

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.0743

基于二阶功准则的岩质滑坡 准静态-动态转化数值分析

吕 谦^{1,2}, 张 云³, 李兆华^{1,2}, 陶志刚^{1,2,4}, 何满潮^{1,2}

(1. 中国矿业大学 力学与建筑工程学院, 北京 100083; 2. 中国矿业大学(北京) 深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 北京 10083;
3. 河北水力电力学院 土木工程系, 河北 沧州 061001; 4. 绍兴文理学院 岩石力学与地质灾害实验中心, 浙江 绍兴 312009)

摘 要: 地质不连续带的破坏往往对岩质边坡的失稳起控制性作用。二阶功破坏准则可以分析除振颤失稳外的所有材料失稳问题, 因此, 利用该准则分析了岩体不连续带的材料失稳破坏问题。首先从数学上解释了使用二阶功分析二维地质不连续带的优势; 而后将二阶功破坏准则引入 FLAC 有限差分计算软件, 并根据相关监测数据对南芬铁矿岩质滑坡进行了二维数值分析。滑坡是一个准静态到动态的转化过程, 动能的突然爆发标志着准静态-动态转化的发生。二阶功和二阶动能之间存在直接关系, 据此关系估算出的南芬铁矿岩质边坡动能演化曲线可以证明二阶功对岩土材料失稳破坏判别的有效性。

关 键 词: 滑坡; 地质不连续带; 准静态-动态转换; 分岔失稳; 动能; 二阶功

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2018)03-1091-09

Quasi-static-dynamic transformation numerical analysis of rock landslide based on the second-order work criterion

LÜ Qian^{1,2}, ZHANG Yun³, LI Zhao-hua^{1,2}, TAO Zhi-gang^{1,2,4}, HE Man-chao^{1,2}

(1. School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology, Beijing 10083, China; 2. State Key Laboratory for Geomechanics and Deep Underground Engineering Beijing 100083, China; 3. Department of Civil Engineering, Hebei University of Water Resources and Electric Engineering, Cangzhou, Hebei 061001, China; 4. Center of Rock Mechanics and Geohazards, Shaoxing University, Shaoxing, Zhejiang 312009, China)

Abstract: The failure of geological discontinuities often plays a significant role in controlling the failure of a rockslide. The second order work criterion can be used to analyse physical instabilities, except flutter instabilities. Hence, this study was to investigate the instabilities of geological discontinuities using the second order work criterion. First, regarding the instability of the major geological discontinuity, the advantage of this failure criterion was explained in mathematical approach; Second, the criterion was implemented into the FLAC finite-difference calculation software, and a two-dimensional numerical analysis was carried out to predict the occurrence of the rockslide in Nanfen Iron Mine, according to the corresponding monitoring data. Rockslides can be considered as a quasi-static to the dynamic transition, in which the sudden burst of kinetic energy indicates the occurrence of quasi-static-dynamic transition. Moreover, there is a direct relationship between the second order work and the second order kinetic energy. Therefore, the kinetic energy evolution curve can be estimated, which can prove the validity of the second-order work on identifying the failure of the rockslide.

Keywords: rockslide; geological discontinuity; static-dynamic transition; bifurcation instability; kinetic energy; second order work

1 引 言

岩体是由完整的岩石和不连续带(如断裂带, 弱面和断层等)组成的综合体。鉴于不连续带的力学性质明显差于完整岩块, 它们往往对岩体的破坏

起控制性作用。在很多情况下岩质边坡的潜在滑动带会连续地沿着某一地质不连续带发展, 因此, 有必要准确分析影响岩质边坡稳定性的地质不连续带失稳破坏问题。在很多情况下(如夹泥节理等), 地质不连续带表现出类似土体的弹塑性硬化力学性

收稿日期: 2017-04-25

基金项目: 国家自然科学基金项目(No.41502323)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (41502323).

第一作者简介: 吕谦, 男, 1987 年生, 博士研究生, 主要从事边坡监测、预警和锚杆力学性能方面的研究。E-mail: lvqian1009@126.com

通讯作者: 李兆华, 男, 1985 年生, 博士, 讲师, 主要从事边坡监测、预警、理论、数值模拟分析方面的研究。E-mail: lizheng6224166@126.com

质^[1]。

在经典塑性理论框架内定义的不连续带的破坏是指恒定载荷下沿地质不连续面的相对位移（或“变形”）的持续增长。当剪切应力达到峰值时，相应的剪切应变在恒定剪切应力下持续增加，即可看作破坏的发生。可以认为，地质不连续面的破坏是岩质边坡发生滑坡的原因。这种破坏的极限应力状态与塑性极限准则有关，例如 Mohr-Coulomb 塑性极限准则等。极限分析（通常称为极限平衡方法）被广泛应用于土质边坡和裂隙发育或风化的岩质边坡稳定性分析上。塑性极限破坏准则对应 $\det \mathbf{M} = 0$ ，其中 $\det \mathbf{M}$ 是岩土材料弹塑性本构矩阵 \mathbf{M} 的行列式。

极限平衡分析法应用广泛。然而，通过此种方法得到的结果往往是不准确的。Adhikary 等^[2]认为，极限平衡分析法所得破坏应力水平往往被高估 70%，而应力-应变分析法所得结果则更准确，最大误差在 15% 左右。其中有两个原因，一是前者假设岩土材料破坏时各点均满足塑性极限破坏准则，而现实中岩土材料破坏过程中的应力-应变是不可能均匀发展的；二是岩土材料表现出明显的非相关性，在达到塑性极限破坏准则前便可能发生破坏，即应力空间中存在分岔破坏区域^[3-7]。比如在塑性极限之前出现的对应 Rice 破坏准则的塑性应变局部化现象^[8-10]。除了上述破坏现象外，岩土材料还可能发生另外的分岔-扩散破坏。不排水条件下松散砂土液化现象即是此种破坏的一个典型例子。二阶功破坏准则可以描述所有以上 3 种破坏现象，本次研究中，将使用二阶功破坏准则分析地质不连续面的破坏。二阶功表达式为

$$d^2 w = d\sigma d\epsilon \quad (1)$$

式中： $d^2 w$ 代表二阶功， $d\sigma$ 和 $d\epsilon$ 分别为有效应力增量矢量和应变增量矢量。二阶功失稳准则最先由 Hill 提出^[11]；Darve 等^[7]阐述了岩土材料的分岔失稳现象，并在理论、试验和数值模拟上建立了以二阶功准则为基础的颗粒材料分岔失稳破坏分析的基本框架^[12-14]。二阶功破坏准则与塑性极限破坏准则和 Rice 应变局部化破坏准则不同，它是目前为止最为保守的破坏准则。除振颤失稳外，二阶功准则还可以描述颗粒材料的所有物理分岔失稳现象。塑性极限破坏准则是二阶功准则在特定条件下的特殊形式，应变局部化破坏准则在特定条件下与二阶功准则线性一致^[15]。从而可以认为，二阶功准则包含了上述两个破坏准则。本文从数学上解释了使用二阶

功分析二维地质不连续带的优势；而后将二阶功破坏准则引入 FLAC 有限差分计算软件，并根据相关监测数据对南芬铁矿岩质滑坡进行了二维数值分析，第 2 节将具体讨论二阶功准则的特点。

2 二阶功准则及准静态-动态转化

二阶功准则适用于判别材料分岔失稳破坏，二阶功降为 0 时对应动能的突增^[16-18]。根据应力-应变分析方法，二阶功的降低（二阶功小于等于 0 即为失稳破坏的充分必要条件）对应以下 3 点：当前的应力状态、加载方向及方式^[18]。如果二阶功在各个加载方向上的计算结果都为正，则材料处于严格意义上的稳定状态；如果二阶功在某个加载方向上结果为负，那么材料处于潜在失稳状态；如果二阶功在当前加载方向为负，则破坏发生。

2.1 二阶功破坏准则在地质不连续带中的应用

对于二维地质不连续带，二阶功为

$$d^2 w = d\tau d\gamma + d\sigma du \quad (2)$$

式中： $d\tau$ 、 $d\sigma$ 分别为切向和法向应力增量（压应力为正），相应的 $d\gamma$ 、 du 为切向和法向应变增量。假设每一量域^[19]内本构矩阵 \mathbf{M} 是常量，则式 (2) 可写为

$$d^2 w = \begin{pmatrix} d\gamma \\ du \end{pmatrix}^T \mathbf{M} \begin{pmatrix} d\gamma \\ du \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d\gamma \\ du \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} G_t & G_n \\ E_t & E_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\gamma \\ du \end{pmatrix} \quad (3)$$

式中： E_n 、 G_t 分别为法向和切向刚度； E_t 和 G_n 用于描述不连续带的剪胀性质。可得到如下公式：

$$d^2 w = E_n du^2 + (G_n + E_t) du d\gamma + G_t d\gamma^2 = d\gamma^2 \left[E_n \left(\frac{du}{d\gamma} \right)^2 + (G_n + E_t) \frac{du}{d\gamma} + G_t \right] \quad (4)$$

当 $d\gamma^2 > 0$ 、 $d^2 w < 0$ 时需满足如下条件：

$$P(x) = E_n (X)^2 + (G_n + E_t) X + G_t \leq 0 \quad (5)$$

式中： $X = \frac{du}{d\gamma}$ ，为应变加载方向，多数岩石的法向刚度 E_n 为正（对于某些具有高孔隙率的压缩性岩石， E_n 为负^[20]）。因此，若满足不等式 (5)，则必须满足下式：

$$\Delta = (G_n + E_t)^2 - 4E_n G_t \geq 0 \quad \left. \frac{du}{d\gamma} \in \left[\frac{-(G_n + E_t) - \sqrt{\Delta}}{2E_n}, \frac{-(G_n + E_t) + \sqrt{\Delta}}{2E_n} \right] \right\} \quad (6)$$

式(6)第1式给出的是材料的潜在分岔失稳条件;第2式给出了导致实际失稳破坏的加载方向。根据第2式, $(du, d\gamma)$ 平面内存在一系列锥形分岔失稳区域。沿锥形边界的应变路径进行加载, 则二阶功的值为0, 锥形体内的应力-应变状态和加载方向对应二阶功的负值。

此外, 由于岩土材料服从非关联性法则, 其相应的矩阵 \mathbf{M} 并不对称, 对称部分表达式为

$$\mathbf{M}^s = \begin{pmatrix} G_t & \frac{G_n + E_t}{2} \\ \frac{G_n + E_t}{2} & E_n \end{pmatrix} \quad (7)$$

其中 \mathbf{M}^s 的行列式为

$$\det \mathbf{M}^s = G_t E_n - \left(\frac{G_n + E_t}{2} \right)^2 = -\frac{\Delta}{4} \quad (8)$$

根据式(6)第1式可知, 二阶功为0对应材料本构矩阵对称部分的行列式 $\|\mathbf{M}^s\| = 0$ 。根据线性代数, 正定矩阵的行列式永远大于其对称部分的行列式, 故塑性极限准则对应的 $\det \mathbf{M} = 0$, 并可作为分岔域的上限, 二阶功准则对应的 $\det \mathbf{M}^s = 0$ 为下限。如此, 从数学的角度解释了材料发生分岔失稳的原因及使用二阶功作为破坏准则的优势。

2.2 局部二阶功和整体二阶功

本文中二阶功被作为岩体不连续带本构关系的破坏准则, 从本构角度来研究岩质边坡的失稳及滑坡的发生。为了确保合理的计算时间, 数值计算中只计算加载方向上的二阶功。为了提高二阶功曲线图的可读性, 将 d^2w 无量纲化如下:

$$d^2w^n = \frac{d^2w}{\|\mathbf{d}\sigma\| \|\mathbf{d}\varepsilon\|} \quad (9)$$

式中: $\|\mathbf{d}\sigma\|$ 、 $\|\mathbf{d}\varepsilon\|$ 分别为应力增量和应变增量。如此, d^2w^n 的值限制在 $-1 \sim 1$ 之间。

此外, 整体二阶功可以用于二阶功的边界值问题, 表达如下:

$$D^2W = \sum (d^2w_i \cdot \omega_i J_i) \quad (10)$$

式中: D 为二阶功的增量; 下标 i 为积分点数目; ω_i 、 J_i 分别为积分点 i 处雅可比矩阵的数值权重和行列式。对于不涉及积分计算的数值方法, ω_i 、 J_i 赋值为1。根据式(10), $D^2W \leq 0$ 代表材料整体失稳破坏。

2.3 准静态与动态转化

岩土材料的破坏与动能突增相关, 对应准静态

到动态的转化。考虑运动方程如下:

$$\operatorname{div} \sigma + b = \rho \ddot{u} \quad (11)$$

式中: σ 为应力; b 为重力; ρ 为密度, 并假定是常数, 将式(11)对时间求导并乘以速度矢量 \dot{u} 标量得到:

$$(\operatorname{div} \dot{\sigma} + \dot{b}) \dot{u} = \rho \dot{u} \ddot{u} \quad (12)$$

式中: $\dot{\sigma}$ 为应力变化率。

由动能公式 $E_c = \frac{1}{2} \rho \|\dot{u}\|^2$, 可得到 $\dot{E}_c = \frac{1}{2} \rho \|\dot{u}\|^2 + \rho \dot{u} \ddot{u} = \rho (\dot{u} \ddot{u})$, 其中, E_c 为动能。式(12)可写为

$$\operatorname{div}(\dot{\sigma} \dot{u}) - \dot{\sigma} : \dot{\varepsilon} + \dot{b} \dot{u} = \ddot{E}_c - \rho \|\dot{u}\|^2 \quad (13)$$

式中: $\dot{\varepsilon}$ 为应变变化率; \ddot{E}_c 为动能的二阶功变化率; \ddot{u} 为加速度。

二阶功表示为 $d^2w/\Delta t^2 = \dot{\sigma} : \dot{\varepsilon}$, 它与动能的关系为

$$\frac{d^2w}{\Delta t^2} = \operatorname{div}(\dot{\sigma} \dot{u}) + \dot{b} \dot{u} - \ddot{E}_c + \rho \|\dot{u}\|^2 \quad (14)$$

式中: Δt^2 为时间步。

式(14)给出了一种研究岩土材料破坏前准静态阶段向破坏后动态阶段转化问题的方法。在该框架中, 二阶动能与外力对应的二阶功(第1项和第2项)相关, 内力二阶功与材料的本构关系有关, 最后是反映材料动态效应的惯性项 $\rho \|\dot{u}\|^2$, 其在准静态荷载下为正且接近于0。式(14)没有给出二阶功和动能之间的直接关系。但这种关系可以通过调用泰勒公式并引入以下初始条件得到:

(1) 假设 Δt 足够小并忽略三阶以上的高阶项, $\frac{\ddot{E}_c(t)}{2!} \Delta t^2 \approx E_c(t + \Delta t) - E_c(t) - \dot{E}_c(t) \Delta t$ 。

(2) 假设介质在时间 t 处于平衡稳定状态并在时间 $t + \Delta t$ 时失稳, $E_c(t) = \dot{E}_c(t) = 0$ 。

因此, $\Delta t^2 \ddot{E}_c(t) \approx 2E_c(t + \Delta t)$, 式(14)可表达如下:

$$d^2w(t)/\Delta t^2 \approx \operatorname{div}(\dot{\sigma}(t) \dot{u}(t)) + \dot{b}(t) \dot{u}(t) - 2E_c(t + \Delta t)/\Delta t^2 + \rho \|\dot{u}(t)\|^2 \quad (15)$$

式中: t 为在 t 时刻的各个物理量。

由于在失稳发生的下一刻, 外部载荷不可能增加, 且惯性力保持为极小值, 式(15)右侧的第1、

第 2 和第 4 项接近于 0。可得二阶功和动能的关系式为

$$d^2 w(t) \approx -2E_c(t + \Delta t) \quad (16)$$

根据式 (16) 可知, 动能的增加由失稳破坏引起, 失稳发生时二阶功为负值。显然, 式 (16) 仅适用于破坏发生时刻。

通过二阶功估算准静态阶段材料的动能, 可使用以下两种方法。

(1) 设 Δt 足够小, 并引入 $\frac{\ddot{E}_c(t)}{2!} \Delta t^2 \approx E_c(t + \Delta t) - E_c(t) - \dot{E}_c(t) \Delta t$, 对于边界值问题式 (14) 可以表示为

$$E_c(t + \Delta t) \approx \frac{1}{2} \left(\int_{S_0} \dot{\sigma} \dot{u} n dS_0 + \int_{V_0} \dot{b} \dot{u} dV_0 + \int_{V_0} \rho \|\ddot{u}\|^2 dV_0 - \int_{V_0} \dot{\sigma} \dot{\epsilon} dV_0 \right) \Delta t^2 + E_c(t) + \dot{E}_c(t) \Delta t = \frac{1}{2} (d^2 W_{\text{ext}} - d^2 W_{\text{int}} + I) \Delta t^2 + E_c(t) + \dot{E}_c(t) \Delta t \quad (17)$$

式中: \mathbf{n} 为与 S_0 垂直的单位矢量; V_0 为受体力作用的材料体积; S_0 为受面力作用的材料边界。材料动能在时间步 $t + \Delta t$ 中, 通过外力二阶功计算的表达式为 $d^2 W_{\text{ext}} = \int_{S_0} \dot{\sigma} \dot{u} n dS_0 + \int_{V_0} \dot{b} \dot{u} dV_0$, 惯性项为 $I = \int_{V_0} \rho \|\ddot{u}\|^2 dV_0$, 内力二阶功表示为 $d^2 W_{\text{int}} = \int_{V_0} \dot{\sigma} \cdot \dot{\epsilon} dV_0$, $E_c(t)$ 和 $\dot{E}_c(t)$ 分别为时间 t 的动能及动能对时间的一阶导数。通过初始条件 $E_c(t_0) = \dot{E}_c(t_0) = 0$, 可以求出下一个时间步的 $E_c(t + \Delta t)$ 。这是一种近似方法, 只限于时间增量足够小的情况。

(2) 对于边界值问题, 式 (14) 可写为

$$\ddot{E}_c = \int_{S_0} \dot{\sigma} \dot{u} n dS_0 + \int_{V_0} \dot{b} \dot{u} dV_0 + \int_{V_0} \rho \|\ddot{u}\|^2 dV_0 - \int_{V_0} \dot{\sigma} \dot{\epsilon} dV_0 \quad (18)$$

系统的二阶动能与 $d^2 W_{\text{ext}}$ 、 I 和 $d^2 W_{\text{int}}$ 有关, 因此, 需要对相应的时间求积分来计算动能。引用与 $E_c(t_0) = \dot{E}_c(t_0) = 0$ 相同的初始条件, 对于每个时刻 $t_0 + \Delta t$, 式 (18) 积分后可表达为

$$E_c(t_0 + \Delta t) = \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \left(\int_{t_0}^T (d^2 W_{\text{ext}} - d^2 W_{\text{int}} + I) dt \right) dT \quad (19)$$

动能、破坏、二阶功准则的概念可以应用于微观、宏观尺度下的很多问题。在下一节, 这些概念将被用于描述宏观问题, 例如大型岩质边坡滑坡的数值模拟。

3 滑坡模拟

此次研究采用 FLAC 有限差分数值软件进行数值分析。多数岩质边坡可以看作是被地质不连续带分割的岩体, 准确地描述主要地质不连续带的破坏现象是研究滑坡发生的关键。根据何满潮^[22]提出的双体灾变力学模型, 对于大多数岩质滑坡, 滑床可看作是一个稳定的刚性体, 滑体是由一个或多个沿滑带滑动的刚性块体。滑坡机制极其复杂, 地震、降雨、坡顶荷载等因素都可以引起这类滑坡模型的滑动。然而, 从整体上看, 滑坡发生的充分必要条件总是滑块滑动力 T_1 大于地质不连续带上的抗滑力 T_2 , 见图 1。

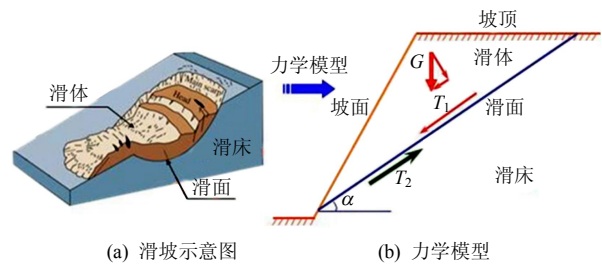


图 1 由主要地质不连续面控制的岩质边坡力学模型
Fig.1 Mechanical model of rock slopes controlled by a major geological discontinuity

3.1 二阶功破坏准则描述的南芬岩质滑坡现象

南芬露天矿位于我国东北, 是亚洲最大单体露天铁矿。截止目前, 露天矿已发生 60 多次滑坡, 并形成将近 110 000 m² 的旧滑面, 对正常生产构成威胁。滑坡体中主要含有亚氯酸盐角闪石片岩。其中 48° 倾角的断层为潜在的主滑动面。如图 2 所示, 监测点按照老滑坡体的结构和规模进行布置。另外, 在滑体 (334~662 m 工作平台) 上安装 28 个监测点来监测滑动力 (见图 2 中的圆点)。并在相对稳定的边坡上安装了 GPRS 中继站、北斗卫星中继站和降雨监测点。

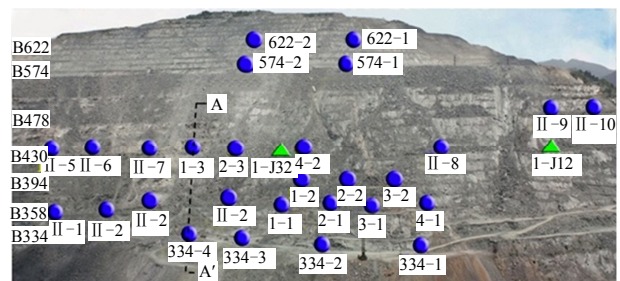


图 2 监测点分布
Fig.2 Distribution of monitoring points

从远程监控系统的监测数据中导出滑动力值^[21-23]。由图 3 可知, B334~B358 台阶中沿主要断层面的滑动力变化曲线, 它的产生由边坡脚的采

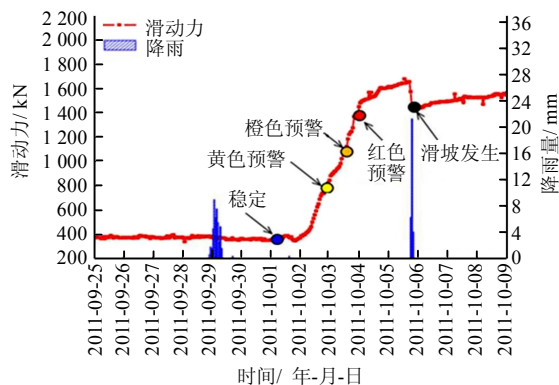


图3 监测滑动力随时间的变化

Fig.3 Variation of monitoring sliding force with time

矿活动引起。

由于边坡从稳定到滑动的过程中,没有降雨的发生,下滑力的增大可认为是由坡脚的采矿活动引起,在模拟时没有考虑降雨的影响。如图3所示(注意到2011年9月29日和2011年10月6日发生降雨,特别是2011年10月6日的降雨是引发断层饱和以及潜在失稳发生的主要因素)。在2011年10月2日之前,滑动力一直保持稳定,而到2011年10月6日时,滑动力快速增长至1678 kN,并发生滑坡^[23]。

首先,通过图1所示的力学模型考虑这个实际情况是合理的。根据表1的地质资料发现,实际的岩质边坡不连续带呈现出力学断裂,并导致滑坡的发生。其次,通过式(2)~(8)可以分析这种情况。由于岩质边坡发生破坏时,可认为滑动力增加,而法向力不变。在二维情况下,荷载条件对应为 $d\sigma = 0$ 和 $d\tau > 0$ 。根据式(2)~(5)和 $d\sigma = E_t d\gamma + E_n du = 0$,二阶功在这种应力路径下的表达式为

$$d^2w = d\tau d\gamma = d\gamma^2 \left(G_n \frac{du}{d\gamma} + G_t \right) = d\gamma^2 \left(-G_n \frac{E_t}{E_n} + G_t \right) \leq 0 \quad (20)$$

$d\gamma^2 \geq 0$, 则 $d^2w \leq 0$ 的条件为

$$\frac{E_t}{E_n} \geq \frac{G_t}{G_n} \quad (21)$$

显然,这个条件相当于 $\det \mathbf{M} \leq 0$,对应于塑性极限准则。因此,在这种加载路径下,破坏是在满足塑性极限准则情况下发生的,且在这种情况下之前分岔失稳破坏的情况并不存在。然而不等式(21)只是 $\Delta = (G_n + E_t)^2 - 4E_n G_t \geq 0$ 的一个特例,这也是

证明二阶功准则包含了塑性极限准则的另一个例子。应该指出的是,暴雨骤降会导致不连续带法向有效应力 σ 降低。如果降雨充分且主断层的渗透性足够低,在不排水条件下可能会发生提前于塑性极限的分岔失稳破坏。

表1 南芬边坡岩体及其主断层物理力学参数^[23]Table 1 Physical and geomechanical parameters of rock mass and fault of Nanfen rockslide^[23]

物理参数	弹性模量 E/MPa	泊松比 ν	凝聚力 c/kPa	内摩擦角 $\varphi/(\circ)$	剪胀角 $\psi/(\circ)$	密度 $\rho/(\text{kg/m}^3)$
边坡岩体	36 000	0.31	317	37.0	8	2 910
断层面	800	0.26	12	24.7	2	1 825

3.2 南芬边坡数值模型

边坡断层倾角为 48° ,高为36 m,厚为3 m,如图4所示。断层受到滑体的滑动力可简化为从坡顶至坡底的剪切力,力值线性增加。在计算过程中,剪切力不断增加直到整体破坏(不收敛)。

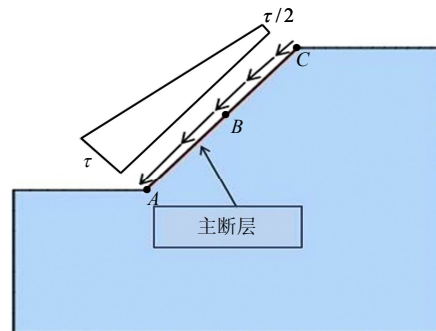


图4 岩质滑坡二维模型

Fig.4 2D rockslide model

由于本次研究主要针对断层破坏的问题,所以忽略上层滑体。上层滑体对断层初始下滑力由重力引起(初始化重力所引起的滑动力为380 kN),随后下滑力的增加由剪切力边界条件施加。

根据表1的物理参数选择弹塑性应变硬化摩尔-库仑模型,并将二阶功写入FLAC作为破坏准则。在弹塑性应变硬化阶段,通过判断二阶功的正、负情况确定材料破坏与否(如图5所示)。

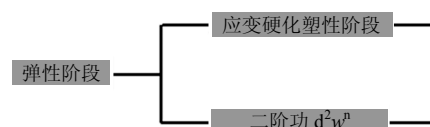


图5 考虑二阶功为破坏准则的弹塑性摩尔-库仑模型

Fig.5 Elasto-plastic Mohr-Coulomb model considering the second order work as a failure criterion

该模型屈服面和塑性势函数为

$$\left. \begin{aligned} f &= \sigma_1 - \sigma_3 N_\varphi - 2c\sqrt{N_\varphi} \\ g &= \sigma_1 - \sigma_3 N_\psi \\ N_\varphi &= \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \\ N_\psi &= \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

式中： φ 和 c 分别为内摩擦角和凝聚力。 ψ 为剪胀角。此外，屈服面函数 $f \neq$ 塑性势函数 g ，因此，这是非关联的本构模型。每一计算步结束时，根据求得的速度场和弹塑性模型进一步求得各节点处应力、应变增量。对于任何节点，当应力状态达到弹性极限后检查各节点应力、应变增量，如其绝对值小于 10^{-3} ，则认为该节点处二阶功为 1，材料处于稳定状态，否则根据式 (9) 求出无量纲化后的二阶功 d^2w^n 。若其值小于 -10^{-3} ，则材料破坏，否则材料处于稳定状态，如图 6 所示。

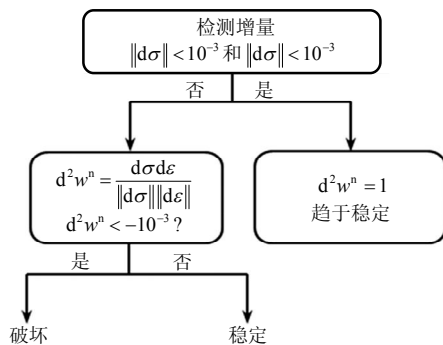


图 6 二阶功准则计算流程

Fig.6 Calculation procedure of the second order work criterion

3.3 结果分析

该滑坡由主断层的破坏引起，故本次研究主要针对主断层的破坏，数值模型也是主断层的简化模型。在主断层上选择 3 个点并将其局部二阶功的曲线绘出，如图 7 所示。很明显，局部二阶功在坡脚和边坡中部（点 A 和点 B）先降低，并在第 20 个加载步降低为 0，其中加载过程如图 4 所示，下滑力的加载由施加在梯形上所分布的剪切力边界条件实现的。在 20 加载步对应滑动力为 1 453.3 kN 时，此时每加载步增加的下滑力为 72.67 kN，每加载步所对应的切应力为 3.2 MPa。主断层下部的一些区域进入失稳阶段，相比之下坡顶处局部二阶功（点 C）

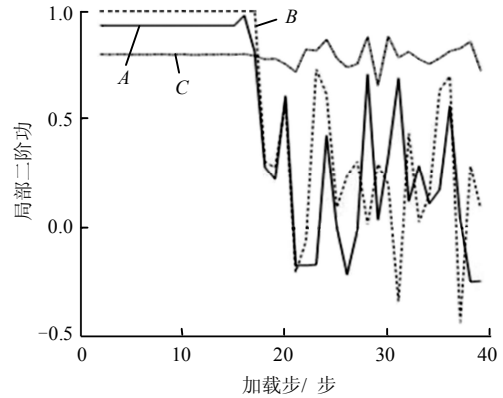


图 7 主断层三点局部二阶功的演化

Fig.7 Evolution of local d^2w^n at three points of a major fault

在计算过程中保持为正。

图 8(a)~图 8(e)给出了沿主断层的局部二阶功云图。对应下滑力 1 467.8 kN 时，边坡坡脚和坡中区域首先出现失稳区域如图 8(a)所示。需要注意的是，红色预警发出后（如图 3 所示），矿区停止了对坡脚的开挖工作。随着下滑力的不断增加（图 8(b)~图 8(d)所示，下滑力分别为 1 526.0、1 656.7、1 714.9 kN），由二阶功准则指示的失稳区域逐渐靠近坡顶。当滑动力达到 1 729.4 kN 时（如图 8(e)所示），主断层出现整体破坏，滑体发生滑移。通过数值分析得到的最大滑动力结果与真实预测结果（如图 3 所示）基本一致。

整体二阶功在第 15 加载步时开始减小，在第 39 加载步时变为负（如图 9 所示），其对应滑动力为 1 729.4 kN，并出现贯通的失稳区域（如图 8(e)所示）。

该结果与最大不平衡力一致（如图 10 所示）。在 FLAC 计算软件中最大不平衡力与惯性力有关，通过保持足够小的值来确保系统的力的平衡。由图 10 可知，最大不平衡力缓慢增加并在第 20 加载步后出现一个小的峰值，此时主断层下部出现第 1 个失稳区域，对应的整体二阶功突然下降。在现实的南芬铁矿中，监测的滑动力为 1 467.8 kN（第 20 加载步）时预警系统发出了红色预警（如图 3 所示）。在第 39 加载步，最大不平衡力突然急剧增加，对应主断层的突然破坏及动能的突然释放，由准静态进入动态，滑坡发生。

根据式 (17)、(19) 估算的主断层动能曲线如图 11(a)所示，图 11(b)和图 11(c)提供了较低载荷下

和接近整体破坏时局部放大的动能曲线。所研究的材料在准静态阶段保持较低动能,在加载步 20 后能量迅速增加,且局部出现不稳定。

在第 39 加载步时能量突然爆发,导致整体发生破坏,与此同时材料由静态转入动态。根据式(7)得到的近似方法无法准确给出材料破坏时刻动能突增的曲线图,因为泰勒公式只对连续函数适用,而

动能的变化在材料破坏时不再是连续的。另外,由式(17)计算出的能量小于式(19)所计算出的结果。值得注意的是,尽管本次动能的估算只是一个启发性的尝试,但结果是定性的且可接受的,能很好地反映二阶功与动能之间的关系,有希望引入到地质灾害的分析预测中,但仍需要进行更深入的研究。

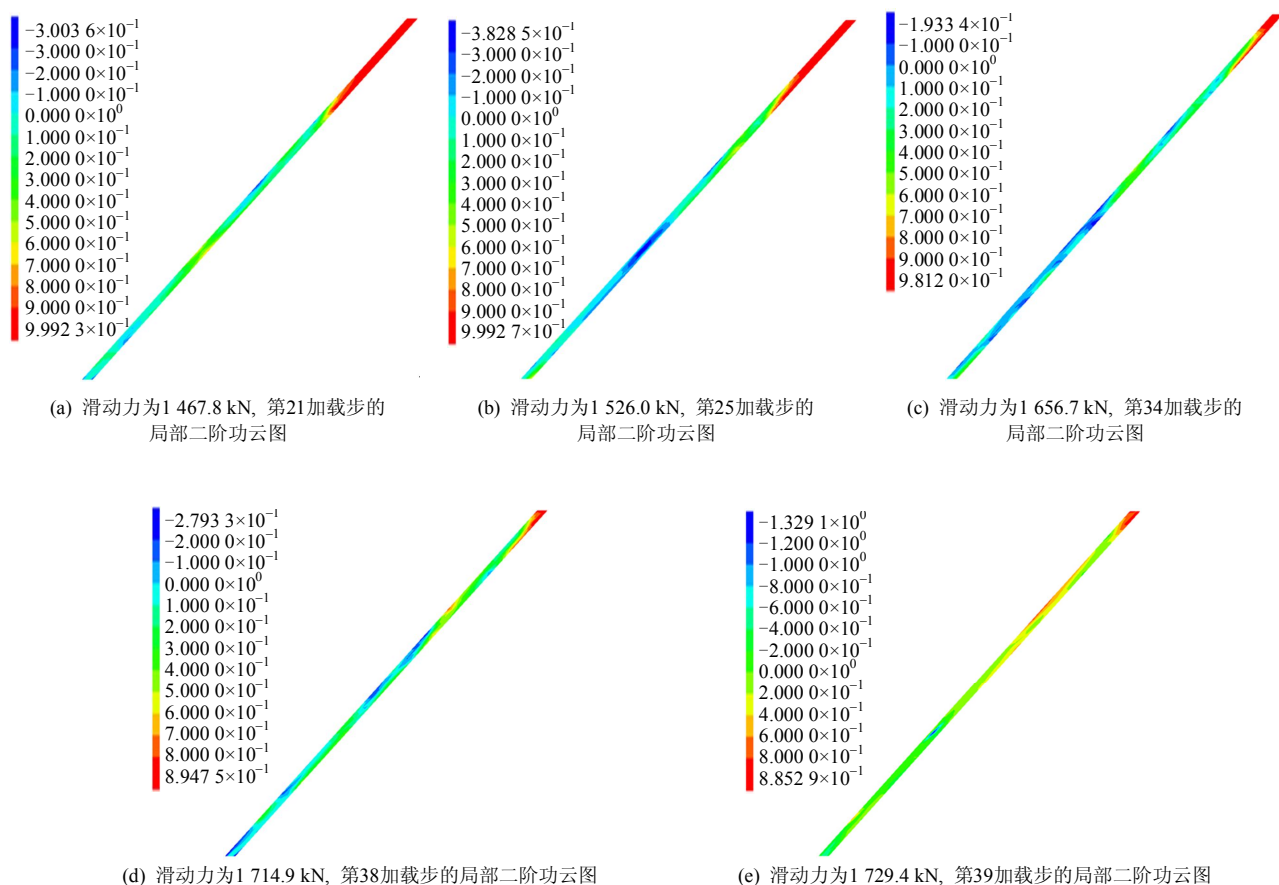


图8 局部二阶功云图
Fig.8 Contours of local d^2w^n

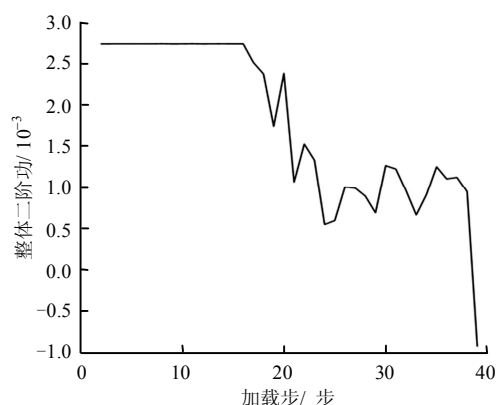


图9 主断层面上整体二阶功随加载步的变化曲线
Fig.9 Evolution of normalized global second order work in the major fault

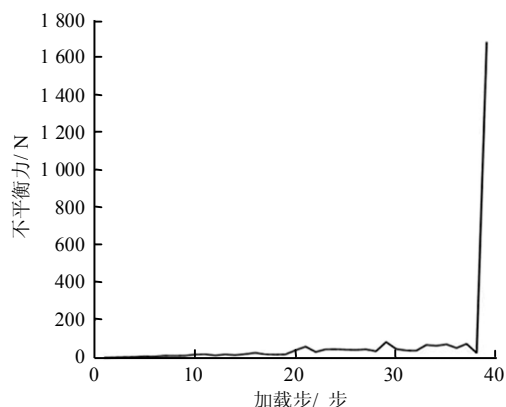
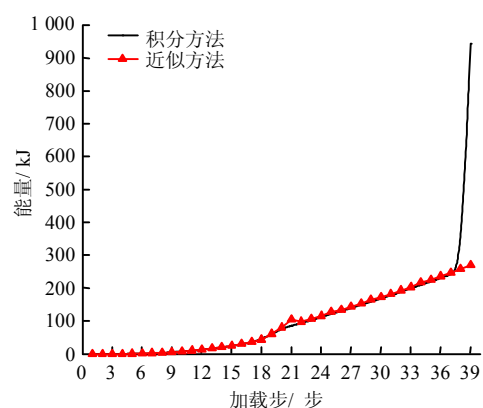
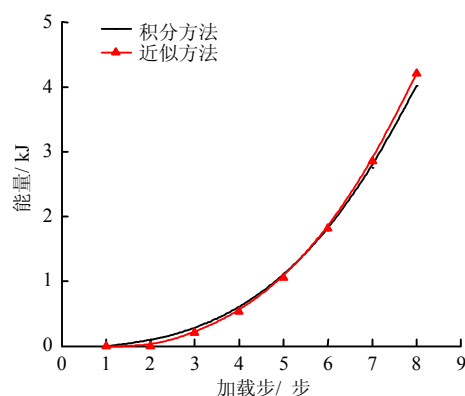


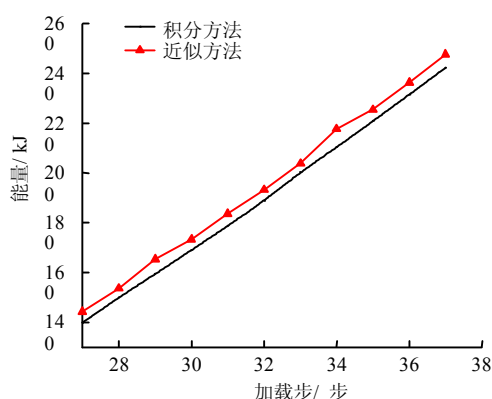
图10 最大不平衡力随加载步的变化曲线
Fig.10 Evolution of the maximum unbalance force



(a) 边坡失稳全过程动能曲线



(b) 初期动能曲线



(c) 临近破坏动能曲线

图 11 边坡准静态-动态转换过程中动能曲线 (根据式 (17) 和 (19) 估算)

Fig.11 Evolutions of kinetic energy during quasi-static-dynamic transition (estimated by equations (17) and (19))

4 结 论

(1) 本文对具有不连续带的岩质边坡采用二阶功破坏准则进行研究, 从数学上证明了二阶功破坏准则包含传统塑性极限破坏准则, 不论岩土材料是否发生分岔破坏, 都可以使用二阶功破坏准则进行分析。

(2) 将滑坡监测数据代入 FLAC 数值模型作为边界条件, 对南芬铁矿岩质边坡进行稳定性分析。

得到滑坡启动时滑动力的近似峰值, 并发现了当滑动力达到峰值时不连续带出现了贯通的失稳区域。

(3) 通过引入整体二阶功准则预测滑坡的发生, 并对动能进行估算, 描述了岩质边坡的静动转化现象。所得相应的结果与 FLAC 所计算的最大不平衡力变化趋势一致, 用两种方法估算的动能结果阐明了破坏发生时动能演化的突变性, 即不连续性。总之, 除了土体外, 二阶功破坏准则可以应用到岩体不连续带的失稳破坏分析中。二阶功与动能密切相关, 是处理材料破坏等准静态-动态转化问题的有效工具。

参 考 文 献

- [1] DURIEZ J, DARVE F, DONZE F V. Incrementally non-linear plasticity applied to rock joint modeling[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2011, 37(5): 453—477.
- [2] ADHIKARY D P, DYSKIN A V. Modelling of progressive and instantaneous failures of foliated rock slopes[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2007, 40(4): 349—362.
- [3] LIGNON S, LAOUAFA F, PRUNIER F, et al. Hydro-mechanical modelling of landslides with a material instability criterion[J]. **Géotechnique**, 2009, 59(6): 513—524.
- [4] PRIME N, DUFOUR F, DARVE F. Solid-fluid transition modeling in geomaterials and application to a mud flow interacting with an obstacle[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2014, 38(13): 1341—1361.
- [5] LI Z H. Modélisation des glissements de terrain dans le cadre hydromécanique[D]. Grenoble: Université Grenoble Alpes, 2015.
- [6] LI Z H, DUFOUR F, DARVE F. Modelling rainfall-induced mudflows using FEM-LIP and a unified hydro-elasto-plastic model with solid-fluid transition[J]. **European Journal of Environmental and Civil Engineering**, 2018, 4: 491—521.
- [7] DARVE F, SERVANT G, LAOUAFA F, et al. Failure in geomaterials: continuous and discrete analyses[J]. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 2004, 193(27-29): 3057—3085.
- [8] RUDNICKI J W, RICE J. Conditions for the localization of deformation in pressure sensitive dilatant materials[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 1975, 23: 371—394.
- [9] RICE J. The localization of plastic deformation[C]//Delft IUTAM Proceedings. [S. l.]: [s. n.], 1976: 207—220.

- [10] DAOUADJI A, JRAD M, PRUNIER F, et al. Divergence instability and diffuse failure in granular media[J]. **Procedia IUTAM**, 2012, 3: 115—140.
- [11] HILL A. A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids[J]. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 1958, 6(3): 236—249.
- [12] BIGONI D, HUECKEL T. Uniqueness and localization-I, associative and non-associative elastoplasticity[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 1991, 28(2): 197—213.
- [13] NICOT F, DARVE F. Diffuse and localized failure modes: two competing mechanisms[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2011, 35(5): 586—601.
- [14] LI Z H, DUFOUR F, DARVE F. Hydro-elasto-plastic modelling with a solid/fluid transition[J]. **Computers and Geotechnics**, 2016, 75: 69—79.
- [15] MERRIEN-SOUKATCHOFF V, DURIEZ J, GASC M, et al. Mechanical stability analyses of fractured rock slopes[M]. In *Rock Engineering*. New York: John Wiley & Sons. London: ISTE Ltd, 2011.
- [16] 陶志刚, 李海鹏, 孙光林, 等. 基于恒阻大变形锚索的滑坡监测预警系统研发及应用[J]. **岩土力学**, 2015, (10): 3032—3040.
TAO Zhi-gang, LI Hai-peng, SUN Guang-lin, et al. Development of monitoring and early warning system for landslides based on constant resistance and large deformation anchor cable and its application[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, (10): 3032—3040.
- [17] NICOT F, SIBILLE L, DARVE F. Failure in rate-independent granular materials as a bifurcation toward a dynamic regime[J]. **International Journal of Plasticity**, 2012, 29: 136—154.
- [18] NICOT F, DAOUADJI A, LAOUAFA F, et al. Second-order work, kinetic energy and diffuse failure in granular materials[J]. **Granular Matter**, 2011, 13(1): 19—28.
- [19] DAOUADJI A, DARVE F, GALI H A, et al. Diffuse failure in geomaterials: experiments, theory and modeling[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2011, 35(16): 1731—1773.
- [20] DARVE F, SERVANT G. Fundamental of constitutive equations for geomaterials[J]. **Degradations and Instabilities in Geomaterials**, 2004, 461: 1—33.
- [21] MOLLEMA P, ANTONELLINI M. Compaction bands: a structural analog for anti-mode I cracks in Aeolian sandstone[J]. **Tectonophysics**, 1996, 267(1-4): 209—228.
- [22] 何满潮. 滑坡地质灾害远程监测预报系统及其工程应用[J]. **岩石力学与工程学报**, 2009, 28(6): 1081—1090.
HE MAN-chao. Real-time remote monitoring and forecasting system for geological disasters of landslides and its engineering application[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2009, 28(6): 1081—1090.
- [23] HE M C, GONG W L, WANG J, et al. Development of a novel energy-absorbing bolt with extraordinarily large elongation and constant resistance[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2014, 67: 29—42.

上接第 1090 页

- [21] JIANG M J, SHEN Z F, WANG J F. A novel three-dimensional contact model for granulates incorporating rolling and twisting resistances[J]. **Computers and Geotechnics**, 2015, 65: 147—163.
- [22] SHEN Z F, JINAG M J, WAN R. Numerical study of inter-particle bond failure by 3D discrete element method[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2016, 40(4): 523—545.
- [23] RUTTER E H, GLOVER C T. The deformation of porous sandstones; are Byerlee friction and the critical state line equivalent?[J]. **Journal of Structural Geology**, 2012, 44: 129—140.
- [24] BERA B, MITRA S K, VICK D. Understanding the micro structure of Berea sandstone by the simultaneous use of micro-computed tomography (micro-CT) and focused ion beam-scanning electron microscopy (FIB-SEM)[J]. **Micron**, 2011, 42(5): 412—418.
- [25] JIANG M J, KONRAD J M, LEROUÉIL S. An efficient technique for generating homogeneous specimens for DEM studies[J]. **Computers and Geotechnics**, 2003, 30(7): 579—597.
- [26] THORNTON C. Numerical simulations of deviatoric shear deformation of granular media[J]. **Géotechnique**, 2000, 50(1): 43—53.
- [27] Itasca Consulting Group Inc. Manual of particle flow code in two dimensions (theory and background)[M]. Minneapolis: [s. n.], 2004.