DOI：10.16285/j.rsm.2016.0237

引入非线性瞬时弹性模量的软土流变模型

谷任国[1,2]，邹 育[1,2]，房营光[1,2]，胡玉光[1,2]

（1. 华南理工大学 土木与交通学院，广东 广州 510641；2. 华南理工大学 亚热带建筑科学国家重点实验室，广东 广州 510641）

摘 要：软土是一种非线性流变物质，但现行流变模型却忽略了加载瞬时的非线性变形；软土流变试验参数是数学模型参数而非物理模型参数，一个土样一般只对应一种材料参数，但现行流变模型的模型参数常随着荷载变化，且变化无规律，离散性大。基于以有机质为流变相物质的人工土试样室内一维压缩蠕变试验，建立了各级荷载作用下具有相同模型参数的 7 组件流变模型，用非线性弹簧 H 描述软土加载瞬时弹塑性变形、并联的三元件组件模拟软土随时间变化的黏弹塑变形。结果表明：引入三次非线性瞬时弹性模量的 7 组件流变模型能够较准确地反映软土的流变特性。

关 键 词：瞬时变形；瞬时弹性模量；流变模型；模型参数

中图分类号：TU 443 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－7598 (2018) 01－0237－05

Rheological model of soft soils using nonlinear instantaneous elastic modulus

GU Ren-guo[1,2], ZOU Yu[1,2], FANG Ying-guang[1,2], HU Yu-guang[1,2]

（1. School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510641, China;
2. State Key Laboratory of Subtropical Building Science, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510641, China）

Abstract: Soft soil is one type of material with nonlinear rheological behavior. The existing rheological models ignore nonlinear deformation under transient loading conditions. Rheological testing parameters for soft soil are mathematical parameters rather than physical model parameters. One soil generally corresponds to only one type of material parameters. But model parameters of the existing rheological model often change irregularly under varying loading conditions. Soft soils containing organic materials as the rheological phase are tested under one-dimensional consolidation-creep condition. A rheological model containing seven components is developed with same material parameters under different loading conditions. Non-linear spring is applied to describe elastic-plastic deformation subjected to transient loading. Parallel three-element components are applied to describe viscosity, plasticity and elastic deformation with time. The results show that the rheological behavior of soft soil can be accurately reflected by seven-components rheological model with incorporating cubic nonlinear transient elastic modulus.

Keywords: instantaneous deformation; instantaneous elastic modulus; rheological model; model parameter

1 引 言

土体是具有多相性的复杂流变物质，其应力–应变关系与时间变量有关。国内外学者对软土提出了多种流变模型，总体上可把各种流变模型分成 4 类[1]：元件模型、屈服面模型、内时模型和经验模型。现行模型理论都是由弹簧、黏壶、滑块等基本线性组件组合而成，无论怎样改变模型中组件个数和组件串并联方式，模型本构关系总是线性的而无法描述非线性流变问题[2−4]。半经验半理论[5−6]计算模型的提出解决了组件模型不能准确描述软土非线性流变问题，但模型参数随着应力的变化而变化[7]，且变化无规律，离散性大；况且半经验半理论没有考虑加载瞬时所产生的非线性变形。在实际工程应用中，低应力水平加载瞬时只产生线性变形，超出该应力水平范围后就会产生非线性变形[5]；当应力水平很大时，忽略加载瞬时的非线性变形会产生较大的误差。作为多孔介质的软土材料在外荷载作用

收稿日期：2016-01-28
基金项目：亚热带建筑科学国家重点实验室自主研究课题(No. 2017KB16)；国家自然科学基金青年基金项目(No. 51208211)。
This work was supported by the State Key Laboratory of Subtropical Building Science (2017KB16) and the Young Foundation of the National Natural Science of China (51208211).
第一作者简介：谷任国，男，1979 年生，博士，副教授，硕士生导师，主要从事岩土及地下结构方面的研究工作。E-mail: rggu@scut.edu.cn
通讯作者：房营光，男，1958 年生，博士，教授，博士生导师，主要从事岩土及地下结构方面的研究工作。E-mail: fangyg2000@163.com

下首先会产生一个瞬时的弹性应变响应，然后才在相当长的时间内产生一个持续的黏性应变响应[8]，直至最后稳定，如图 1 所示。因此，可把软土的变形分为两部分[9]：一部分是荷载施加后的瞬时弹塑性变形，另一部分是体现土体黏滞特性的黏性变形。本文通过以有机质为流变相物质[10]的人工土试样室内一维压缩蠕变试验，在各级荷载中保证模型参数相同的条件下，建立了软土流变模型。

2 蠕变试验

2.1 试验方法

本文主要针对人工土进行一维压缩蠕变试验。试验仪器采用 GZQ 系列全自动气压固结仪，试验在常温室内条件下进行。采用分级加载方式，设计荷载等级为 25、50、100、200、400、800 kPa，稳定条件为每小时变形量小于 0.005 mm。土样主要的物理参数指标见表 1。

2.2 试验结果分析

利用包尔兹曼叠加原理对人工土室内一维压缩蠕变试验结果进行处理，将分级加载后的蠕变效应转化为分别加载的蠕变效应。人工土在不同竖向固结应力 σ 作用下应变 ε 随时间 t 关系曲线如图 2 所示。对蠕变试验曲线进行分析，可以得到人工软土的蠕变特性：

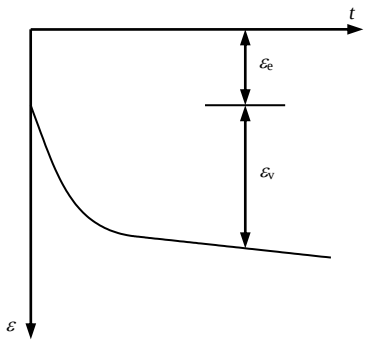


图 1 多孔介质的应变响应

Fig.1 Strain response of the porous medium

表 1 土样主要物理参数

Table 1 Physical and mechanical parameters of soils

有机质含量/%	成分含量/%			密度/(g/cm³)	塑限/%	液限/%	液性指数	含水率/%
	泥炭土粒径≤38 μm	石英粒径≤75 μm	长石粒径≤75 μm					
40	67.06	26.35	6.59	2.11	90.75	153.57	62.81	100

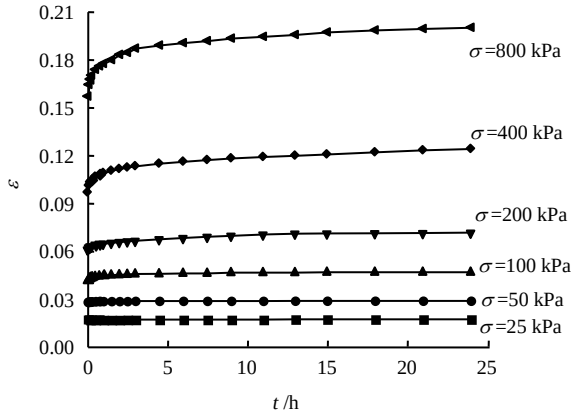


图 2 应变–时间曲线

Fig.2 Curves of strain-time

（1）当应力较低（25、50、100 kPa）时，应变–时间曲线很平直，出现衰减稳定型蠕变，土体变形随时间增长逐渐趋于稳定；

（2）当应力较高（200、400、800 kPa）时，应变–时间曲线呈上升趋势，先后出现非稳定蠕变和稳定蠕变，随时间增长，稳定蠕变变形速率大体保持恒定；

（3）在施加不同级别的竖向固结应力时，都会产生瞬时弹塑性变形，但每级固结应力对应的瞬时弹塑性变形与固结应力并不成线性关系。

为了进一步研究人工软土的流变特性，对以上蠕变试验曲线进行处理，得到软土的瞬时弹性模量 E_H 与应力 σ 的曲线，如图 3 所示。不同竖向固结应力具有不同的瞬时弹性模量，且瞬时弹性模量–应力曲线不为直线，故人工土的瞬时弹性变形具有明显的非线性性质。从瞬时弹性模量–应力曲线形式看，类似于三次函数的图像。

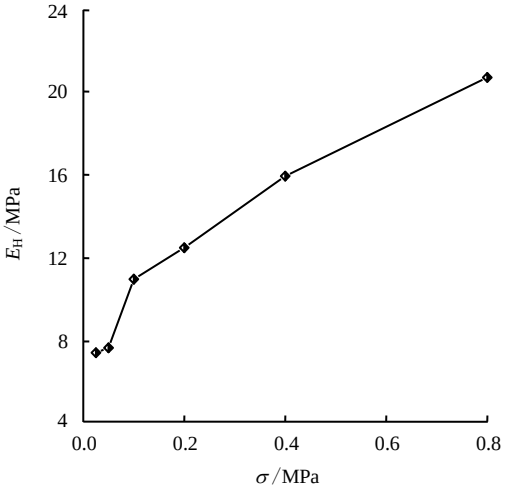


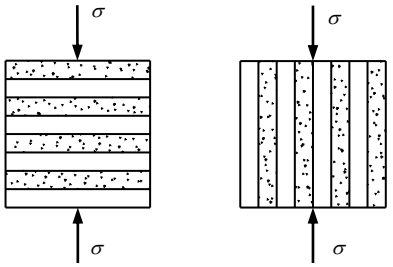
图 3 瞬时弹性模量–应力曲线

Fig.3 Curve of instantaneous elastic modulus and stress

3　引入非线性瞬时弹性模量的软土本构模型

3.1　软土复合流变模型的确定

采用组件模型模拟软土的流变特性，具有概念清晰，计算简单的优点。如果采用串联模型可以模拟层状土，不同层的土采用不同模型参数，组成的模型可描述土层变形特性，见图 4(a)，这对于均匀应力分布，如大面积堆土情况的沉降变形非常适合；如果采用并联模型可以模拟不均匀土，见图 4(b)，用不同的模型参数描述不同部位土体的变形特性。



(a) 串联模型　　(b) 并联模型

图 4　不同土体适应的模型

Fig.4　Models adapted to different soils

对于一般情况，可以采用串联、并联或者是串并相结合的组合模型来模拟土体的流变特性，模型的组件越多，对复杂变形曲线的模拟就越准确，但相应的模型参数越多，计算也更为复杂。

选取图 5 所示的 7 组件模型作为研究软土流变特性的流变模型，利用非线性弹簧 H 模拟软土的瞬时弹性性质；利用 2 个并联的 3 组件（$H_1 \mid N_1 \mid V_1$）和（$H_2 \mid N_2 \mid V_2$）模拟软土的弹性、塑性和黏性性质。图中 σ_0 为应力；η_1、η_2 分别为第 1、第 2 个并联 3 组件的黏滞系数；E_1、E_2 分别为第 1、第 2 个并联 3 组件的弹性模量；V_1、V_2 分别为第 1、第 2 个并联 3 组件的应力阀值。根据单轴压缩蠕变试验结果，分别采用瞬时弹性模量为应力的一次函数 $E_{\mathrm{H}}=c\sigma_0+d$、二次函数 $E_{\mathrm{H}}=b\sigma_0^{\,2}+c\sigma_0+d$ 和三次函数 $E_{\mathrm{H}}=a\sigma_0^{\,3}+b\sigma_0^{\,2}+c\sigma_0+d$，以表示瞬时弹性模量的非线性特征，其中，$a$、$b$、$c$ 和 d 均为拟合参数。

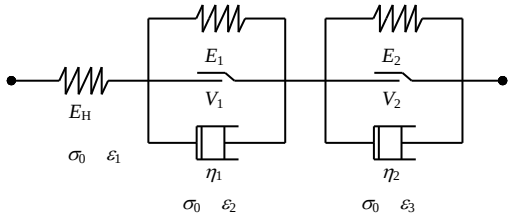


图 5　7 组件模型

Fig.5　Seven element model

当 $\sigma_0 \leqslant V_1$ 且 $\sigma_0 \leqslant V_2$ 时，模型是一个虎克组件，无蠕变变形；当 $V_1 < \sigma_0 \leqslant V_2$ 或 $V_2 < \sigma_0 \leqslant V_1$ 时，模型退化为 4 组件模型；当 $V_1 < \sigma_0$、$V_2 < \sigma_0$ 时，模型为 7 组件模型，H 体、（$H_1 \mid N_1 \mid V_1$）体和（$H_2 \mid N_2 \mid V_2$）体共同作用，体现土体的黏弹塑性性质。

利用叠加原理不难得出软土流变本构方程的解为

$$\varepsilon=\frac{\sigma_0}{E_H}+\frac{<\sigma_0-V_1>}{E_1}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{E_1}{\eta_1}t}\right)+\frac{<\sigma_0-V_2>}{E_2}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{E_2}{\eta_2}t}\right) \tag{1}$$

式中：ε 为应变；t 为时间；符号“< >”的意义为：当参数 $A \leqslant 0$ 时，$<A>=0$，当参数 $A>0$ 时，$<A>=A$。

3.2　预测结果

对非线性瞬时弹性模量 E_{H} 中的 a、b、c 和 d 4 个待定参数，通过 1stOpt 软件，利用遗传算法对试验结果进行拟合。然后利用 Excel 对 E_1、E_2、η_1、η_2、V_1、V_2 6 个参数进行调试，当拟合曲线最接近试验曲线时，所得到的参数即为模型参数。确定的模型参数如表 2 所示，预测结果与试验结果的对比如图 6～8 所示。

3.3　分析比较

由图 6～8 中 3 个拟合曲线可知：①在各级荷载中保证模型参数相同的条件下，引入三次非线性瞬时弹性模量的 7 组件流变模型对人工土试样室内一维压缩流变曲线的拟合结果精度最高，如图 8 所示；直接忽略非线性瞬时弹性变形将产生较大的误差，如图 6 所示；②随着弹性模量非线性次数的增加，7 组件流变模型对人工土试样室内一维压缩流变曲线的拟合精度越高，对瞬时弹性变形的预测结果越准确。

表 2　模型参数

Table 2　Model parameters

模型	相关系数	a/MPa^{-2}	b/MPa^{-1}	c	d/MPa	E_1/MPa	E_2/MPa	η_1/(MPa·h)	η_2/(MPa·h)	V_1/kPa	V_2/kPa
一次非线性	0.989	/	/	3.506	2 411.4	47.0	25.0	9.0	82.0	190	3
二次非线性	0.999	/	−0.006	9.346	1 456.2	46.0	24.9	11.6	162.0	141	10
三次非线性	1.000	1.689×10^{-5}	−0.027	15.643	1 071.1	45.9	28.8	7.6	137.0	43	11

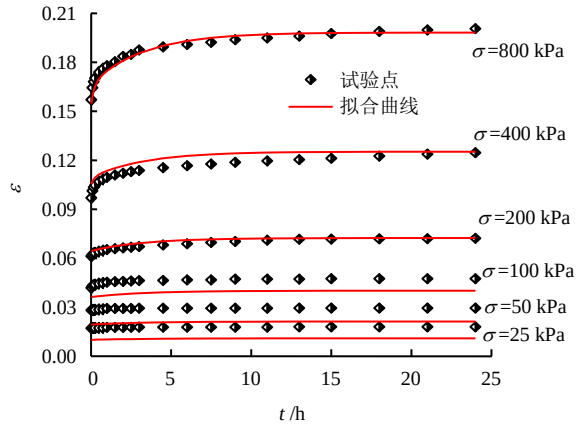


图 6 引入一次非线性瞬时弹性模量的拟合曲线

Fig.6 Fitting curves with linear nonlinear transient elastic modulus

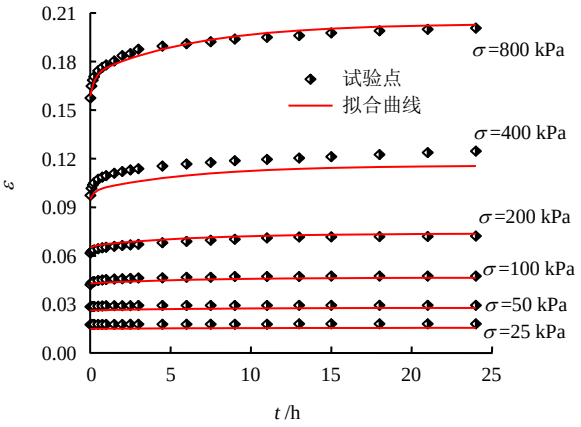


图 7 引入二次非线性瞬时弹性模量的拟合曲线

Fig.7 Fitting curves with quadratic nonlinear transient elastic modulus

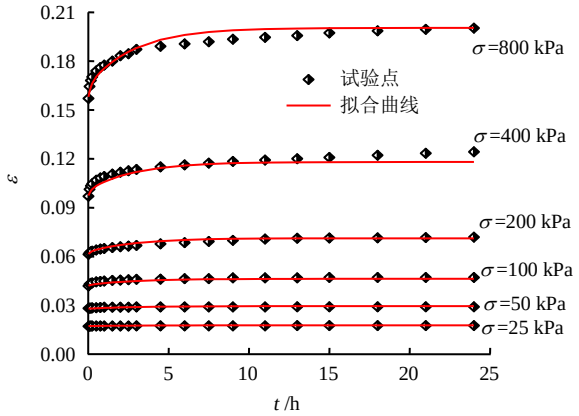


图 8 引入三次非线性瞬时弹性模量的拟合曲线

Fig.8 Fitting curves with cubic nonlinear transient elastic modulus

4 模型在天然土的应用

孙钧课题组成员史玉成[11]进行了上海淤泥质黏土在三轴应力状态下的流变试验，其中蠕变时间最长达到 30 d。土样为淤泥质粉质黏土，其物理力学参数列于表 3。试验结果如图 9 所示，图中 $D=\sigma_1-\sigma_3$ 为主应力差，模型参数列于表 4。利用上述引入三次非线性瞬时弹性模量的 7 组件流变模型对天然土的流变曲线进行预测，预测结果与流变试验结果的比较如图 9 所示。

表 3 上海淤泥质黏土的物理力学参数

Table 3 Physical and mechanical parameters of silt clay in Shanghai

含水率/%	重度/(kN/m³)	孔隙比	饱和度/%	塑性指数	内聚力/kPa	内摩擦角/(°)
34.1	18.6	0.968	96.2	15.4	29.0	11.62

表 4 上海淤泥质黏土模型参数

Table 4 Model parameters of silt clay in Shanghai

a/MPa^{-2}	b/MPa^{-1}	c	d/MPa	E_1/MPa	E_2/MPa	η_1/(MPa·h)	η_2/(MPa·h)	V_1/kPa	V_2/kPa
−0.001 59	0.854	−166.517	16 296.8	9.2	21.5	4.2	123.1	0.21	0.016

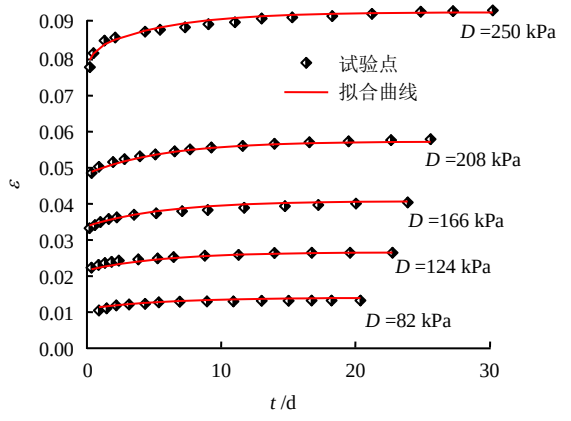


图 9 拟合曲线

Fig.9 Fitted curves

结果表明，引入三次非线性瞬时弹性模量的 7 组件流变模型预测结果与实测结果能较好地吻合，并且模型计算曲线与实测曲线的变化趋势非常接近，这表明引入三次非线性瞬时弹性模量的 7 组件流变模型能够对天然土的流变特性进行准确的预测。

5 结 论

（1）三次非线性弹簧可以较准确地描述含有机质人工土和上海淤泥质黏土加载瞬时的弹塑性变形。

（2）引入三次非线性瞬时弹性模量的 7 组件流

变模型解决了现有流变模型没有考虑加载瞬时的非线性变形，而且可以用相同模型参数反映不同应力下软土的流变曲线，克服了模型参数随应力水平而改变的问题。

（3）在各级荷载中保证模型参数相同的条件下，引入三次非线性瞬时弹性模量的 7 组件流变模型能够较好地对软土的流变特性进行模拟和预测，证明了模型的可信度及合理性。

参 考 文 献

[1] 袁静, 龚晓南, 益德清. 岩土流变模型的比较研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2001,20(6): 772－779.
YUAN Jing, GONG Xiao-nan, YI De-qing. Comparison study on rheological constitutive models[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2001, 20(6): 772－779.

[2] 刘辉. 软土流变模型及其工程应用[D]. 长沙: 湖南大学, 2008.
LIU Hui. Rheological model of soft clay and its engineering application[D]. Changsha: Hunan University, 2008.

[3] 刘绘新, 张鹏, 盖峰. 四川地区盐岩蠕变规律研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(9): 1290－1294.
LIU Hui-xin, ZHANG Peng, GAI Feng. Study on creep rule of salt rock in Sichuan region[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2002, 21(9): 1209－1294.

[4] 朱定华, 陈国兴. 南京红层软岩流变特性试验研究[J]. 南京工业大学学报(自然科学版), 2002, 24(5): 77－79.
ZHU Ding-hua, CHEN Guo-xing. Experimental study of Nanjing red-bed on rheology[J]. **Journal of Nanjing University of Technology (Natural Science Edition)**, 2002, 24(5): 77－79.

[5] 孙钧. 岩土材料流变及工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999: 15－94.
SUN Jun. Rheology of geotechnical material and its application to engineering[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 1999: 15－94.

[6] 郑榕明, 陆浩亮, 孙钧. 软土工程中的非线性流变分析[J]. 岩土工程学报, 1996, 15(5): 5－17.
ZHENG Rong-ming, LU Hao-liang, SUN Jun. Nonlinear creep analysis for soft soil engineering[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1996, 15(5): 5－17.

[7] 张丽萍, 关超, 阎婧. 营口地区软土流变模型参数及流变特性研究[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2004, 20(4): 261－264.
ZHANG Li-ping, GUAN Chao, YAN Jing. The study on the parameters of rheological models and rheological properties of soft soils in Yingkou district[J]. **Journal of Shenyang Architectural and Civil Engineering Institute (Natural Science Edition)**, 2004, 20(4): 261－264.

[8] 李传亮, 杜志敏, 孔祥言, 等. 多孔介质的流变模型研究[J]. 力学学报, 2003, 35(2): 230－234.
LI Chuan-liang, DU Zhi-min, KONG Xiang-yan, et al. A study on the rheological model of porous media[J]. **Acta Mechanica Sinica**, 2003, 35(2): 230－234.

[9] 梁志松, 陈晓平. 软土流变模型及在建筑物纠偏工程中的应用[J]. 岩土力学, 2004, 25(增刊 2): 513－517.
LIANG Zhi-song, CHEN Xiao-ping. Rheological constitutive model of soft soil and its application to correcting buildings engineering[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(Supp. 2): 513－517.

[10] 谷任国, 房营光. 软土流变的物质基础及流变机制探索[J]. 岩土力学, 2009, 30(7): 1915－1919.
GU Ren-guo, FANG Ying-guang. Exploration of substance bases and mechanism of soft soil rheology[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(7): 1915－1920.

[11] 史玉成. 上海地区软土流变特性理论分析与工程应用研究[D]. 上海: 同济大学, 1999.
SHI Yu-cheng. Theoretical analysis engineering application research of rheological properties of soft clay in Shanghai[D]. Shanghai: Tongji University,1999.