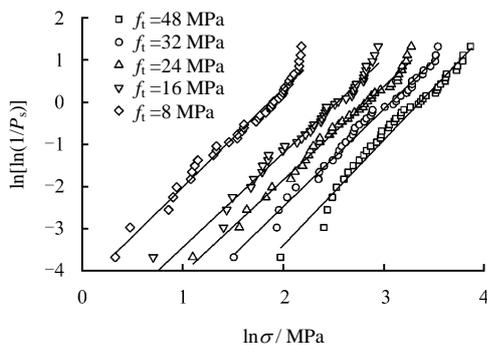


图 9 颗粒不同界面强度时其破碎强度的 Weibull 统计图
 Fig.9 Weibull survival probability plot for particle crushing strengths with different interface strengths

表 2 颗粒不同界面强度的 Weibull 模数及特征应力汇总
 Table 2 Summary of Weibull modules and characteristic stresses of particles with different interface strengths

f_t / MPa	c / MPa	m	σ_0 / MPa	R^2
48	87.35	2.50	28.86	0.978 3
32	58.24	2.32	21.61	0.987 5
24	43.68	2.22	16.99	0.991 2
16	29.18	2.24	12.67	0.980 9
8	14.56	2.34	6.44	0.977 9

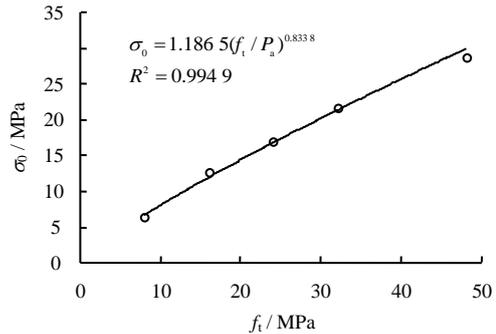


图 10 特征应力与界面强度函数关系图
 Fig.10 Function plot of characteristic stress and interface strength

6 颗粒破碎强度的尺寸效应分析

采用 Weibull 统计方法，将 5 组颗粒的粒径不同的破碎强度绘于图 11。根据图中各粒径组颗粒破碎强度的 Weibull 拟合线及式 (10)，计算得到颗粒的 Weibull 模数 m 和 37% 幸存概率对应的特征应力 σ_0 ，见表 3。

从表中相关系数 R^2 可以看出，5 组颗粒的破碎强度均服从 Weibull 分布。由于 Weibull 模数是颗粒的固有材料属性，对于同一种颗粒材料，Weibull 模数应为常数。表 2 中颗粒的 Weibull 模数与颗粒粒径之间没有明显的相关关系，且相差不大，平均 Weibull 模数为 2.48，印证了上述结论。绘制特征应

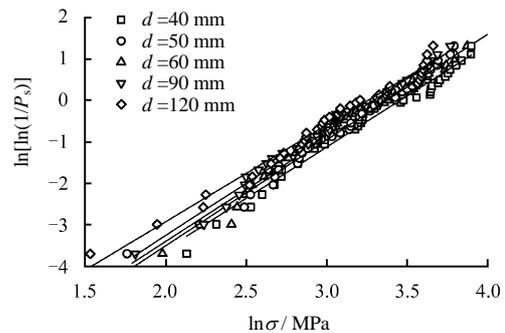


图 11 不同粒径颗粒破碎强度的 Weibull 统计图
 Fig.11 Weibull survival probability plot for particle crushing strengths with different sizes

表 3 不同粒径颗粒的 Weibull 模数及特征应力汇总
Table 3 Summary of Weibull modules and characteristic stresses of particles with different sizes

d / mm	m	σ_0 / MPa	R^2
40	2.48	31.44	0.976 0
50	2.56	29.10	0.988 9
60	2.50	28.86	0.978 3
90	2.53	26.79	0.988 4
120	2.33	26.07	0.980 1

力 σ_0 与颗粒粒径于图 12，颗粒的 37%特征应力随着粒径增大而减小，表明了堆石颗粒强度具有尺寸效应，采用幂函数拟合为

$$\sigma_0 = 56.182(d/d_0)^{-0.163} \quad (11)$$

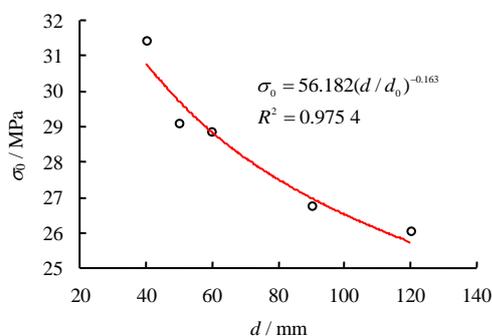


图 12 特征应力与颗粒粒径函数关系图
Fig.12 Function plot of characteristic stress and particle size

式 (8) 中，特征应力 σ_0 与粒径 d 的函数关系中，幂指数为 $-3/m = -3/2.48 = -1.21$ ，与式 (11) 中 -0.163 相差较大。Lim 等^[25]阐述了颗粒材料的尺寸效应比 Weibull 模型预测的尺寸效应弱的原因主要有 3 个：①根据图 7、9、11，低应力区的破碎强度数据点呈现下弯趋势，可以找出一个最小应力，使破碎强度低于该应力的颗粒不发生破碎。采用最小应力更能反映颗粒强度与粒径的定量关系，而非 37%特征应力；②应用 Weibull 统计分析颗粒尺寸效应的前提是假设颗粒内部均质且各向同性，但由于颗粒内部结构性非均匀，颗粒尺寸较大时，Weibull 模型的假设产生误差越大，此时 Weibull 模数不仅与颗粒材料本身有关，也与颗粒尺寸相关；③前面的讨论中忽略了颗粒与加载板的接触面积，以大块颗粒破碎作为颗粒破碎失效的判断准则。而对于接触面积较大的压缩颗粒，颗粒表面破裂可能是导致颗粒最终失效的主要原因，此时式 (11) 中粒径 d 的幂指数为 $-2/m = -2/2.48 = -0.80$ ，尺寸效应减弱。这 3 个原因都可导致颗粒尺寸效应低于 Weibull

模型的预测值。

另外，本文所采用的失效模式是准脆性材料的典型失效模式，即由于宏观裂纹的稳定增长赋予颗粒大的能量耗散能力和韧性的某种度量，宏观裂纹的稳定生长之后失效。然而，在所有的压缩试样中，部分颗粒在裂纹起裂后便失去了承载能力，引起整个试样失效，随着加载承载能力骤降，这种在起裂时便引起准脆性颗粒失效的情况，也可能是前述尺寸效应幂函数较小的原因之一。

提取其他学者^[18, 25-28]在单颗粒压缩试验中得到的不同粒径颗粒的破碎特征应力数据，汇总在图 13 所示的双对数坐标中（相同图标的不同连线代表同一学者对不同材料所做的单颗粒压缩试验）。图 13 进一步表明，颗粒材料的破碎强度普遍具有尺寸效应，且本文的数据斜率与其他研究数据规律相似。

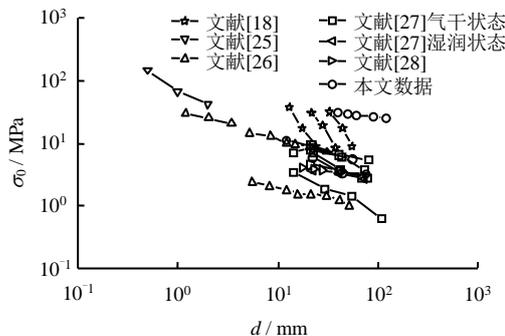


图 13 单颗粒压缩破碎强度汇总图
Fig.13 Summary of crushing strengths for single particles

对比图 12、10，其幂指数表明，特征强度对界面强度的依赖大于对颗粒粒径的依赖，即界面强度对颗粒破碎强度的影响要大于颗粒粒径的影响，可见工程应用中颗粒本身强度属性的重要性。因此，实际工程中应结合强度与颗粒粒径及界面强度的相关关系，小颗粒的强度可稍弱于大颗粒，以达到节省投资、物尽其用的目的。

7 结 论

(1) 考虑堆石颗粒形状的不规则性、破碎位置的随机性以及内部构造的非均匀性等特性，在 SGDD 模型中引入凝聚力模型和无厚度界面单元，采用对数正态概率分布随机生成细观界面单元的强度参数，更真实地再现了单颗粒堆石料压缩的破碎过程。

(2) 不同颗粒的压缩曲线规律一致，达到峰值荷载前，曲线急剧上升；到达峰值后，颗粒发生致命破碎，承载力骤降，曲线软化。压缩曲线的峰值

力为颗粒破碎的特征点。另外，颗粒的界面强度越高，其承受荷载越大，且承载历时越久。颗粒特征强度对界面强度的依赖强于颗粒粒径。

(3) 生成尺寸为 40、50、60、90、120 mm 的堆石颗粒，每组颗粒均为 40 个，分别进行单轴压缩试验，所得破碎强度能够较好地拟合 Weibull 分布。不同粒径颗粒的 Weibull 模数相差不大，平均 Weibull 模数为 2.48，验证了 Weibull 模数是颗粒固有属性的结论。

(4) 颗粒的特征强度存在明显的尺寸效应，特征强度随着颗粒尺寸的增大而减小，与颗粒尺寸呈幂指数（-0.163）关系。该结论显著小于 Weibull 模型预测的尺寸效应，因为 Weibull 模型假设颗粒材料内部结构均质，导致内部非均匀的较大粒径颗粒的 Weibull 模数误差较大；Weibull 统计图低应力区的下弯趋势表明，最小应力可能比 37% 特征应力更能反映颗粒强度的尺寸效应；另外，本文只考虑大块颗粒破碎失效，忽略了颗粒表面破裂也可能导致颗粒最终失效的情况。

参 考 文 献

- [1] 日本土质工学会. 粗粒料的现场压实[M]. 郭熙灵, 文丹, 译. 北京: 中国水利水电出版社, 1998.
Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering. Field compaction of coarse-particle materials[M]. Translated by GUO Xi-ling, WEN Dan. Beijing: China Water Power Press, 1998.
- [2] HARDIN B O, ASCE F. Crushing of soil particles[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1985, 111(10): 1177—1192.
- [3] BAZANT Z P, ASCE F. Size effect in blunt fracture: Concrete, rock, metal[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 1984, 110(4): 518—535.
- [4] BAZANT Z P, PLANAS J. Fracture and size effect in concrete and other quasi-brittle materials[M]. London: CRC Press LLC, 1988.
- [5] BAZANT Z P. Scaling laws in mechanics of failure[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 1993, 119(9): 1828—1844.
- [6] 郇能惠. 高混凝土面板堆石坝新技术[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2007.
LI Neng-hui. New technology of high concrete-faced rockfill dams[M]. Beijing: China Water Power Press, 2007.
- [7] 司洪洋. 堆石缩尺效应研究中的几个问题[C]//第六届全国土力学及基础工程学术会议论文集. 上海: [出版社不详], 1991: 163—169.
- [8] 李翀, 何昌荣, 王琛, 等. 粗粒料大型三轴试验的尺寸效应研究[J]. **岩土力学**, 2008, 29(增刊 1): 563—566.
LI Chong, HE Chang-rong, WANG Chen, et al. Study of scale effect of large-scale triaxial test of coarse-grained materials[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(Supp.1): 563—566.
- [9] 马刚, 周伟, 常晓林, 等. 堆石料缩尺效应的细观机制研究[J]. **岩石力学与工程学报**, 2012, 31(12): 2473—2482.
MA Gang, ZHOU Wei, CHANG Xiao-lin, et al. Mesoscopic mechanism study of scale effects of rockfill[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2012, 31(12): 2473—2482.
- [10] VAEADARAJAN A, SHARMA K, VENKATACHALAM K, et al. Testing and modeling two rockfill materials[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE**, 2003, 129(3): 206—218.
- [11] 凌华, 殷宗泽, 朱俊高, 等. 堆石料强度的缩尺效应试验研究[J]. **河海大学学报(自然科学版)**, 2011, 39(5): 540—544.
LING Hua, YIN Zong-ze, ZHU Jun-gao, et al. Experimental study of scale effect on strength of rockfill materials[J]. **Journal of Hohai University (Natural Science)**, 2011, 39(5): 540—544.
- [12] MCDOWELL G R. On the yielding and plastic compression of sand[J]. **Soils and Foundation, JGS**, 2002, 42(1): 139—145.
- [13] MCDOWELL G R, HUMPHREYS A. Yielding of granular materials[J]. **Granular Matter**, 2002, 4(1): 1—8.
- [14] SERGIY A, JÜRGEN T, STEFAN H, et al. Breakage behaviour of spherical granulates by compression[J]. **Chemical Engineering Science**, 2005, 60: 4031—4044.
- [15] MARKETOS G, BOLTON M D. A statistical investigation of particle crushing in sand[C]//International Symposium on Geomechanics and Geotechnics of Particulate Behaviour. Yamaguchi: [s. n.], 2006: 247—252.
- [16] BRZESOWSKY R H, SPIERS C J, PEACH C J, et al. Failure behavior of single sand particles: Theory versus experiment[J]. **Journal of Geophysical Research**, 2011, 116, B06205.
- [17] 徐永福, 王益栋, 奚悦, 等. 岩石颗粒破碎的尺寸效应[J]. **工程地质学报**, 2014, 22(6): 1023—1027.
XU Yong-fu, WANG Yi-dong, XI Yue, et al. Size effect

- on crushing of rock particles[J]. **Journal of Engineering Geology**, 2014, 22(6): 1023—1027.
- [18] HUANG J, XU S, YI H, et al. Size effect on the compression breakage strengths of glass particles[J]. **Powder Technology**, 2014, 268: 86—94.
- [19] 周伟, 常晓林, 周创兵, 等. 堆石体应力变形细观模拟的随机散粒体不连续变形模型及其应用[J]. **岩石力学与工程学报**, 2009, 28(3): 491—499.
ZHOU Wei, CHANG Xiao-lin, ZHOU Chuang-bing, et al. Stochastic granule discontinuous deformation model of rockfill and its application[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2009, 28(3): 491—499.
- [20] 马刚, 周伟, 常晓林, 等. 锚杆加固散粒体的作用机制研究[J]. **岩石力学与工程学报**, 2010, 29(8): 1577—1584.
MA Gang, ZHOU Wei, CHANG Xiao-lin, et al. Study of anchorage mechanism of granular mixture[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2010, 29(8): 1577—1584.
- [21] 马刚, 周伟, 常晓林, 等. 堆石体三轴剪切试验的三维细观数值模拟[J]. **岩土工程学报**, 2011, 33(5): 746—753.
MA Gang, ZHOU Wei, CHANG Xiao-lin, et al. 3D mesoscopic numerical simulation of triaxial shear tests for rockfill[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2011, 33(5): 746—753.
- [22] MCDOWELL G R. Statistics of soil particle strength[J]. **Geotechnique**, 2001, 51: 897—900.
- [23] 马刚, 周伟, 常晓林, 等. 考虑颗粒破碎的堆石体三维随机多面体细观数值模拟[J]. **岩石力学与工程学报**, 2011, 30(8): 1671—1682.
MA Gang, ZHOU Wei, CHANG Xiao-lin, et al. Mesoscopic numerical simulation of rockfill considering particle breakage by using three-dimensional stochastic polyhedrons[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2011, 30(8): 1671—1682.
- [24] MCDOWELL G R, AMON A. The application of Weibull statistics to the fracture of soil particles[J]. **Soils and Foundations**, 2000, 40(5): 133—141.
- [25] LIM W L, MCDOWELL G R, COLLOP A C. The application of Weibull statistics to the strength of railway ballast[J]. **Granular Matter**, 2004, 6: 229—237.
- [26] LEE D M. The angles of friction of granular fills[D]. Cambridge: Cambridge University, 1992.
- [27] MARSAL R J. Mechanical properties of rockfill[C]// *Embankment Dam Engineering, Casagrand Volume*. New York: Wiley, 1973: 109—200.
- [28] ALONSO E E, TAPIAS M, GILI J. Scale effects in rockfill behaviour[J]. **Geotechnique Letters**, 2012, 2(4): 155—160.
- 上接第 2410 页
- [18] SHI Gen-hua. Contact theory[J]. **Science China (Technological Sciences)**, 2015, 58(5): 1—47.
- [19] 徐文杰, 胡瑞林, 岳中琦. 基于数字图像处理的土石混合体细观结构[J]. **辽宁工程技术大学学报(自然科学版)**, 2008, 27(1): 51—53.
XU Wen-jie, HU Rui-lin, YUE Zhong-qi. Meso-structure character of soil-rock mixtures based on digital image[J]. **Journal of Liaoning Technical University (Natural Science)**, 2008, 27(1): 51—53.
- [20] 唐欣薇, 张楚汉. 随机骨料投放的分层摆放法及有限元坐标的生成[J]. **清华大学学报(自然科学版)**, 2008, 48(12): 2048—2052.
TANG Xin-wei, ZHANG Chu-han. Layering disposition and FE coordinate generation for random aggregate arrangements[J]. **Journal of Tsinghua University (Science and Technology)**, 2008, 48(12): 2048—2052.
- [21] 秦川, 郭长青, 张楚汉. 基于背景网格的混凝土细观力学预处理方法[J]. **水利学报**, 2011, 42(8): 941—948.
QIN Chuan, GUO Chang-qing, ZHANG Chu-han. A pre-processing scheme based on background grid approach for meso-concrete mechanics[J]. **Journal of hydraulic engineering**, 2011, 42(8): 941—948.
- [22] 裴觉民. 数值流形方法与非连续变形分析[J]. **岩石力学与工程学报**, 1997, 16(3): 80—93.
PEI Jue-min. Numerical manifold method and discontinuous deformation analysis[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1997, 16(3): 80—93.
- [23] CHEN Guang-qi, ZEN Kou-ki, OHNISHI Yu-zo, et al. Extensions of Manifold Method and Its Application[C]// *Fourth International Conference on Discontinuous Deformation Analysis*. Glasgow, Scotland, UK: University of Glasgow, 2011: 439—449.
- [24] 朱爱军, 邓安福, 颜昌武. DDA 与流形元耦合计算方法及其应用[C]// *第一届中国水利水电岩土力学与工程学术讨论会论文集*. 云南: [出版者不详], 2006: 566—569.
ZHU Ai-jun, DENG Fu-an, YAN Chang-wu. Coupling method between DDA and numerical manifold method[C]// *The 1st National Symposium on Geotechnical Engineering*. Yunnan: [s. n.], 2006: 566—569.
- [25] 曾伟, 李俊杰. 基于 NMM-DDA 的直剪试验数值模拟[J]. **水电能源科学**, 2014, 32(7): 101—104.
ZENG Wei, LI Jun-jie. Numerical simulation of shear tests based on NMM-DDA[J]. **Water Resources and Powers**, 2014, 32(7): 101—104.