DOI：10.16285/j.rsm.2017.1048

重力式挡土墙抗滑稳定容许安全系数取值标准初探

陈祖煜[1, 2]，黎康平[1]，李 旭[3]，詹成明[4]

（1. 西安理工大学 水利水电学院，陕西 西安 710048；2. 中国水利水电科学研究院 岩土工程研究所，北京 100048；
3. 北京交通大学 土木建筑工程学院，北京 100044；4. 中铁大桥科学研究院有限公司 岩土及地下工程研究所，湖北 武汉 430034）

摘 要：我国水工挡土墙设计规范中规定稳定性验算采用以安全系数为度量指标，给定的安全系数允许值范围在 1.20～1.35 之间，低于国外规范的取值。采用可靠度分析方法，建立目标可靠指标与安全系数之间的定量关系。通过分析计算确认安全系数满足对数正态分布。对一个目标可靠指标为 3.2 的特例获得其安全系数在 1.43～1.55 之间的结论。根据前期提出的相对安全率指标判据提出了安全系数满足对数正态条件下的计算公式。使用这一判据，论证了将这一特例扩展到不同墙体几何参数和强度指标参数情况时这一可靠指标和安全系数关系的普遍适用性。提出的安全系数取值标定方法和相应成果可供规范修订工作参考。

关 键 词：重力式挡土墙；安全系数；可靠度分析；相对安全率；容许安全系数

中图分类号：TU 443 **文献标识码：**A **文章编号：**1000－7598 (2018) 01－0001－10

A preliminary study of allowable factor of safety in gravity retaining wall stability analysis

CHEN Zu-yu[1, 2], LI Kang-ping[1], LI Xu[3], ZHAN Cheng-ming[4]

（1. Water Conservancy and Hydropower Institute, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China;
2. Department of Geotechnical Engineering, China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100048, China;
3. School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 4. Institute of Geotechnical and Underground Engineering, China Railway Bridge Science Research Institute, Ltd., Wuhan, Hubei 430034, China）

Abstract: The design specification for Chinese hydraulic retaining wall (SL_379-2007) uses the safety factor criterion in stability analysis, whose allowable values are stipulated in a range of 1.20 to 1.35, which is much smaller than those specified in the overseas design regulations. In this paper, a probabilistic analysis approach is used to establish the relationship between the target reliability index and safety factor. Results show that the factors of safety follow a log-normal distribution relationship. The related criterion for the 'Safety Margin Ratio (SMR)' has been updated. The study uses a target case that has a reliability index of 3.2. It has been found that the allowable factor of safety is in a range between 1.43 and 1.55. Using the SMR approach, the authors further demonstrate that the calibrated allowable factor of safety is equally allocable to the extended target cases that involve different geometric and shear strength values of this retaining wall. The method and analytical results described in this paper are useful for regulation makers.

Keywords: gravity retaining wall; safety factor; reliability analysis; the ratio of safety margin; allowable factor of safety

1 引 言

我国的《水工挡土墙设计规范》[1]（SL_379−2007）对重力式挡土墙提供了允许安全系数取值标准。根据该标准，1～4 级建筑物在正常工况下其允许安全系数值分别为 1.35、1.30、1.25、1.20。铁道领域挡土墙规范[2]的规定值更小。查阅国外文献，《加拿大地基手册》[3]将挡土墙安全系数的相应允许值定为 1.5～2.0。美国公路局[4]则规定其允许值为 1.5。中外规范的安全标准有明显差别。

现将挡土墙和边坡允许安全系数作一对比。上述加拿大地基手册[3]对包括边坡在内的土方构筑物 (earth works)规定的允许为 1.35～1.50，香港边坡工程手册规定值为 1.35[5]。对于一级建筑物，水工挡土墙规范和水工边坡设计规范[6]的边坡允许安全系数分别为 1.35～1.20 和 1.30～1.25。为什么对于挡

收稿日期：2017-05-26
第一作者简介：陈祖煜，男，1943 年生，博士，教授级高级工程师，主要从事边坡稳定、岩土工程可靠度分析等方面的研究和咨询工作。E-mail: chenzuyu@cashq.ac.cn
通讯作者：黎康平，男，1994 年生，硕士研究生，主要从事挡土墙、边坡抗滑稳定安全标准等方面的研究。E-mail: likangping2017@163.com

土墙这样一个相对来说安全控制标准远低于边坡的建筑物，在中国规范中，其允许安全系数却处于相同的控制水平呢？

本文作者团队在前期研究工作中（文献[7]）对中外规范取值标准存在明显差别的原因进行了探讨。作者指出，在计算挡土墙和边坡的安全系数时实际上采用了不同的安全系数计算方法。挡土墙安全系数 F 是主动土压力除以墙底与土基接触面上的摩擦抗力值。这里，计算滑动力和抗滑力都使用了强度指标的标准值。而边坡稳定分析则将标准值均缩减了 F 倍，通过极限平衡条件求得安全系数。两种计算方法获得的安全系数不一样，自然要对它们的安全系数允许标准取不同的值。作者认为，国外规范对挡土墙的允许安全系数提出了 1.5 甚至更大的数值是合适的。相反，水工挡土墙规范提出了和边坡规范同一数量级的允许安全系数值是不妥的。作者同时发现，如果进行可靠度分析，这两种定义可以得到相同的可靠指标。为了弥补我国规范这一不足，作者在文献[7]中建议现有的国内规范逐渐向分项系数方法过渡，并且在设定的风险标准和参数条件下对分项系数的建议值进行了标定。

规范的完善和修订是一个长期的过程。传统的挡土墙安全系数定义还会在相当长的一段时间内为工程所使用。因此，使用可靠度分析原理研究安全系数和可靠指标之间的关系，在挡土墙领域探索建立在传统的安全系数定义基础上的相应安全取值标准，也有其实际意义。本文拟延续文献[7]的工作，开展相应的研究。

2 安全系数和可靠指标的定量关系

Duncan[8]认为，安全系数和可靠指标之间存在定量关系。为了解相关的原理和方法，不妨简单回顾他提供的一个例子[9]。

对于图 1 所示挡土墙，其抗滑稳定安全系数下的计算公式如下：

$$F=\frac{(W_1+W_2)\tan\delta}{E} \tag{1}$$

式中：F 为挡土墙安全系数；W_1、W_2 分别为墙和底板上回填土的重量；δ 为墙与地基之间的摩擦角；E 为墙踵以上的土压力。土压力计算公式为

$$E=\frac{1}{2}\gamma_{\mathrm{ef}}H^2 \tag{2}$$

式中：γ_{ef} 为等效液体重度；H 为墙后填土高度，其计算公式为

$$\gamma_{\mathrm{ef}}=\gamma\tan^2\left(45^\circ-\frac{\varphi}{2}\right) \tag{3}$$

式中：γ 为土的重度；φ 为土的内摩擦角。

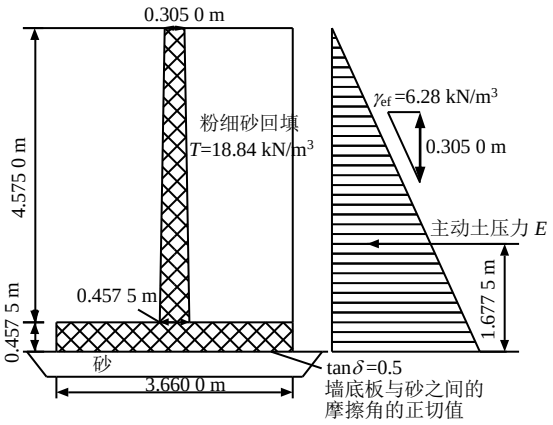


图 1 解释安全系数和可靠指标关系例题[9]

Fig.1 Example used to calculate the safety factor and reliability index

采用图 1 标注的几何和力学参数（原文为英制单位），本例中 F 的均值为 1.50。这个值被称为最大似然的安全系数 F_{MLV}。在设定 γ_{ef}、δ 和 γ_{bf} 的均值和标准差的情况下，可以得到表 1 所示的相当于一次二阶矩的计算结果，最后获得安全系数 F 的标准差 σ_{f}=0.25，变异系数 V_F=17%，相应可靠度指标 β=2.32。假定安全系数按对数正态分布，则相应的失效概率 P_F 为 1%。

这样，通过可靠度分析，Duncan 建立了安全系数均值、可靠指标和失效概率之间的一一对应关系。

表 1 图 1 所示挡土墙的可靠度指标计算[9]

Table 1 Calculation of reliability index of retaining wall in Figure 1

设定等效液体重度γ_{ef}					设定 tanδ					设定回填料重度γ_{bf}					设定混凝土重度γ_{c}				
最大似然值+σ /(kN/m³)	最小似然值−σ /(kN/m³)	安全系数 F^+	安全系数 F^-	ΔF	最大似然值+σ	最小似然值−σ	安全系数 F^+	安全系数 F^-	ΔF	最大似然值+σ /(kN/m³)	最小似然值−σ /(kN/m³)	安全系数 F^+	安全系数 F^-	ΔF	最大似然值+σ /(kN/m³)	最小似然值−σ /(kN/m³)	安全系数 F^+	安全系数 F^-	ΔF
7.065	5.495	1.33	1.71	−0.38	0.55	0.45	1.65	1.35	0.30	19.939	17.741	1.56	1.44	0.12	23.864	23.236	1.50	1.49	0.01

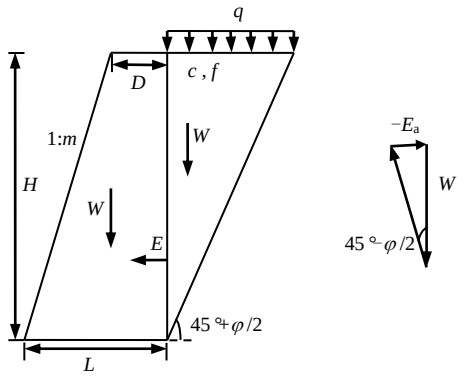
注：$\sigma_{\mathrm{f}}=[(0.38/2)^2+(0.30/2)^2+(0.12/2)^2]^{0.5}=0.25$，$\mu_F=1.50$，$V_F=17\%$；$\beta=\dfrac{\ln(\frac{\mu_F}{\sqrt{1+V_F^2}})}{\sqrt{\ln(1+V_F^2)}}=2.32$。

3　挡土墙稳定分析的可靠指标

3.1　关于安全系数对数正态分布的讨论

在建立上述分析方法时，Duncan 称：“虽然无法证明，可以假定安全系数为对数正态分布”。Duncan 在对数正态的框架下开展了上述可靠指标计算和失效概率的计算。本文作者兹作以下两点讨论：

（1）在一定条件下，挡土墙稳定安全系数满足对数正态分布这一命题，可以通过理论分析和数值测试进行验证。在附录 A 中，我们考察了两个例子。一是单随机变量情况，即假定填土和墙基的摩擦系数为同一值，此时，理论分析结果表明该问题的安全系数满足对数正态分布；另一为以下要讨论的图 2 所示的工况。此时，可靠度分析包括了填土和墙基的摩擦系数以及填土的凝聚力 3 个随机变量，数值模拟结果表明该问题的安全系数也满足对数正态分布。



(a) 墙体与滑动土契　　(b) 力矢三角形

图 2　重力式挡土墙库仑理论分析模型
(墙体与滑动土体)

Fig.2　Coulomb theoretical analysis model of gravity retaining wall (wall and sliding soil)

（2）上面 Duncan 只是对十分简单的情况列举了一个示意性例子。当目标函数为非正态分布时，使用一次二矩法计算的可靠指标，通常要引入近似处理，如 JC 法，这就增加了数值计算的难度和精度。但是对对数正态这样的特例，可以通过将目标函数转换为正态分布的途径进行传统的一次二矩法计算。

当 F 符合对数正态分布时，可将极限状态方程改写为

$$y=\ln F=0 \tag{4}$$

y 就是一个符合正态分布的函数，对 y 进行可靠指标计算，相应的可靠指标为

$$\beta=\frac{\mu_y}{\sigma_y} \tag{5}$$

式中：β 为可靠指标；μ_y 和 σ_y 分别为 $\ln F$ 的均值和标准差。

现以对图 1 算例作一验证。使用一次二阶矩法，可得 μ_y 和 σ_y 的值分别为 0.404 和 0.163。因此，相应 β=2.48，失效概率为

$$P_{\mathrm{f}}=1-\Phi^{-1}(\beta)=0.01 \tag{6}$$

这一结果与 Duncan 在对数正态框架下获得的计算结果一致。

本文后续研究将以式（4）作为目标函数，开展挡土墙可靠度稳定分析，使相应的工作仍然可以在正态分布的理论框架下进行。

3.2　建立在目标函数正态分布基础上的可靠指标计算

如图 2 所示，假定填土与墙面接触光滑，根据库仑土压力理论：

$$E_{\mathrm{a}}=\frac{1}{2}\gamma_1 H^2 K_{\mathrm{a}}+qHK_{\mathrm{a}}-2cH\sqrt{K_{\mathrm{a}}} \tag{7}$$

式中：E_{a} 为库仑土压力；q 为墙后土体表面均布荷载；c 为填土的凝聚力；γ_1 为填土重度；K_{a} 为主动土压力系数，且有

$$K_{\mathrm{a}}=\tan^2\left(\frac{\pi}{4}-0.5\tan^{-1}f\right) \tag{8}$$

式中：f 为填土的摩擦系数。

抗力和作用力分别为

$$R=Wf_{\mathrm{o}} \tag{9}$$

$$S=\frac{1}{2}\gamma_1 H^2 K_{\mathrm{a}}+qHK_{\mathrm{a}}-2cH\sqrt{K_{\mathrm{a}}} \tag{10}$$

式中：f_{o} 为墙基的摩擦系数；W 为墙体自重，且 W 计算公式为

$$W=\frac{1}{2}(Hm+2D)H\gamma_2 \tag{11}$$

式中：γ_2 为墙体重度；m 和 D 分别为墙体的边坡系数和墙顶宽度。

按传统的安全系数定义，挡土墙抗滑稳定安全系数 F 为

$$F=\frac{R}{S} \tag{12}$$

进行如式（4）的处理，极限状态方程为

$$y=\ln F=\ln R-\ln S=0 \tag{13}$$

采用一次二阶矩法计算可靠指标时，引入无量纲标准化变量[7]：

$$c^* = \frac{c-\mu_c}{\sigma_c} \tag{14}$$

$$f^* = \frac{f-\mu_f}{\sigma_f} \tag{15}$$

$$f_o^* = \frac{f_o-\mu_{f_o}}{\sigma_{f_o}} \tag{16}$$

式中：μ_c、μ_f 和 μ_{f_o} 为填土凝聚力、填土摩擦系数、基底面摩擦系数的均值；σ_c、σ_f 和 σ_{f_o} 为填土凝聚力、填土摩擦系数、基底面摩擦系数的标准差。

此时，式（13）极限状态方程可以表达为此 3 个参数的函数：

$$y = \ln[R(f_o^*)] - \ln[S(f^*, c^*)] = 0 \tag{17}$$

相应的可靠度指标 β 为满足式（17）条件下的以下极值：

$$\beta = \min_{c,f,f_o}\left(\sqrt{f_o^{*2} + f^{*2} + c^{*2}}\right) \tag{18}$$

本文使用 Excel 和 VBA 程序通过规划求解获得 β。

4 安全系数允许值的标定

4.1 可靠度分析的参数和标准

在我国，20 世纪 90 年代开始试行《工程结构可靠度设计统一标准》(GB50153−92)，随后水利、铁路、公路这些部门陆续提出各自的结构设计统一标准。我国水利水电部门的可靠度设计标准《水利水电工程结构可靠性设计统一标准》[10]（简称水工统标）对水利工程中结构允许可靠指标作出如表 2 的规定，表中第 1 类破坏指非突发性破坏；第 2 类破坏指突发性破坏，无明显征兆，一旦发生事故难于补救或修复，水利工程结构破坏按第 2 类对待。

表 2 水工统标规定的结构允许可靠指标 β_a

Table 2 Allowable reliability index specified in the Chinese design code for hydraulic structures

结构安全级别	β_a		
	1 级建筑物	2 级建筑物	3 级建筑物
第 1 类破坏	3.7	3.2	2.7
第 2 类破坏	4.2	3.7	3.2

挡土墙一般不是重大工程的主体建筑物，其失事也多属非重大灾害性事故。因此，在标定挡土墙抗滑稳定允许安全系数时，建议对 1～3 级建筑物，可分别取为 3.7、3.2、2.7。

文献[7]对填土的摩擦系数和凝聚力的变异系数取值做了讨论，认为分别取为 0.1 和 0.2 符合行业内代表性的认识[11−13]。本文的研究也取用此值，并在此基础上进行敏感性分析。

《水利水电工程结构可靠度性设计统一标准》[10]规定强度参数的设计值，通常可取 0.2 分位值，计算公式为

$$x_k = \mu_x - 0.842\sigma_x = (1-0.842V_x)\mu_x \tag{19}$$

式中：x 代表强度指标 c、f 和 f_o。相应的工程实际安全系数按照下式计算：

$$F_k = \frac{R(f_{o,k})}{S(c_k, f_k)} \tag{20}$$

4.2 对典型工况的标定

对图 2 所示的挡土墙，以 2 级挡土墙目标可靠指标 3.2 为典型工况，对相应的安全系数进行标定。采用的参数如表 3 所示。表 4 示采用一次二阶矩计算可靠指标的过程。可知，当墙高为 8.295 m 时，可靠指标恰为 3.20，而相应的安全系数的标准值为 1.43。这一计算初步认定，对于 2 级挡土墙，其抗滑稳定安全系数大致在 1.43 左右。

表 3 典型工况（图 2）计算参数

Table 3 Parameters for the materials involved in the case illustrated in Fig. 2

墙体参数				强度参数均值			变异系数		其他参数	
墙高 H /m	边坡系数 m	墙顶宽 D /m	墙体重度 γ_2 /(kN/m³)	凝聚力 c /kPa	摩擦系数 f	基底面摩擦系数 f_o	凝聚力变异系数 V_c	摩擦系数变异系数 V_f	作用荷载 q /(kN/m)	填土重度 γ_1 /(kN/m³)
8.295	0.5	0.5	24	10	0.6	0.5	0.2	0.1	10	18

表 4 典型工况（图 2）安全系数、可靠指标计算过程表

Table 4 Calculation of the safety factor, reliability index for the case illustrated in Fig. 2

墙高 H /m	强度参数标准值			墙体自重 W /kN	主动土压力 E_a /kN	安全系数 F_k	安全系数均值 μ_F	ln$F$ 的均值 μ_y	ln$F$ 的标准差 σ_F	可靠指标 β	验算点值即设计值		
	凝聚力 c_k /kPa	摩擦系数 f_k	基底面摩擦系数 $f_{o,k}$								凝聚力 c^*/ kPa	摩擦系数 f^*	基底面摩擦系数 f_o^*
8.295	8.316	0.550	0.458	512.4	164.1	1.430	1.953	0.669	0.209	3.200	6.832	0.481	0.403
公式	(19)	(19)	(19)	(11)	(10)	(20)	(12)	(12)	(5)	(18)	(14)	(15)	(16)

注：强度参数标准按式（19）计算，W、E_a、F_k 分别按式（11）、（7）、（20）计算，μ_F、μ_y 按式（12）计算，σ_F、β、c、f^*、f_o^* 分别按式（5）、（18）、（14）、（15）、（16）计算。

5　普适性验证

上述计算表明，安全系数的允许值 F_a =1.430 和可靠指标的允许值 β_a =3.2 具有相同的风险控制标准。但是，这一标定值有无普遍适用的意义？这是一个需要进一步探索的问题。本文作者研究团队在前期边坡稳定可靠度分析领域提出了一个相对安全率方法，用以论证由特定案例标定得到的安全系数允许值 F_a 在其他情况的普遍适用意义。

定义安全系数相对安全率为[14–15]

$$\eta_F = \frac{F}{F_a} \tag{21}$$

定义可靠指标相对安全率为[14–15]

$$\eta_R = (\beta - \beta_a)\sigma_F + 1 \tag{22}$$

式中：σ_F 为安全系数的标准差。上述相对安全率定义是基于目标函数为正态分布情况下得到的。对于目标函数如式（13）定义的对数正态分布情况，则相应的相对安全率定义应修正为

$$\eta_F = \frac{\ln F + 1}{\ln F_a + 1} \tag{23}$$

$$\eta_R = (\beta - \beta_a)\sigma_{\ln F} + 1 \tag{24}$$

附录 A2 给出了相关的推导和证明。

对墙高为 8.295 m 这一特例，如果设定 F_a=1.430 和 β_a =3.2，显然有

$$\eta_F = \eta_R = 1 \tag{25}$$

对所有可能的其他计算成果，如果保证始终存在以下关系：

$$\eta_F \approx \eta_R \tag{26}$$

那么可能认定对安全系数的允许值 F_a 的标定值具有普适意义。

表 5 列举了墙高从 5～11 m 按 1 m 间距递增，采用一次二阶矩方法计算得到的可靠指标以及按式（23）、（24）计算的相对安全率。可以发现，在所有的情况，η_F 和 η_R 均十分接近。为了定量地考核它们的接近程度，对 η_F 和 η_R 进行了如图 3 所示进行线性相关检验，其斜率 k =1.000，相关系数 R^2 = 0.999。由此可见，对于不同墙高，式（26）都是成立的。

表 5　目标函数正态分布基础上的可靠指标计算结果

Table 5　Reliability index analysis results assuming the performance function follows normal distribution

墙高 H /m	可靠度分析						安全系数		相对安全率	
	可靠指标 β	标准差 σ_y	功能函数 ln$y$	标准化变量验算值			均值 F_m	设计值 F_k	安全系数相对安全率 η_F	可靠指标相对安全率 η_R
				凝聚力 c^*/ kPa	摩擦系数 f^*	基底面摩擦系数 f_o^*				
5.000	4.114	0.292	0.000	4.646	0.467	0.390	3.329	2.044	1.263	1.267
6.000	3.797	0.253	0.000	5.465	0.470	0.393	2.611	1.750	1.149	1.151
6.333	3.700	0.244	0.000	5.705	0.471	0.394	2.462	1.683	1.120	1.122
7.000	3.516	0.229	0.000	6.139	0.474	0.397	2.235	1.574	1.071	1.072
8.000	3.267	0.213	0.000	6.690	0.479	0.401	2.005	1.457	1.014	1.014
8.295	3.200	0.209	0.000	6.832	0.481	0.403	1.953	1.430	1.000	1.000
9.000	3.048	0.202	0.000	7.141	0.484	0.406	1.849	1.373	0.970	0.969
10.000	2.856	0.193	0.000	7.628	0.488	0.409	1.736	1.311	0.936	0.933
10.905	2.700	0.187	0.000	7.896	0.493	0.413	1.658	1.266	0.910	0.906
11.000	2.684	0.187	0.000	7.923	0.494	0.414	1.651	1.262	0.908	0.904

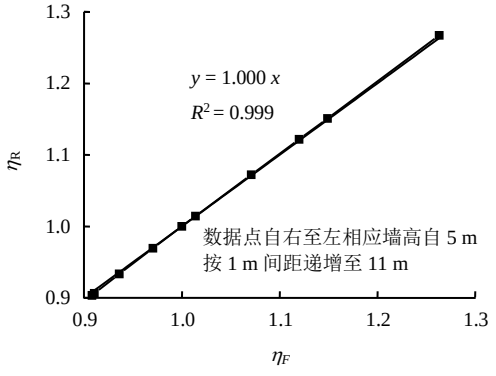
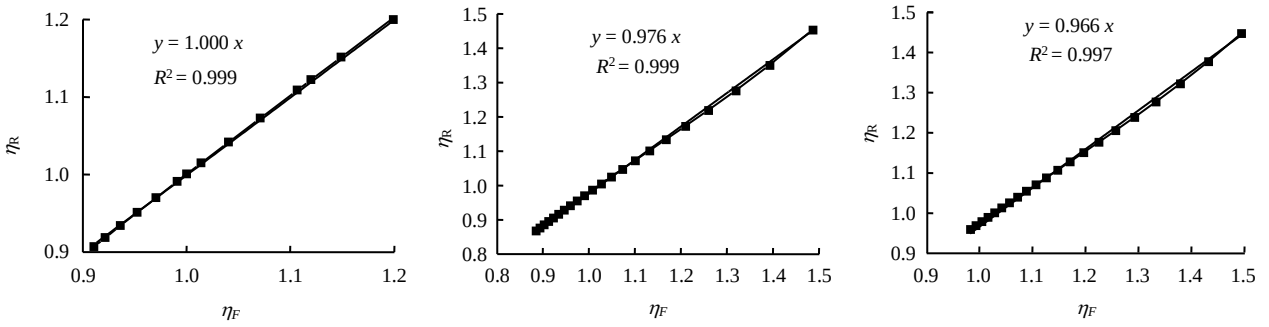


图 3　不同墙相对安全率检验图

Fig.3　Linear correlation test of different wall heights

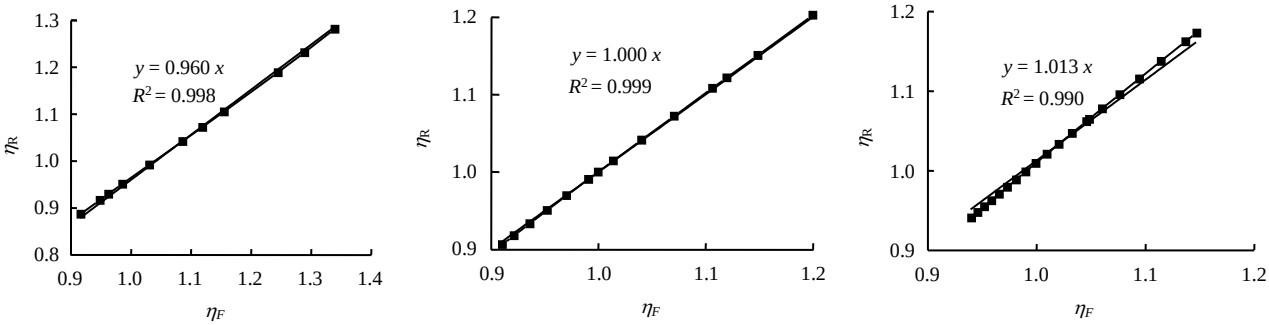
下面仍以 4.2 节典型工况为例，对某一参数作大范围的变动，保持其他设计参数不变，开展类似表 5 所示的普适性验证：①土体凝聚力 c 以 20 kPa 的增量从 10 kPa 增加到 50 kPa。②填土摩擦系数 f 以 0.1 的增量从 0.5 增加到 0.7。③墙后填土表面均布荷载 q 以 5 kN/m 的增量从 5 kN/m 增加到 15 kN/m。④边坡系数以 0.1 的增量从 0.4 增加到 0.6。表中数据点自右至左相应起点至终点的数值。所得相对安全率 η_F 和 η_R 回归曲线关系如图 4～7 所示。表 6 总结了线性相关检验结果，可知对于不同 c、f、q 和 m，式（26）都是成立的。



(a) c=10 kPa (b) c=30 kPa (c) c=50 kPa

图 4 不同凝聚力变化线性相关检验图

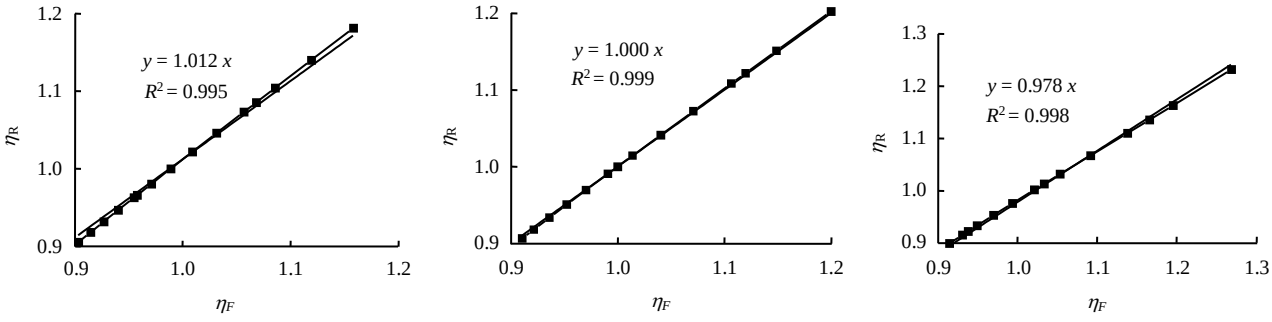
Fig.4 Linear correlation test of different cohesion forces



(a) f =0.5 (b) f =0.6 (c) f =0.7

图 5 不同摩擦系数线性相关检验图

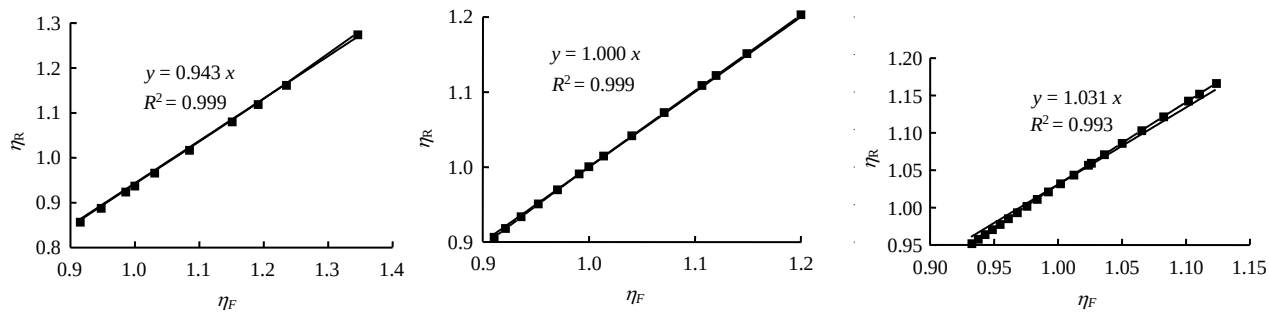
Fig.5 Linear correlation test of different friction coefficients



(a) q =5 (b) q =10 (c) q =15

图 6 不同外荷载线性相关检验图

Fig.6 Linear correlation test of different external loads



(a) m =0.4 (b) m =0.5 (c) m =0.6

图 7 外侧墙坡线性相关检验图

Fig.7 Linear correlation test of different slopes of side wall

表 6　普适性验证表

Table 6　Verification of the calibrated safety margin ratio

验证参数	凝聚力 c /kPa			摩擦系数 f			外荷载 q /(kN/m)			边坡系数 m		
	10	30	50	0.5	0.6	0.7	5	10	15	0.4	0.5	0.6
斜率 k	1.000	0.976	0.966	0.960	1.000	1.013	1.012	1.000	0.978	0.943	1.000	1.028
相关系数 R^2	0.999	0.999	0.997	0.998	0.999	0.990	0.995	0.999	0.998	0.999	0.999	0.992

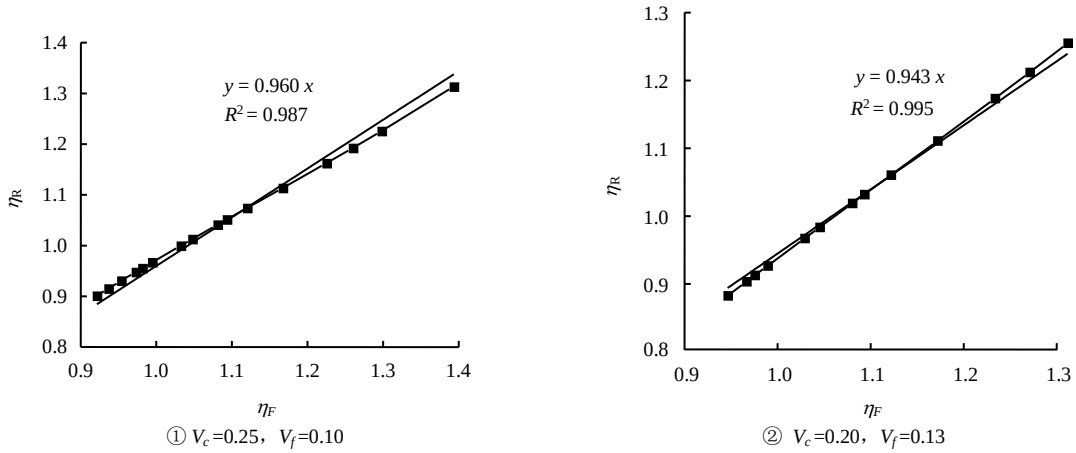
6　变异系数敏感性分析

至此，我们在凝聚力变异系数为 0.2，摩擦系数变异系数为 0.1 的条件下，完成了对目标可靠指标为 3.2 时对允许安全系数的标定关系，其值为 1.43。下面分别对填土凝聚力和摩擦系数的变异系数进行敏感性分析，研究以下两种情况：①将凝聚力变异系数由 0.20 增加至 0.25；②将墙背填土摩擦系数变异系数由 0.10 增至 0.13。计算结果如表 7 所示，对应可靠指标 3.2 时，两种情况得到的允许安全系数分别为 1.495 和 1.554，较前面目标工况的标定值 1.43 增加了 5%～10%。其相对安全率 η_F 和 η_R 的回归曲线如图 8 所示，同样满足式（26）。总体来讲，相应目标可靠指标为 3.2，重力式挡土墙抗滑稳定安全系数允许值在 1.43～1.55 之间。

表 7　敏感性分析计算结果表

Table 7　Calculation results of sensitivity analysis

挡土墙级别	可靠指标 β	变异系数		安全系数 F	斜率 k	相关系数 R^2
		V_c	V_f			
2 级	3.2	0.25	0.10	1.495	0.960	0.987
		0.20	0.13	1.554	0.943	0.995



① V_c=0.25，V_f=0.10　　② V_c=0.20，V_f=0.13

图 8　不同墙高敏感性分析回归曲线图

Fig.8　Regression curves of sensitivity analysis of different heights

7　结　论

中外规范在重力式挡土墙抗滑稳定允许安全系数取值标准方面有明显差别。鉴于挡土墙安全系数的定义是主动土压力除以墙底与土基接触面上的摩擦抗力，其取值标准应较边坡安全系数高。但我国交通和水利规范基本上采用了 1.20～1.35 的标准。

本文基于可靠度分析原理，对挡土墙安全系数允许值的标定方法进行了初步探讨，研究表明：

（1）重力式挡土墙抗滑稳定分析安全系数近似符合对数正态分布。计算可靠指标时，可以针对安全系数对数表达的目标函数，采用正态分布基础上的一次二阶矩法计算可靠度指标。

（2）对于图 2 的典型案例，设定填土的凝聚力，摩擦系数和墙基的摩擦系数的变异系数分别为 0.2、0.1、0.1。计算成果表明，2 级挡土墙目标可靠指标为 3.2 时相应的安全系数为 1.43。

（3）采用式（23）、（24）所定义的相对安全率 η_F 和 η_R，考察不同强度指标、墙体几何参数情况下安全系数和可靠指标计算值的安全裕幅，发现均可满足 $\eta_F \approx \eta_R$ 这一关系。这一工作说明，通过特定案例标定得到的安全系数具有普遍性。

（4）当填土的质量较差时，变异系数高于本文典型工况的可能性是存在的。本文进行填土的凝聚力和摩擦系数的变异系数分别为0.25和0.13两种敏感性分析，发现相应目标可靠指标为 3.20 的安全系数标定值分别为 1.495 和 1.554。总体来看，以上研究成果和美国公路局的规定的 1.5 基本一致。考虑某些挡土墙可能会有较 3.20 更高的可靠指标要求，加拿大地基手册[3]对挡土墙的建议的相应允许值

1.5 至 2.0 也是合适的[3]。下阶段，可针对不同等级和填土质量作进一步的标定工作，供规范修订工作参考。

参 考 文 献

[1] 中华人民共和国水利部. SL379−2007 水工挡土墙设计规范[S]. 北京: 中国水利水电出版社, 2007.
The Ministry of Water Conservancy of the People's Republic of China. SL/379−2007 Hydraulic retaining wall design specification[S]. Beijing: China Water Power Press, 2007.

[2] 中华人民共和国铁道部. TB/10025−2006 铁路路基支挡结构设计规范[S]. 北京: 中国铁道出版社, 2006.
The Ministry of Railways of the People's Republic of China. TB/10025−2006 Code for design on retaining structures of railway subgrade[S]. Beijing: China Railway Publishing House, 2006.

[3] Canadian Geotechnical Society Foundations Committee. Canadian foundation engineering manual[M]. Richmond: BiTech Publisher Ltd., 2006.

[4] American Association of State Highway and Transportation Officials. LRFD bridge design specification[S]. Washington D.C.: Customary U.S. Units, 2012.

[5] The Hong Kong Geotechnical Engineering Office. Geoguide5: Guide to slope maintenances[S]. Hong Kong: Government Publications Center, 2003.

[6] 中华人民共和国国家发展与改革委员会. DL/T 5353−2006 水电水利工程边坡设计规范[S]. 北京: 中国电力出版社, 2006.
National Development and Reform Commission. DL/T 5353−2006 Design specification for slope of hydropower and water conservancy project[S]. Beijing: China Electric Power Press, 2006.

[7] 陈祖煜, 詹成明, 姚海林, 等. 重力式挡土墙抗滑稳定分析安全判据和标准[J]. 岩土力学, 2016, 37(8): 2129−2137.
CHEN Zu-yu, ZHAN Cheng-ming, YAO Hai-lin, et al. Safety criteria and standards for stability analysis of gravity retaining walls[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(8): 2129−2137.

[8] DUNCAN J M. Factors of safety and reliability in geotechnical engineering[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2000, 126(4): 307−316.

[9] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析:原理・方法・程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.
CHEN Zu-yu. Soil slop stability analysis—theory, methods and programs[M]. Beijing: China Water Power Press, 2003.

[10] 中华人民共和国住建部. GB50199−2013 水利水电工程结构可靠性设计统一标准[S]. 北京: 中国计划出版社, 2013.
China Housing and Urban-rural Development. GB50199−2013 Unified standard for reliability design of hydraulic and hydropower engineering structures[S]. Beijing: China Planning Press, 2013.

[11] 陈祖煜, 徐佳成, 陈立宏, 等. 重力坝抗滑稳定可靠度分析:(二)强度指标和分项系数的合理取值研究[J]. 水力发电学报, 2012, 31(3): 160−167.
CHEN Zu-yu, XU Jia-cheng, CHEN Li-hong, et al. Reliability analysis on sliding stability of gravity dams: Part Ⅱ, determination of shear strength parameters and partial factors[J]. **Journal of Hydroelectric Engineering**, 2012, 31(3): 160−167.

[12] 高大钊. 土力学可靠性原理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1989.
GAO Da-zhao. Principles of soil mechanics reliability[M]. Beijing: China Building Industry Press, 1989.

[13] ORR TREVOR L L. Selection of characteristic values and partial factors in geotechnical designs to Eurocode 7[J]. **Computers & Geotechnics**, 2000, 26(3−4): 263−279.

[14] 陈祖煜, 徐佳成, 孙平, 等. 重力坝抗滑稳定可靠度分析: (一) 相对安全率方法[J]. 水力发电学报, 2012, 31(3): 148−159.
CHEN Zu-yu, XU Jia-cheng, SUN Ping, et al. Reliability analysis on sliding stability of gravity dams: Part Ⅰ, an approach using criterion of safety margin ratio[J]. **Journal of Hydroelectric Engineering**, 2012, 31(3): 148−159.

[15] CHEN Z Y, CHEN L H, XU J C, et al. Quantitative deterministic versus probability analyses based on a safety margin criterion[J]. **Science China Technological Sciences**, 2014, 57(10): 1988−2000.

附录 A

A1 关于安全系数近似对数正态分布的论证

A1.1 单随机变量情况

对凝聚力为 0，填土和墙基摩擦系数相等的情

况，可证明安全系数满足对数正态分布。尽管这类情况在实际工程中不多见，但这是一个可通过理论途径证明该命题的情况。

此时，式（12）可写为

$$F = a\frac{f}{\tan^2\left(\frac{\pi}{4}-0.5\tan^{-1}f\right)} \tag{A1}$$

其中：

$$a = \frac{W}{0.5\gamma H^2} \tag{A2}$$

显然，a 是一个和墙体几何形状有关的常数，在实际工程应用时，土和墙基的摩擦角的数值大致在 25°～45°范围内，即 f 在 0.466～1.000 范围内。式（A1）中，$f/\tan^2(\pi/4-0.5\tan^{-1}f)$ 与 f 的关系如图 A1 所示，其拟合公式为

$$\varsigma = \frac{f}{\tan^2\left(\frac{\pi}{4}-0.5\tan^{-1}f\right)} = 0.294\ 9\ \mathrm{e}^{3.03f} \tag{A3}$$

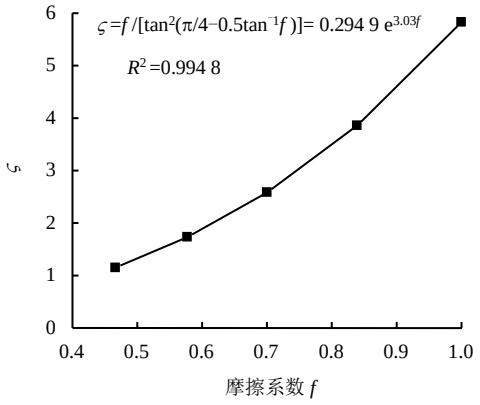


图 A1　单随机变量 F 与 f 拟合效果图

Fig.A1　Fitting effects of F and f on single random variables

因此，式（A1）可近似表达为

$$F = 0.294\ 9\ a\mathrm{e}^{3.03f} \tag{A4}$$

在单变量情况下，重力式挡土墙的抗滑稳定安全系数可近似表达为

$$y = \ln F = \ln(0.294\ 9a) + 3.03f \tag{A5}$$

由此可见，当 f 符合正态分布时，ln$F$ 也必然符合正态分布。

A1.2　3 个随机变量

接下来考虑 3 个随机变量情况：包括填土凝聚力 c、填土和地基面摩擦系数 f 与 f_0。此时对 4.2 节的典型工况使用式（12）计算 F。

采用蒙特卡洛法按上述公式计算重力式挡土墙的安全系数，并进行统计试验。首先对影响安全系数的 3 个随机变量进行 1 000³ 次抽样，代入式（12）计算安全系数。随后统计分析，计算安全系数取对数后的概率密度，如图 A2 所示。采用高斯分布拟合取对数后的安全系数概率密度，其拟合优度高达 0.998，具体表达式为

$$p\ln F = \frac{0.007\ 15}{0.661\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln F-0.351}{0.661}\right)^2\right] \tag{A6}$$

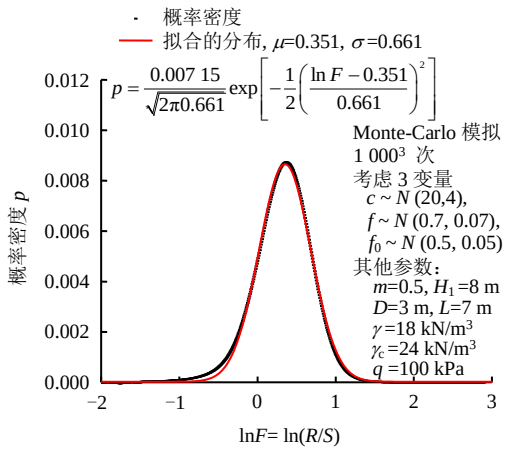


图 A2　安全系数分布图

Fig.A2　Distribution map of safety factor

为了验证安全系数概率密度函数的分布情况，对计算结果进行 χ^2 检验[A1]。χ^2 检验统计量 D 为 0.044 3，设给定信度 α =5%，即 0.05，查 χ^2 分布表可得置信限 $D_{(1,\ 0.05)}$=3.84，而

$$D = 0.044\ 3 \ll D_{(1,0.05)} = 3.84 \tag{A7}$$

由于实际计算统计量 0.044 3 远小于置信限 3.84，因此 ln$F$ 满足高斯分布，而 F 满足对数正态分布假定，即在可靠度分析包括了填土和墙基的摩擦系数以及填土的凝聚力 3 个随机变量时，重力式挡土墙安全系数呈对数正态分布。

A2　对数正态分布条件下的相对安全率方法

在岩土工程中，基于安全系数的极限状态方程表达方式有以下两种[A2]：

$$F - 1 = 0 \tag{A8}$$

$$\ln F = 0 \tag{A9}$$

对于 F 基本满足正态分布的情况，相应的可靠度指标 β 的计算公式为[A3–A6]：

$$\beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G} = \frac{\mu_F - 1}{\sigma_F} \tag{A10}$$

在一般情况下，安全系数样本计算所得的可靠指标 $\beta > \beta_a$，同其相对应的阴影区 a 的面积，小于 $\Phi(-\beta_a)$，参见图 A3。同时，在确定性模型中，代表安全系数允许值 F_a 的点 G 也位于代表安全系数

设计值 F_k 点 E 的右侧。现在，将此样本中所有安全系数减去一个ΔF，产生一个新的安全系数样本 $F'=F-\Delta F$。这一作法实际上意味着图中的纵坐标向右移动了一个ΔF，如图 A3 中的Y'所示。我们这样选择ΔF，在这个新坐标系中，它使纵坐标 F'=1 左边所包含的阴影 a+b 区的面积恰好等于 $\Phi(-\beta_a)$。

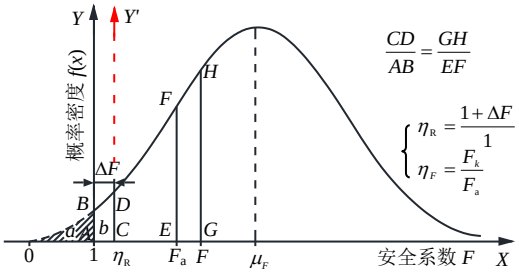


图 A3 定义可靠度方法相对安全率[13]

Fig.A3 Definition of the ratio of safety margin in reliability analysis

对于目标函数取正态分布的情况，在式（A10）的基础上，作者通过理论推导得到：

$$\Delta F=(\beta-\beta_a)\sigma_F \tag{A11}$$

定义对于确定性模型的相对安全率 η_F 和对于可靠度方法的相对安全率 η_R 分别为

$$\left.\begin{aligned}\eta_F&=\frac{F_k}{F_a}\\ \eta_R&=(\beta-\beta_a)\sigma_F+1\end{aligned}\right\} \tag{A12}$$

如果对此类问题变化所有可能的几何和力学输入参数都能保证下式成立：

$$\eta_F\approx\eta_R \tag{A13}$$

那么，用 F_a 来评价计算值 F_k 和用 β_a 来评价计算值 β 具有相同的风险控制裕幅[A7]。

作者曾以图 A3 所示几何关系来说明相关的物理意义，有

$$\left.\begin{aligned}\eta_F&\approx\frac{GH}{EF}\\ \eta_R&\approx\frac{DO'}{BO}\end{aligned}\right\} \tag{A14}$$

鉴于 BO、DO'代表了可靠指标在计算值和允许值相应的概率密度，而 FE、GH 代表了安全系数标准值和允许值相应的概率密度，在式（A13）成立时，可以认为确定性和可靠度分析提供了相同的风险控制裕幅[A7]。

对于目标函数取对数正态的情况，定义：

$$M=\ln F+1 \tag{A15}$$

可以将极限状态方程表达为与式（A8）相同的形式：

$$M-1=0 \tag{A16}$$

故有

$$\left.\begin{aligned}\eta_F&=\frac{\ln F+1}{\ln F_a+1}\\ \eta_R&=(\beta-\beta_a)\sigma_{\ln F}+1\end{aligned}\right\} \tag{A17}$$

附录 A 参考文献

[A1] 吴世伟. 结构可靠度分析[M]. 北京: 人民交通出版社, 1986.
WU Shi-wei. Reliability analysis of structure[M]. Beijing: China Communications Press, 1986.

[A2] 中华人民共和国国家发展与改革委员会. DL/T 5353-2006 水电水利工程边坡设计规范[S]. 北京: 中国电力出版社, 2006.
National Development and Reform Commission. DL/T 5353-2006 Design specification for slope of hydropower and water conservancy project[S]. Beijing: China Electric Power Press, 2006.

[A3] 周建平, 王浩, 陈祖煜, 等. 特高坝及其梯级水库群设计安全标准研究Ⅰ:理论基础和等级标准[J]. 水利学报, 2015, (5): 505－514.
ZHOU Jian-ping, WANG Hao, CHEN Zu-yu, et al. Evaluations on the safety design standards for dams with extra height or cascade impacts. Part I: fundamentals and criteria[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2015, (5): 505－514.

[A4] 杜效鹄, 李斌, 陈祖煜, 等. 特高坝及其梯级水库群设计安全标准研究Ⅱ：高土石坝坝坡稳定安全系数标准[J]. 水利学报, 2015, (6): 640－649.
DU Xiao-hu, LI Bin, CHEN Zu-yu, et al. Evaluations on the safety design standards for dams with extra height or cascade impacts. Part II: slope stability of embankment dams[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2015, (6): 640－649.

[A5] 李斌, 陈祖煜, 王玉杰, 等. 拱座抗滑稳定可靠指标和分项系数取值标准研究[J]. 水力发电学报, 2014, 33(6): 192－201.
LI Bin, CHEN Zu-yu, WANG Yu-jie, et al. Appraisal on criteria for arch dam abutment stability analysis based on reliability index and partial factor approaches[J]. **Journal of Hydroelectric Engineering**, 2014, 33(6): 192－201.

[A6] 周建平, 钮新强, 贾金生. 重力坝设计二十年[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2008.
ZHOU Jian-ping, NIU Xin-qiang, JIA Jin-sheng. Design of concrete gravity dams—A 20 year perspective[M]. Beijing: China Water Power Press, 2008.

[A7] CHEN Z Y, CHEN L H, XU J C, et al. Quantitative deterministic versus probability analyses based on a safety margin criterion[J]. **Science China Technological Sciences**, 2014, 57(10): 1988－2000.