

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.10.021

双层非饱和地基中 Rayleigh 波的传播特性

章 敏^{1,2}, 尚 微¹, 周忠超¹, 郭 诚¹

(1. 太原理工大学 建筑与土木工程学院, 山西 太原 030024;

2. 山西省交通科学研究院 黄土地区公路建设与养护技术交通行业重点实验室, 山西 太原 030006)

摘 要: 研究了双层非饱和地基中 Rayleigh 波 (以下简称 R 波) 的传播特性问题。首先将迂曲度引入孔隙流体的渗流连续性方程, 对三相孔隙介质波动方程进行修正, 接着采用体波的势函数之和构建各相介质的势函数, 并借助 Helmholtz 分解, 以及考虑土层边界条件和层间连续性条件, 建立了 R 波的弥散特征方程, 分析了饱和度、迂曲度和上覆土层厚度等参数与波速和衰减性的关系。结果表明, R 波波速随饱和度的增加而线性减小; 在渗透系数中间区段, 则随着固有渗透系数 κ 的增大而增大; 水力迂曲度 τ 对波速的影响主要体现在高频区段, 而空气迂曲度 τ_a 的影响则非常有限; 对于上软下硬地层, 覆盖层厚度的增加将引起波速的减小, 并逐渐趋于上覆土层本身的 R 波波速; 且频率越高或表面层刚度越低, 趋近速度越快。

关 键 词: 非饱和土; 表面层; Rayleigh 波; 传播特性

中图分类号: TU 435

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2017) 10-2931-08

Propagation characteristics of Rayleigh waves in double-layer unsaturated soils

ZHANG Min^{1,2}, SHANG Wei¹, ZHOU Zhong-chao¹, GUO Cheng¹

(1. School of Architecture and Civil Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan, Shanxi 030024, China; 2. Key Laboratory of Highway Construction & Maintenance Technology in Loess Region, Shanxi Transportation Research Institute, Taiyuan, Shanxi 030006, China)

Abstract: This article investigates the problem of Rayleigh (R) waves propagation in double unsaturated soils. Firstly, wave equations of three-phase porous medium are extended by introducing the tortuosity of fluid phases into the conservation of momentum, then decomposed with the aid of Helmholtz theorem and the sum of potential functions of body waves. The dispersion equations are established with the boundary condition and the continuities of soil layers. The influences of saturation degree, tortuosity and cover thickness on the velocity and attenuation are discussed. The results show that the R wave velocity decreases linearly with the saturation, and increases with the intrinsic permeability κ in the intermediate range. The influence of tortuosity of water phase on R wave velocity is significant in high frequency domain. The tortuosity of air phase is negligible. For a ground system of upper-soft and lower-hard layers, the R wave velocity becomes smaller for thicker surface layer, and approaches the velocity in overlaying soil, especially for high frequency or surface layer with low stiffness.

Keywords: unsaturated soil; surface layer; Rayleigh wave; propagation characteristics

1 引 言

半空间介质在地震或人工激励作用下, 将产生沿自由表面传播的面波, 其中大部分能量以 Rayleigh 波的形式传播。由于对地面建(构)筑物构成潜在的破坏性震动, 以及在浅部地震勘探和超声无损检测等领域的应用, R 波的传播和衰减特性引

起了众多学者的关注。在降雨和蒸发等大气作用下, 天然地基大多处于非饱和状态, 存在毛细压力现象以及相间耦合效应, 且在沉积过程中往往存在软弱的上覆土层, 具有非均质性。孔隙流体的充填以及地基土的成层性均会使 R 波产生弥散特性。因此, 研究符合实际情况的 R 波传播特性应当将岩土材料看作由固体骨架和孔隙构成的固、水、气三相多孔

收稿日期: 2015-12-29

基金项目: 国家自然科学基金项目(No. 51408393); 山西省基础研究青年基金项目(No. 2015021112); 黄土地区公路建设与养护技术交通行业重点实验室开放基金(No. KLTLR-Y13-20)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51408393), the Shanxi Province Science Foundation for Youths (2015021112) and the Open Foundation of Key Lab of Highway Construction & Maintenance Technology in Loess Region (KLTLR-Y13-20).

第一作者简介: 章敏, 男, 1984年生, 博士, 讲师, 主要从事桩基动力学方面的科研工作。E-mail: zhangmin021410@126.com

介质,并考虑波动在层状地基中的传播规律。

根据饱和度的大小,可以将土体划分为气封闭状态的准饱和土和水、气双敞开状态的部分饱和土两类。前者将孔隙水和孔隙气体视为单一的均匀混合流体,借助经典的 Biot 波动理论,通过调整等效流体的体积模量来近似反映饱和度的影响。这方面以 Degrande^[1]、Yang^[2]、Chao^[3]和周新民^[4]等工作最具代表性。然而,由于等效流体模型仅适用于气泡封闭于孔隙水时的高饱和土体,本质上仍属于两相介质模型。对于各相介质间惯性和黏性耦合效应较为明显的部分饱和土,大多数学者采用基于唯象理论或混合物理论的三相多孔介质波动方程来研究面波的波动特性^[5-8]。这些研究均表明,在非饱和土中存在与压缩波(P1波、P2波和P3波)相对应的3种模态形式的R波(即R1波、R2波和R3波),其波速和衰减系数均受到饱和度的影响,影响程度介于剪切波与压缩波之间,其中R3波拥有低波速、高衰减特性,在试验中难以观测到此类波的存在。陈炜均等^[9]分析了非饱和地基表面分别为不透水(气)和透水(气)两类条件下R波的弥散特性。Sharma^[10]基于文献[11]提出的波动方程研究了两相流体饱和和介质中非均匀 Rayleigh 波的传播行为及粒子运动轨迹,讨论了饱和度、流体黏度、毛细压力和骨架滞弹性对R波传播特性的影响。最近,Sharma^[12]将上述解答进一步推广到了表面封闭(SPS)和无孔隙压力梯度(NPG)两类不渗透边界的情形中,发现在NPG边界条件下,高滞弹性的耗散孔隙介质还存在一类波速更快、衰减更为显著的R2波。由于R波在实际传播过程中所引起的场地响应是3种模态形式的叠加,结构抗震分析中地震动输入以及工程勘探中频散特性分析均是以波的叠加形式为对象,故分析合成R波的传播特性无疑更具现实意义。然而,这方面的研究并不多见,尤其对于半无限体存在上覆土层的情况。

鉴于以上背景,本文针对常见的双层(带表面层)非饱和地基,首先将孔隙迂曲效应引入孔隙流体的渗流连续性方程,对非饱和土波动方程进行修正,接着采用叠加形式的势函数,借助 Helmholtz 分解,并根据土层边界条件和层间连续性条件,建立了 Rayleigh 波的弥散特征方程,最后,讨论了波速和衰减系数随饱和度、表面层厚度、迂曲度等参数的变化规律。

2 基本方程

在多孔介质中,孔隙通道往往迂曲相连,流体

质点实际流经的长度远大于宏观长度,且加速度方向也有别于宏观尺度上的方向。为描述多孔介质这种结构性特征,引入孔隙迂曲度对渗流运动方程进行修正。Smeulders^[13]及其他学者^[14-15]在饱和两相多孔介质的经典渗流方程中,增加了一个非稳态项,以描述流线弯曲所引起的孔隙水与固体骨架间的惯性耦合效应以及孔隙水在宽-窄变化处的加速运动。本文借鉴该做法,对文献[16]中非饱和孔隙介质的 Darcy 渗流定理做进一步推广:

$$\left. \begin{aligned} nS_r(\dot{u}_i^f - \dot{u}_i) &= -\frac{k_f}{\rho_f g} \left[p_{f,i} + \rho_f \ddot{u}_i^f + (\tau_f - 1)\rho_f(\ddot{u}_i^f - \ddot{u}_i) \right] \\ n(1-S_r)(\dot{u}_i^a - \dot{u}_i) &= -\frac{k_a}{\rho_a g} \left[p_{a,i} + \rho_a \ddot{u}_i^a + (\tau_a - 1)\rho_a(\ddot{u}_i^a - \ddot{u}_i) \right] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: τ_f 、 τ_a 分别为孔隙水和空气的流动迂曲度,表示渗流通道的实际长度与渗流介质的视长度(宏观距离)的比值。一般来说,迂曲度随孔隙率的增大而减小,取值范围通常介于1~3之间。对于完全饱和的球状颗粒堆积材料, τ_f 近似为 $(1+1/n)/2$; 当孔隙由一束平行于压力梯度方向的圆管通道组成时,迂曲度为1;孔隙形态随机分布时,迂曲度接近于3^[17-18]。

相应地,文献[16]中式(22a)~(22c)可改写成如下形式:

$$\left. \begin{aligned} \mu \nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - a\gamma \nabla p_f - a(1-\gamma) \nabla p_a &= \bar{\rho}_s \ddot{\mathbf{u}} + \bar{\rho}_f \ddot{\mathbf{u}}^f + \bar{\rho}_a \ddot{\mathbf{u}}^a \\ -\nabla p_f &= \frac{\rho_f g}{k_f} nS_r(\dot{\mathbf{u}}^f - \dot{\mathbf{u}}) + \rho_f \ddot{\mathbf{u}}^f + (\tau_f - 1)\rho_f(\ddot{\mathbf{u}}^f - \ddot{\mathbf{u}}) \\ -\nabla p_a &= \frac{\rho_a g}{k_a} n(1-S_r)(\dot{\mathbf{u}}^a - \dot{\mathbf{u}}) + \rho_a \ddot{\mathbf{u}}^a + (\tau_a - 1)\rho_a(\ddot{\mathbf{u}}^a - \ddot{\mathbf{u}}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

进一步参照文献[16]的推导方法,可最终获得考虑孔隙迂曲效应的三相介质波动方程为

$$\left. \begin{aligned} \mu \nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda_c + \mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + M \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) + N \nabla(\nabla \cdot \mathbf{w}) &= \rho \ddot{\mathbf{u}} + \rho_f \ddot{\mathbf{v}} + \rho_a \ddot{\mathbf{w}} \\ D_1 \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + D_2 \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) + D_3 \nabla(\nabla \cdot \mathbf{w}) &= \rho_f \ddot{\mathbf{u}} + \mathcal{G}_f \ddot{\mathbf{v}} + b_f \dot{\mathbf{v}} \\ D_4 \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + D_5 \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) + D_6 \nabla(\nabla \cdot \mathbf{w}) &= \rho_a \ddot{\mathbf{u}} + \mathcal{G}_a \ddot{\mathbf{w}} + b_a \dot{\mathbf{w}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: $\mathcal{G}_f = \frac{\tau_f \rho_f}{nS_r}$; $\mathcal{G}_a = \frac{\tau_a \rho_a}{n(1-S_r)}$ 分别代表固-液、

固-气间惯性耦合系数; b_f 和 b_a 为固-液间黏性耦合系数。可以看出, 迂曲度反映了流体流经多孔介质的难易程度, 也是影响惯性系数的一个重要因素。当忽略孔隙迂曲效应, 即 $\tau_f = \tau_a = 1$ 时, 上述控制方程可退化到与文献[16]中完全一致的控制方程。

假定 R 波为沿 x 方向传播的平面谐波, 则以上方程可略去公共时间因子 $e^{i\omega t}$ (ω 为圆频率, $i = \sqrt{-1}$), 同时采用文献[14]的方法对上述方程进行无量纲化处理, 可得

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \bar{\mathbf{u}} + (b_1 - 1) \nabla (\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}) + \bar{M} \nabla (\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}}) + \bar{N} \nabla (\nabla \cdot \bar{\mathbf{w}}) = \\ - \bar{\delta}^2 \bar{\mathbf{u}} - \bar{\rho}_f \bar{\delta}^2 \bar{\mathbf{v}} - \bar{\rho}_a \bar{\delta}^2 \bar{\mathbf{w}} \\ \bar{D}_1 \nabla (\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}) + \bar{D}_2 \nabla (\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}}) + \bar{D}_3 \nabla (\nabla \cdot \bar{\mathbf{w}}) = - \bar{\rho}_f \bar{\delta}^2 \bar{\mathbf{u}} + b_2 \bar{\mathbf{v}} \\ \bar{D}_4 \nabla (\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}) + \bar{D}_5 \nabla (\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}}) + \bar{D}_6 \nabla (\nabla \cdot \bar{\mathbf{w}}) = - \bar{\rho}_a \bar{\delta}^2 \bar{\mathbf{u}} + b_3 \bar{\mathbf{w}} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2}$, $\bar{x} = \frac{x}{r_0}$, $\bar{y} = \frac{y}{r_0}$,

$\bar{z} = \frac{z}{r_0}$, r_0 为进行无量纲化而引入的一长度常量;

$b_1 = \bar{\lambda}_c + 2$, $b_2 = i \bar{b}_f \bar{\delta} - \bar{g}_f \bar{\delta}^2$, $b_3 = i \bar{b}_a \bar{\delta} - \bar{g}_a \bar{\delta}^2$; 上标“-”表示无量纲化。式(1)~(4)中其余符号的含义及无量纲形式参见文献[16], 此处不再赘述。

式(4)所示的三相多孔介质耦合矢量动力方程由 9 个标量偏微分方程组成, 为便于分析, 引入固相骨架、孔隙水和气体的标量势 φ_s 、 φ_f 、 φ_a 和矢量势 ψ_s 、 ψ_f 、 ψ_a , 借助 Helmholtz 分解定理, 则位移矢量 $\bar{\mathbf{u}}$ 、 $\bar{\mathbf{v}}$ 和 $\bar{\mathbf{w}}$ 可表示为

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathbf{u}} &= \nabla \varphi_s + \nabla \times \psi_s \\ \bar{\mathbf{v}} &= \nabla \varphi_f + \nabla \times \psi_f \\ \bar{\mathbf{w}} &= \nabla \varphi_a + \nabla \times \psi_a \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: $\psi_s = [0, \psi_s, 0]^T$; $\psi_f = [0, \psi_f, 0]^T$; $\psi_a = [0, \psi_a, 0]^T$ 。固、液、气三相介质的体积应变可相应表示为 $e = \text{div} \bar{\mathbf{u}} = \nabla^2 \varphi_s$, $\varepsilon = \text{div} \bar{\mathbf{v}} = \nabla^2 \varphi_f$, $\xi = \text{div} \bar{\mathbf{w}} = \nabla^2 \varphi_a$ 。

根据场论相关知识, 在 Cartesian 坐标下上述表达式可展开成如下具体形式:

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_x &= \frac{\partial \varphi_s}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial \psi_s}{\partial \bar{z}}, \bar{u}_z = \frac{\partial \varphi_s}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \psi_s}{\partial \bar{x}} \\ \bar{v}_x &= \frac{\partial \varphi_f}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial \psi_f}{\partial \bar{z}}, \bar{v}_z = \frac{\partial \varphi_f}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \psi_f}{\partial \bar{x}} \\ \bar{w}_x &= \frac{\partial \varphi_a}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial \psi_a}{\partial \bar{z}}, \bar{w}_z = \frac{\partial \varphi_a}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \psi_a}{\partial \bar{x}} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

相应地, 采用势函数表示的土体应力和孔隙流体压力分别为

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_x &= \bar{\lambda} e + 2 \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial \bar{x}} = \bar{\lambda} \left(\frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial \bar{z}^2} \right) + 2 \left(\frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial \bar{x}^2} - \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial \bar{z} \partial \bar{x}} \right) \\ \bar{\sigma}_z &= \bar{\lambda} e + 2 \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \bar{z}} = \bar{\lambda} \left(\frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial \bar{z}^2} \right) + 2 \left(\frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial \bar{z}^2} + \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial \bar{x} \partial \bar{z}} \right) \\ \bar{\tau}_{xz} &= \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \bar{x}} = \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial \bar{x}^2} - \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial \bar{z}^2} + 2 \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial \bar{x} \partial \bar{z}} \\ \bar{p}_f &= -\bar{D}_1 e - \bar{D}_2 \varepsilon - \bar{D}_3 \xi = -\bar{D}_1 \nabla^2 \varphi_s - \bar{D}_2 \nabla^2 \varphi_f - \bar{D}_3 \nabla^2 \varphi_a \\ \bar{p}_a &= -\bar{D}_4 e - \bar{D}_5 \varepsilon - \bar{D}_6 \xi = -\bar{D}_4 \nabla^2 \varphi_s - \bar{D}_5 \nabla^2 \varphi_f - \bar{D}_6 \nabla^2 \varphi_a \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: $\bar{\sigma}_x$ 、 $\bar{\sigma}_z$ 和 $\bar{\tau}_{xz}$ 分别为土骨架 x 、 z 方向有效应力和剪切应力; \bar{p}_f 、 \bar{p}_a 分别为孔隙水及空气压力; 上述应力和孔压值均按土体剪切模量进行了无量纲化。

3 非饱和土中 Rayleigh 波弥散方程

图 1 为非饱和双层地基体系, 在各向同性的均质半空间上覆盖一厚度为 h 的表面层(覆盖层)。假定 R 波在 x - z 平面内沿着 x 正向传播, z 轴正向指向半无限体内部, 且层与层分界面处位移和应力连续。

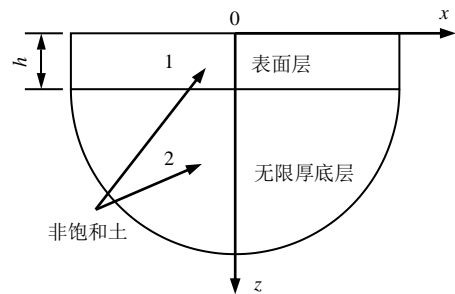


图 1 带表面层非饱和半空间
Fig.1 Unsaturated half-space with a surface layer

将式(5)代入式(4), 分别对方程两边进行散度和旋度运算, 可将波动方程解耦为以下两套等价方程组:

P 波系:

$$\begin{bmatrix} b_1 \nabla^2 + \bar{\delta}^2 & \bar{M} \nabla^2 + \bar{\rho}_f \bar{\delta}^2 & \bar{N} \nabla^2 + \bar{\rho}_a \bar{\delta}^2 \\ \bar{D}_1 \nabla^2 + \bar{\rho}_f \bar{\delta}^2 & \bar{D}_2 \nabla^2 - b_2 & \bar{D}_3 \nabla^2 \\ \bar{D}_4 \nabla^2 + \bar{\rho}_a \bar{\delta}^2 & \bar{D}_5 \nabla^2 & \bar{D}_6 \nabla^2 - b_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_s \\ \varphi_f \\ \varphi_a \end{pmatrix} = 0 \quad (8)$$

S 波系:

$$\begin{bmatrix} \nabla^2 + \bar{\delta}^2 & \bar{\rho}_f \bar{\delta}^2 & \bar{\rho}_a \bar{\delta}^2 \\ -\bar{\rho}_f \bar{\delta}^2 & b_2 & 0 \\ -\bar{\rho}_a \bar{\delta}^2 & 0 & b_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \psi_s \\ \psi_f \\ \psi_a \end{pmatrix} = 0 \quad (9)$$

要使以上齐次微分算子方程存在非零解, 则系数矩阵的行列式须为 0, 则有

$$\left. \begin{aligned} & (\nabla^2 + k_{p1}^2)(\nabla^2 + k_{p2}^2)(\nabla^2 + k_{p3}^2)\varphi_{s, f, a} = 0 \\ & (\nabla^2 + k_s^2)\psi_{s, f, a} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中: $-k_{pi}^2$ ($i=1, 2, 3$)、 $-k_s^2$ 分别为式 (8)、(9) 系数行列式的非零解, 可采用数值计算方法求得。

在三相多孔介质的波动过程中, 存在 3 种压缩波按速度大小分别称作 P1 波、P2 波和 P3 波和 1 种剪切波 S 波^[19]。对于平面波解为 $\exp[i(\omega t - k_p x)]$ 形式的压缩波和 $\exp[i(\omega t - k_s x)]$ 形式的剪切波, 式

(10) 中的 $k_{pi} = \text{Re}(k_{pi}) + i\text{Im}(k_{pi})$ 和 $k_s = \text{Re}(k_s) + i\text{Im}(k_s)$ 分别为 3 种 P 波和 S 波的复波数。其中, 实部代表了常规波数, 虚部反映了波的衰减特性。为了保证振幅沿波的传播方向发生衰减, 要求 $\text{Im}(k_{pi}) < 0$, $\text{Im}(k_s) < 0$, 这就使得方程 (10) 第 1 式中 k_p 的 6 个复根, 仅有 3 个具有实际物理意义, 而方程 (10) 第 2 式中 k_s 仅有一个复根具有实际意义。相应地, 4 种体波的相速度分别为

$$\left. \begin{aligned} \text{P波:} \quad & V_{pi} = \frac{\omega}{2\pi \text{Re}(k_{pi})} \quad (i=1, 2, 3) \\ \text{S波:} \quad & V_s = \frac{\omega}{2\pi \text{Re}(k_s)} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

由算子分解理论可知, 式 (10) 中完整的膨胀势函数 φ 应由 3 部分组成, 即采用体波的势函数之和构建每相介质的势函数, 其中固相骨架的膨胀势和旋转势表达式可假定为

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{si} &= \sum_{j=1}^3 [A_{ij} \exp(-s_{ij} \bar{z}) + B_{ij} \exp(s_{ij} \bar{z})] \exp(-ik_R \bar{x}) \\ \psi_{si} &= [A_{i4} \exp(-\gamma_i \bar{z}) + B_{i4} \exp(\gamma_i \bar{z})] \exp(-ik_R \bar{x}) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中: k_R 为 R 波的复波数; $A_{i1} \sim A_{i4}$, $B_{i1} \sim B_{i4}$ 为势函数的幅值, 下标 $i=1, 2$ 分别代表首层土和底层土; 衰减指数 s_{ij} 和 γ_i 为 $s_{ij} = \sqrt{k_R^2 - k_{pij}^2}$, $\gamma_i = \sqrt{k_R^2 - k_{si}^2}$, ($j=1, 2, 3$) 分别对应各土层中的 3 种纵波和 1 种剪切波。

相应地, 根据式 (8)、(9) 可得孔隙水和孔隙气体的势函数分别为

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{fi} &= \sum_{j=1}^3 d_{fij} [A_{ij} \exp(-s_{ij} \bar{z}) + B_{ij} \exp(s_{ij} \bar{z})] \exp(-ik_R \bar{x}) \\ \psi_{fi} &= d_{fi4} [A_{i4} \exp(-\gamma_i \bar{z}) + B_{i4} \exp(\gamma_i \bar{z})] \exp(-ik_R \bar{x}) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{ai} &= \sum_{j=1}^3 d_{aij} [A_{ij} \exp(-s_{ij} \bar{z}) + B_{ij} \exp(s_{ij} \bar{z})] \exp(-ik_R \bar{x}) \\ \psi_{ai} &= d_{ai4} [A_{i4} \exp(-\gamma_i \bar{z}) + B_{i4} \exp(\gamma_i \bar{z})] \exp(-ik_R \bar{x}) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中:

$$d_{fij} = \frac{(\bar{D}_3 \bar{D}_4 - \bar{D}_1 \bar{D}_6) k_{pj}^4 - (\bar{D}_1 b_3 + \bar{\rho}_a \bar{\delta}^2 \bar{D}_3 - \bar{\rho}_f \bar{\delta}^2 \bar{D}_6) k_{pj}^2 + \bar{\rho}_f \bar{\delta}^2 b_3}{(\bar{D}_2 \bar{D}_6 - \bar{D}_3 \bar{D}_5) k_{pj}^4 + (\bar{D}_2 b_3 + \bar{D}_6 b_2) k_{pj}^2 + b_2 b_3}$$

$$(j=1, 2, 3); \quad d_{fi4} = \frac{\bar{\rho}_f \bar{\delta}^2}{b_2};$$

$$d_{aij} = \frac{(\bar{D}_1 \bar{D}_5 - \bar{D}_2 \bar{D}_4) k_{pj}^4 - (\bar{D}_4 b_2 - \bar{\rho}_a \bar{\delta}^2 \bar{D}_2 + \bar{\rho}_f \bar{\delta}^2 \bar{D}_5) k_{pj}^2 + \bar{\rho}_a \bar{\delta}^2 b_2}{(\bar{D}_2 \bar{D}_6 - \bar{D}_3 \bar{D}_5) k_{pj}^4 + (\bar{D}_2 b_3 + \bar{D}_6 b_2) k_{pj}^2 + b_2 b_3}$$

$$(j=1, 2, 3); \quad d_{ai4} = \frac{\bar{\rho}_a \bar{\delta}^2}{b_3}。$$

将势函数 (12) ~ (14) 代入土体应力-应变关系表达式 (7), 并略去公共项 $\exp(-ik_R \bar{x})$, 可得矩阵形式表示的各土层应力、孔压和位移的关系式为

$$\mathbf{G}_i(\bar{z}) \mathbf{S}_i = \mathbf{F}_i \quad (15)$$

式中: $\mathbf{F}_i = [\bar{\sigma}_z^{(i)}, \bar{\tau}_{xz}^{(i)}, \bar{p}_f^{(i)}, \bar{p}_a^{(i)}, \bar{u}_x^{(i)}, \bar{u}_z^{(i)}, \bar{v}_z^{(i)}, \bar{w}_z^{(i)}]^T$;

$\mathbf{S}_i = [A_{i1}, A_{i2}, A_{i3}, A_{i4}, B_{i1}, B_{i2}, B_{i3}, B_{i4}]^T$; 系数矩阵 \mathbf{G}_i 为 8×8 阶的方阵, 各行元素分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_i[1,:] &= \begin{bmatrix} (2s_{i1}^2 - \bar{\lambda}_i k_{pi1}^2) \mathcal{G}_{i1}^{(-)}(\bar{z}), (2s_{i2}^2 - \bar{\lambda}_i k_{pi2}^2) \mathcal{G}_{i2}^{(-)}(\bar{z}), \\ (2s_{i3}^2 - \bar{\lambda}_i k_{pi3}^2) \mathcal{G}_{i3}^{(-)}(\bar{z}), 2i\gamma_i k_R \chi_i^{(-)}(\bar{z}), \\ (2s_{i1}^2 - \bar{\lambda}_i k_{pi1}^2) \mathcal{G}_{i1}^{(+)}(\bar{z}), (2s_{i2}^2 - \bar{\lambda}_i k_{pi2}^2) \mathcal{G}_{i2}^{(+)}(\bar{z}), \\ (2s_{i3}^2 - \bar{\lambda}_i k_{pi3}^2) \mathcal{G}_{i3}^{(+)}(\bar{z}), -2i\gamma_i k_R \chi_i^{(+)}(\bar{z}) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{G}_i[2,:] &= \begin{bmatrix} 2is_{i1} k_R \mathcal{G}_{i1}^{(-)}(\bar{z}), 2is_{i2} k_R \mathcal{G}_{i2}^{(-)}(\bar{z}), 2is_{i3} k_R \mathcal{G}_{i3}^{(-)}(\bar{z}), \\ -(k_R^2 + \gamma_i^2) \chi_i^{(-)}(\bar{z}), \\ -2is_{i1} k_R \mathcal{G}_{i1}^{(+)}(\bar{z}), -2is_{i2} k_R \mathcal{G}_{i2}^{(+)}(\bar{z}), \\ -2is_{i3} k_R \mathcal{G}_{i3}^{(+)}(\bar{z}), -(k_R^2 + \gamma_i^2) \chi_i^{(+)}(\bar{z}) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{G}_i[3,:] &= \begin{bmatrix} \eta_{i1}^{(f)} \mathcal{G}_{i1}^{(-)}(\bar{z}), \eta_{i2}^{(f)} \mathcal{G}_{i2}^{(-)}(\bar{z}), \eta_{i3}^{(f)} \mathcal{G}_{i3}^{(-)}(\bar{z}), 0, \\ \eta_{i1}^{(f)} \mathcal{G}_{i1}^{(+)}(\bar{z}), \eta_{i2}^{(f)} \mathcal{G}_{i2}^{(+)}(\bar{z}), \eta_{i3}^{(f)} \mathcal{G}_{i3}^{(+)}(\bar{z}), 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{G}_i[5:] &= \begin{bmatrix} -ik_R \mathcal{G}_{i1}^{(-)}(\bar{z}), -ik_R \mathcal{G}_{i2}^{(-)}(\bar{z}), -ik_R \mathcal{G}_{i3}^{(-)}(\bar{z}), \gamma_i \chi_i^{(-)}(\bar{z}), \\ -ik_R \mathcal{G}_{i1}^{(+)}(\bar{z}), -ik_R \mathcal{G}_{i2}^{(+)}(\bar{z}), -ik_R \mathcal{G}_{i3}^{(+)}(\bar{z}), -\gamma_i \chi_i^{(+)}(\bar{z}) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{G}_i[6:] &= \begin{bmatrix} -s_{i1} \mathcal{G}_{i1}^{(-)}(\bar{z}), -s_{i2} \mathcal{G}_{i2}^{(-)}(\bar{z}), -s_{i3} \mathcal{G}_{i3}^{(-)}(\bar{z}), -ik_R \chi_i^{(-)}(\bar{z}), \\ s_{i1} \mathcal{G}_{i1}^{(+)}(\bar{z}), s_{i2} \mathcal{G}_{i2}^{(+)}(\bar{z}), s_{i3} \mathcal{G}_{i3}^{(+)}(\bar{z}), -ik_R \chi_i^{(+)}(\bar{z}) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{G}_i[7:] &= \begin{bmatrix} -s_{i1} d_{fi1} \mathcal{G}_{i1}^{(-)}(\bar{z}), -s_{i2} d_{fi2} \mathcal{G}_{i2}^{(-)}(\bar{z}), -s_{i3} d_{fi3} \mathcal{G}_{i3}^{(-)}(\bar{z}), \\ -ik_R d_{fi4} \chi_i^{(-)}(\bar{z}), \\ s_{i1} d_{fi1} \mathcal{G}_{i1}^{(+)}(\bar{z}), s_{i2} d_{fi2} \mathcal{G}_{i2}^{(+)}(\bar{z}), s_{i3} d_{fi3} \mathcal{G}_{i3}^{(+)}(\bar{z}), \\ -ik_R d_{fi4} \chi_i^{(+)}(\bar{z}) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{G}_i[8:] &= \begin{bmatrix} -s_{i1} d_{ai1} \mathcal{G}_{i1}^{(-)}(\bar{z}), -s_{i2} d_{ai2} \mathcal{G}_{i2}^{(-)}(\bar{z}), -s_{i3} d_{ai3} \mathcal{G}_{i3}^{(-)}(\bar{z}), \\ -ik_R d_{ai4} \chi_i^{(-)}(\bar{z}), \\ s_{i1} d_{ai1} \mathcal{G}_{i1}^{(+)}(\bar{z}), s_{i2} d_{ai2} \mathcal{G}_{i2}^{(+)}(\bar{z}), s_{i3} d_{ai3} \mathcal{G}_{i3}^{(+)}(\bar{z}), \\ -ik_R d_{ai4} \chi_i^{(+)}(\bar{z}) \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

$$\mathcal{G}_{ij}^{(-)}(\bar{z}) = \exp(-s_{ij}\bar{z}_i); \mathcal{G}_{ij}^{(+)}(\bar{z}) = \exp(s_{ij}\bar{z}_i); \chi_i^{(-)}(\bar{z}) = \exp(-\gamma_i\bar{z}_i); \chi_i^{(+)}(\bar{z}) = \exp(\gamma_i\bar{z}_i); \eta_{ij}^{(f)} = k_{p_{ij}}^2(\bar{D}_{i1} + \bar{D}_{i2}d_{ij} + \bar{D}_{i3}d_{aij}); \eta_{ij}^{(a)} = k_{p_{ij}}^2(\bar{D}_{i4} + \bar{D}_{i5}d_{ij} + \bar{D}_{i6}d_{aij}), j = 1, 2, 3.$$

由于 $z \rightarrow \infty$ 时, 位移趋近于 0, 则底层土仅考虑下行波, 系数 $B_{2j} = 0, j = 1, 2, 3, 4$ 。考虑地表为自由边界, 且透气、透水, 则 $z = 0$ 处有

$$\bar{\sigma}_z = 0, \bar{\tau}_{xz} = 0, \bar{p}_f = 0, \bar{p}_a = 0 \quad (16)$$

土层分界面位移、应力和孔压连续性条件, 在 $z = h$ 处有

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_x^{(1)}(h) &= \bar{u}_x^{(2)}(h), \bar{u}_z^{(1)}(h) = \bar{u}_z^{(2)}(h) \\ \bar{v}_z^{(1)}(h) &= \bar{v}_z^{(2)}(h), \bar{w}_z^{(1)}(h) = \bar{w}_z^{(2)}(h) \\ \bar{\sigma}_z^{(1)}(h) &= \bar{\sigma}_z^{(2)}(h), \bar{\tau}_{xz}^{(1)}(h) = \bar{\tau}_{xz}^{(2)}(h) \\ \bar{p}_f^{(1)}(h) &= \bar{p}_f^{(2)}(h), \bar{p}_a^{(1)}(h) = \bar{p}_a^{(2)}(h) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

分别令 $z = 0, h$ 代入式 (15), 并结合上述边界条件和连续性条件 (16)、(17), 可得一组含未知数 k_R (R 波复波数) 的线性方程组, 其矩阵形式为

$$\mathbf{a}\mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (18)$$

式中: $\mathbf{X} = [A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{14}, B_{11}, B_{12}, B_{13}, B_{14}, A_{21}, A_{22}, A_{23}, A_{24}]^T$; 系数矩阵 \mathbf{a} 为 12 阶的方阵, 由式 (16)、(17) 易知各元素 a_{ij} 的表达式, 此处不具体列出。

要使以上齐次线性方程存在非零解, 则系数矩阵的行列式须为 0, 则有

$$\det(\mathbf{a}) = 0 \quad (19)$$

上式即为双层非饱和地基中 Rayleigh 波的弥散特征方程, 据此可求出 R 波的复波数 k_R , 相应地, R 波波速和衰减系数分别为 $V_R = \omega r_0 / [2\pi \operatorname{Re}(k_R)]$, $\delta_R = -\operatorname{Im}(k_R) / r_0$ 。

值得说明的是, 系数矩阵 \mathbf{a} 为一病态矩阵, 未知数 k_R 的微小扰动, 将引起行列式强烈变化, 因此, 直接对数域内的超越方程式 (19) 进行求解非常困难, 存在高频有效数字损失的问题。鉴于此, 本文通过选取一定的复波数初值, 指定其范围和步长, 采用迭代、搜索最小值的方法来计算复波数 k_R 。考虑到在单相介质及低频条件下饱和两相介质中, R 波与 S 波波速近似满足关系 $m = V_R / V_s = (0.87 + 1.12\nu_s) / (1 + \nu_s)^{[20]}$, 其中, ν_s 为泊松比, 且地基体系的 R 波波速大致介于两土层各自 R 波波速之间, 则可将 k_{s1}/m_1 和 k_{s2}/m_2 所构成的实部和虚部区间 $[\operatorname{Re}(k_{s1}/m_1), \operatorname{Re}(k_{s2}/m_2)], [\operatorname{Im}(k_{s1}/m_1), \operatorname{Im}(k_{s2}/m_2)]$ 作为未知数 k_R 的搜根区域 (区间范围可适当加大), 通过对两个区间分别进行离散, 求得每一组合复波数下系数矩阵 \mathbf{a} 的行列式值, 其最小值 (复数的模) 所对应的 k_R 即为方程的解。具体计算时, 可根据覆盖层厚度, 适当加密相应区间的迭代值个数, 以提

高收敛速度。由于系数矩阵 \mathbf{a} 含有较多大数项, 经上述方法求得的行列式最小值 (复数的模) 往往仍大于 0。尽管该误差对速度弥散的结果影响很小, 但对位移分布的计算影响较大, 为此可在根值附近进行第 2 轮插值迭代, 以进一步提高解的精度。上述在给定区间内搜根的方法, 是一种较为原始的处理方法, 仅适用于双层地基速度弥散特性的求解, 对于土层动力响应 (应力和位移) 及多层孔隙介质体系, 可尝试采用文献 [21] 求解层状饱和土时的薄层分析法。

4 算例分析

本节就表面层厚度、土层刚度比、迂曲度、饱和度和渗透系数对 Rayleigh 波的传播影响进行讨论。计算中假定两土层参数均为: 土颗粒, 体积模量 $K_s = 36$ GPa, 密度 $\rho_s = 2\,700$ kg/m³; 孔隙水, 体积模量 $K_f = 2.0$ GPa, 密度 $\rho_f = 1\,000$ kg/m³, 黏滞系数 $\eta_f = 1.0 \times 10^{-3}$ Pa s; 空气, 体积模量 $K_a = 145$ kPa, 密度 $\rho_a = 1.29$ kg/m³, 黏滞系数 $\eta_a = 18.2 \times 10^{-6}$ Pa s; 土骨架, Lamb 系数 $\lambda = G$, 泊松比 $\nu_s = 0.25$, 孔隙率 $n = 0.375$, 有效应力系数 $\gamma = S_r$, 残余饱和度 $S_{w0} = 5\%$, 固有渗透系数 $\kappa = 1.0 \times 10^{-11}$ m²; V-G 模型拟合参数, $\chi = 1.0 \times 10^{-4}$ Pa⁻¹, $m = 0.5$, $d = 2$; 此外, 若无特殊说明, 在不涉及土层剪切模量和频率的参数分析中, 均按剪切模量 $G = 10$ MPa, 频率 $f = \omega / (2\pi) = 20$ Hz 考虑。

不同覆盖层剪切模量下 R 波波速随饱和度的变化如图 2 所示。可以看出, R 波波速随饱和度的增加而线性减小, 在接近完全饱和时出现小幅上升, 且覆盖层剪切模量越大, 波速越大。这是由于 R 波由 P 波 (尤其是 P1 波) 和 S 波在地表干涉而成, 其传播特性随饱和度的变化受两者的综合影响。由文献 [6, 22] 可知, S_r 低于 90% 时, P1 波波速基本不变, 而接近完全饱和时, 则急剧增加, 低频状态下的 S 波波速则随着 S_r 的增加而线性减小, 两类体波的共同作用产生了图 2 所示的 R 波波速变化规律。图 3 为频率 $f = 0.1, 10, 20$ Hz 时, 上软下硬地基体系下 R 波波速随覆盖层厚度的变化曲线。由图可见, 覆盖层厚度 h 、频率和上覆土层刚度对 R 波波速 V_R 均有着显著影响。随着 h 的增加, V_R 逐渐减小, 并趋于上覆土层本身的 R 波波速; 且频率越高 (波长越短), 或上覆土层刚度越低, 波速趋于常数时的 h 越小, 趋于表层土波速的现象越明显。这说明, Rayleigh 波作为面波的一类, 其传播特性更多的受表层土参数的影响, 但当频率很低时, 尤其接近零

频极限, V_R 则为仅存在底层土的均质半空间中的 R 波波速, 此时覆盖层参数的影响很小。

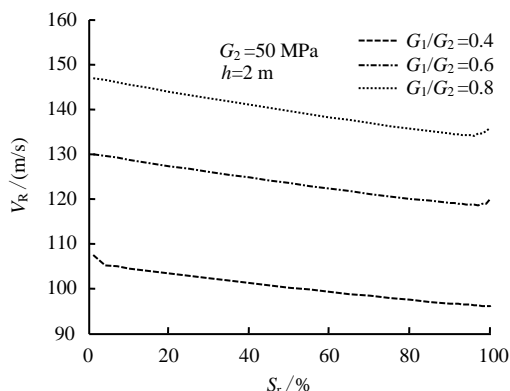


图2 饱和度对波速 V_R 的影响

Fig.2 Effect of saturation on phase velocity V_R

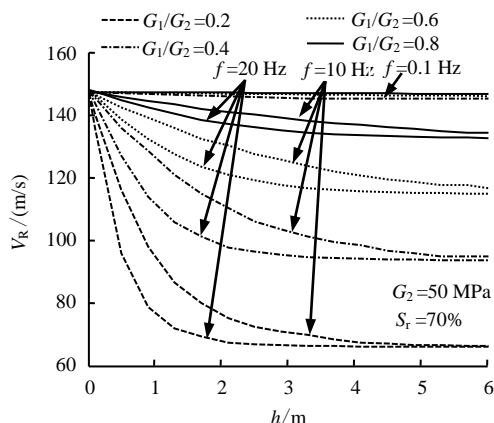


图3 上覆土层刚度对波速 V_R 随的影响

Fig.3 Effect of stiffness of overlaying soil on phase velocity V_R

图4给出了不同底层土剪切模量下 V_R 随 h 的变化关系, 其中频率 $f = 20$ Hz, 上覆土层 $G_1 = 10$ 、40 MPa。所得结果进一步表明了当覆盖层超过一定厚度时, R 波的传播特性主要由上覆土层参数控制, 底部半无限体的影响已十分有限, 尤其是对于上、下土层刚度之比较小的情形。为此, 在接下来的参数分析中, 仅针对均质非饱和半空间, 忽略地基土的成层特性。

图5为R波在不同孔隙水迂曲度 τ_f 下的频散曲线。由图可见, 在低频区 ($f < 100$ Hz), 3类 τ_f 下的波速基本相同, 但随着频率的进一步增大, τ_f 的影响逐渐显现。当土体孔隙结构由规则的圆管状 ($\tau_f = 1$) 过渡到孔隙形态随机分布时 ($\tau_f = 3$), 波速逐渐减小, 这与文献[14]中饱和土情形的结果相一致。原因在于, 孔隙迂曲度较低的土体具有较强的渗流条件和较小的孔隙屏蔽作用, 固-液两相间的相互作用增强, 使得R波的频散特性更为明显。同时试算发现, 不同饱和度下, τ_f 和 τ_a 对波速的影响规律基本一

致; 而空气迂曲度 τ_a 对波速的影响很小, 不同 τ_a 时的频散曲线与图中 $\tau_f = 1$ 时的曲线几乎完全重合。原因在于, τ_a 的增大, 尽管加大了孔隙气体流动受迂曲路径的限制, 从而减弱了气-固两相间的耦合作用, 但该作用十分微弱, 不足以引起频散特性的改变。图5结果也说明, 对于频率稍高的面波地震勘探, 有必要考虑孔隙结构形态对波速频散的影响, 以提高勘探精度。

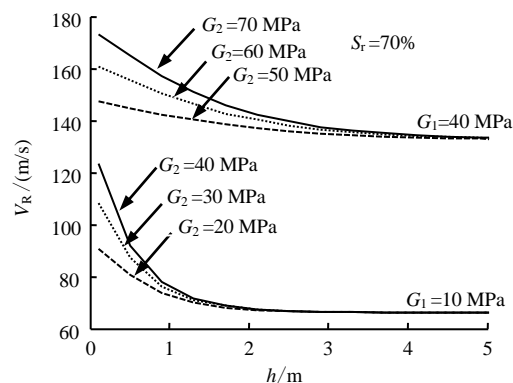


图4 波速 V_R 随表面层厚度的变化

Fig.4 Variation of phase velocity V_R with thickness of overlaying soil

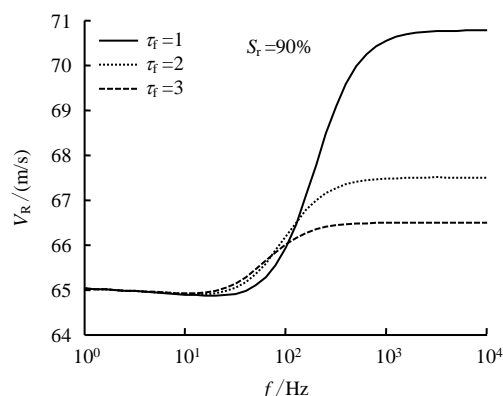
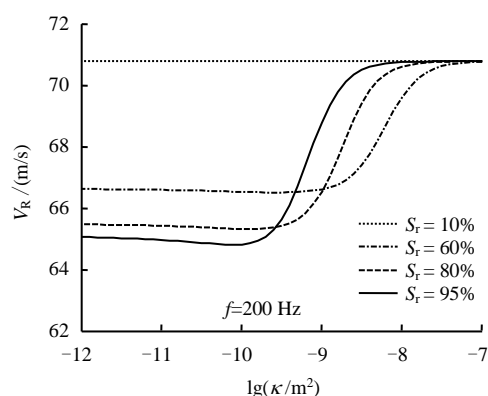


图5 迂曲度对波速 V_R 的影响

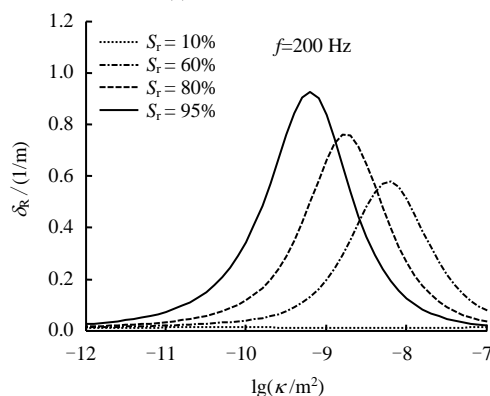
Fig.5 Effect of tortuosity on phase velocity V_R

为研究不同饱和度下固有渗透系数 κ 对 R 波波速和衰减系数的影响, 取 $\kappa = 10^{-7} \sim 10^{-12}$ m², 对应 Darcy 渗透系数 $k_d = 1 \sim 10^{-5}$ m/s, 计算结果如图6所示。图中 1 m/s 的渗透系数仅为讨论方便, 土体实际的渗透系数一般远小于该数量级。由图可知, R 波在高、低渗透系数区域各存在一个波速不变段, 此时渗透系数对波的传播特性几乎不产生作用; 在中间区段, 波速则随着 κ 的增大而增大; 衰减系数整体呈近似的正态曲线分布模式。此外, 饱和度越高, 波速增幅越大, 衰减系数的峰值也越高, 但波速初始变化及衰减系数峰值所对应的 κ 值越小, 两者曲线均出现左移。当孔隙含水率很低, 土体接近

干燥时($S_r=10\%$), 气-固、流-固两相间的黏性和惯性耦合效应均很小, 波速和衰减系数不再随 κ 而变化, 此时可近似按单相介质处理。



(a) 波速随 κ 的变化曲线

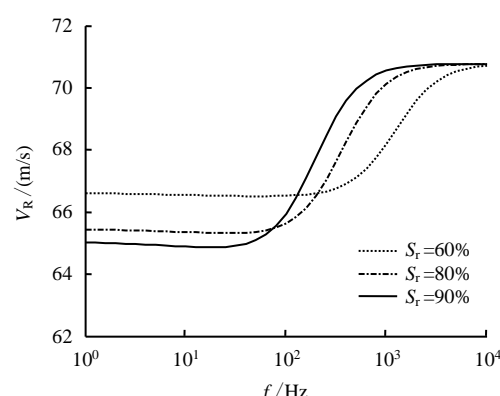


(b) 衰减系数随 κ 的变化曲线

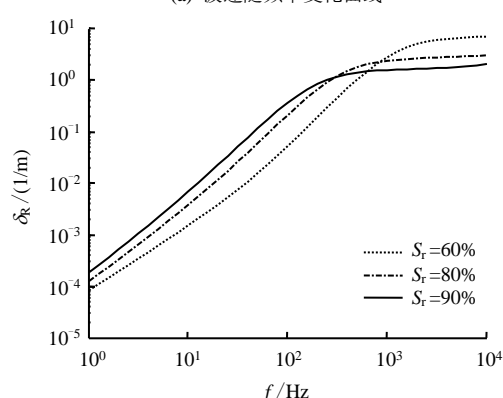
图 6 R 波波速和衰减系数随固有渗透系数的变化
Fig.6 Variation of phase velocity and attenuation coefficient with intrinsic permeability

图 7(a)、7(b)分别为 R 波波速和衰减系数随频率的变化曲线 (其中 $\kappa=1.0\times 10^{-9} \text{ m}^2$)。为讨论方便, 借鉴饱和和两相介质的特征频率 $f_c = ng / 2\pi k_d$ [4, 23], 定义非饱和土的特征频率 $f_c = n\eta_f / 2\pi\kappa\rho_f k_{rl}$, k_{rl} 为孔隙水的相对渗透系数 [24], 可得图中 $S_r=60\%$ 、 80% 、 90% 时的特征频率分别为 964、248、135 Hz。由图可知, 在低频区, 波速随频率的变化很小; 当 $f/f_c \rightarrow 0$ 时, 孔隙流体基本不发生渗流, V_R 趋近于封闭系统情况下的 R 波波速。当频率增大到特征频率 f_c 附近时, 波速迅速增大, 且饱和度越高, 增幅越大, 发生变化时的起始频率越小, 频散曲线朝低频区移动; 当频率大于 10 kHz 时, 不同饱和度下的波速则趋于一致, 此时 V_R 接近于土骨架的 R 波波速。另外, 随着频率的增加, 固-液两相间相对运动引起的惯性耗散逐渐占优, 黏滞耗散逐渐减弱, 波的衰减性增强。当 $f < 1 \text{ kHz}$ 时, 饱和度高的土体具有更强的衰减特性, 而 $f > 1 \text{ kHz}$ 时, 则规律反之 (见图 7(b))。计算还发现, R 波和 S 波随饱和度的变化规律以及

两者的波速比基本相同, 表明在非饱和土中 R 波仍然反映剪切波特性的, 这与单相土和饱和土的结果相一致。



(a) 波速随频率变化曲线



(b) 衰减系数随频率变化曲线

图 7 不同饱和度下 R 波弥散曲线
Fig.7 Dispersion curves of Rayleigh wave for different saturations

5 结 论

(1) R 波速度随饱和度的增加而线性减小, 在接近完全饱和时出现小幅上升。

(2) 对于上软下硬地基体系, 随着覆盖层厚度 h 的增加, 波速逐渐减小, 并趋于上覆土层本身的 R 波波速; 且频率越高或上覆土层刚度越低, 波速趋于常数时的 h 越小; 当 $f \rightarrow 0$ 时, V_R 则为底层土本身的 R 波波速, 此时覆盖层参数的影响很小。

(3) 孔隙水迂曲度 τ_f 对波速的影响主要体现在高频区段, 当土体孔隙结构由规则的圆管状过渡到孔隙形态随机分布时, 波速逐渐减小, 而空气迂曲度 τ_a 的影响则非常有限。

(4) R 波在高、低渗透系数区域各存在一个波速不变段, 在中间区段, 波速则随着 κ 的增大而增大, 且饱和度越高, 增幅越大; 而衰减系数则整体呈近似的正态曲线分布模式; 当 $S_r \rightarrow 0$ 时, κ 的影响基本消失。

(5) 在低频区, R 波波速受频率的影响很小; 但当频率增大到特征频率附近时, 波速迅速增大, 且饱和度越高, 增幅越大, 发生变化时的起始频率越小; 当 $f > 10$ kHz 时, 不同 S_r 下的波速则趋于一致。

参考文献

- [1] DEGRANDE G, DE ROECK G, VAN DEN BROECK P, et al. Wave propagation in layered dry, saturated and unsaturated poroelastic media[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 1998, 35(34): 4753—4778.
- [2] YANG J. Rayleigh surface waves in an idealised partially saturated soil[J]. **Geotechnique**, 2005, 55(5): 409—414.
- [3] CHAO G, SMEULDERS D M J, VAN DONGEN M E H. Dispersive surface waves along partially saturated porous media[J]. **The Journal of the Acoustical Society of America**, 2006, 119(3): 1347—1355.
- [4] 周新民, 夏唐代. 半空间准饱和土中瑞利波的传播特性研究[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(5): 750—754.
ZHOU Xin-min, XIA Tang-dai. Characteristics of Rayleigh waves in half-space of partially saturated soil[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 29(5): 750—754.
- [5] CHEN Y S, LO W C, LEU J M, et al. Effect of impermeable boundaries on the propagation of Rayleigh waves in an unsaturated poroelastic half-space[J]. **Journal of Mechanics**, 2010, 26(4): 501—511.
- [6] LO W C. Propagation and attenuation of Rayleigh waves in a semi-infinite unsaturated poroelastic medium[J]. **Advances in Water Resources**, 2008, 31(10): 1399—1410.
- [7] CHEN W, XIA T, HU W. A mixture theory analysis for the surface-wave propagation in an unsaturated porous medium[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 2011, 48(16): 2402—2412.
- [8] 赵海波, 陈树民, 李来林, 等. 流体饱和度对 Rayleigh 波传播影响研究[J]. 中国科学: 物理学, 力学, 天文学, 2012, 42(2): 148—155.
ZHAO Hai-bo, CHEN Shu-min, LI Lai-lin, et al. Influence of fluid saturation on Rayleigh wave propagation[J]. **Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica**, 2012, 42(2): 148—155.
- [9] 陈炜昀, 陈国兴, 刘志军, 等. 不同边界条件下非饱和土地基中的 Rayleigh 波传播[J]. 水利学报, 2015, 46(11): 1329—1336.
CHEN Wei-yun, CHEN Guo-xing, LIU Zhi-jun, et al. Propagation of Rayleigh wave in unsaturated soil at different boundary conditions[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2015, 46(11): 1329—1336.
- [10] SHARMA M D. Rayleigh waves in a partially saturated poroelastic solid[J]. **Geophysical Journal International**, 2012, 189(2): 1203—1214.
- [11] TUNCAY K, CORAPCIOGLU M Y. Wave propagation in poroelastic media saturated by two fluids[J]. **Journal of Applied Mechanics**, 1997, 64(2): 313—320.
- [12] SHARMA M D. Propagation and attenuation of Rayleigh waves in a partially-saturated porous solid with impervious boundary[J]. **European Journal of Mechanics-A/Solids**, 2015, 49: 158—168.
- [13] SMEULDERS D M J. On wave propagation in saturated and partially saturated porous media[D]. Ruston: Louisiana Tech University, 1992.
- [14] ZHANG Y, XU Y, XIA J. Analysis of dispersion and attenuation of surface waves in poroelastic media in the exploration-seismic frequency band[J]. **Geophysical Journal International**, 2011, 187(2): 871—888.
- [15] CAPELLIERE J, MESGOUEZ A, LEFEUVE MESGOUEZ G. Axisymmetric wave propagation in multilayered poroelastic grounds due to a transient acoustic point source[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2013, 52: 70—76.
- [16] ZHANG M, WANG X, YANG G, et al. Solution of dynamic Green's function for unsaturated soil under internal excitation[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2014, 64: 63—84.
- [17] BURDINE N T. Relative permeability calculations from pore size distribution data[J]. **Journal of Petroleum Technology**, 1953, 5(3): 71—78.
- [18] BERRYMAN J G. Confirmation of Biot's theory[J]. **Applied Physics Letters**, 1980, 37(4): 382—384.
- [19] LO W C, SPOSITO G, MAJER E. Wave propagation through elastic porous media containing two immiscible fluids[J]. **Water Resources Research**, 2005, 41(2): 1—20.
- [20] YANG J. A note on Rayleigh wave velocity in saturated soils with compressible constituents[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2001, 38(6): 1360—1365.
- [21] 柴华友, 张电吉, 卢海林, 等. 层状饱和介质中瑞利波传播特性薄层分析方法[J]. 岩土工程学报, 2015, 37(6): 1132—1141.
CHAI Hua-you, ZHANG Dian-ji, LU Hai-lin, et al. Behavior of Rayleigh waves in layered saturated porous media using thin-layer method[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2015, 37(6): 1132—1141.
- [22] GHASEMZADEH H, ABOUNOURI A A. Compressional and shear wave intrinsic attenuation and velocity in partially saturated soils[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2013, 51: 1—8.
- [23] ISHIHARE K. Approximate forms of wave equations for water-saturated porous materials and related dynamic moduli[J]. **Soils and Foundations**, 1970, 14(10): 10—38.
- [24] BURDINE N T. Relative permeability calculations from pore size distribution data[J]. **Journal of Petroleum Technology**, 1953, 5(3): 71—78.