DOI：10.16285/j.rsm.2016.0577

用于颗粒土微观力学行为试验的微型三轴试验仪

程 壮，王剑锋

（香港城市大学 建筑与土木工程系，香港 999077）

摘 要：颗粒土的微观力学行为（如土颗粒的运动与破碎等）决定着其宏观应力-应变行为，如应变局部化、应力硬化等。为研究颗粒土的微观力学行为，开发了一台微型三轴试验装置。它的轴向加载系统由伺服控制的步进转动马达与涡轮传动的减速器组成，围压由 GDS 压力控制器提供，压力室采用高透光率，高强度的轻质材料制成。借助于 X 射线显微 CT 及图像处理分析技术，该装置能实现对干砂土微尺寸试样（直径为 8 mm，高度为 16 mm）在三轴剪切条件下微观特性的无损检测。采用该三轴试验装置对粒径为 0.60～1.18 mm 的 LBS（Leighton Buzzard sand）试样在 1.5 MPa 的围压下进行了试验。结果显示，试验装置测得应力-应变曲线合理，显微 CT 图像特征清晰，能够用于颗粒土体微观土力学行为的试验研究。

关 键 词：微型三轴仪；X 射线显微 CT；无损检测；微观力学行为

中图分类号：TU 411.3 **文献识别码：**A **文章编号：**1000－7598 (2018) 03－1123－07

A mini-triaxial apparatus for testing of micro-scale mechanical behavior of granular soils

CHENG Zhuang, WANG Jian-feng

(Department of Architecture and Civil Engineering, City University of Hong Kong, Hong Kong 999077, China)

Abstract: The micro-scale mechanical behavior of granular soils (e.g., particle movement and particle breakage, etc.) governs their macro-scale stress and strain behavior, such as strain localization and stress hardening, etc. To study the micro-scale mechanical behavior of granular soils, a mini-triaxial apparatus is developed in this paper. The axial loading system of the apparatus is composed of a servo-controlled stepping motor and turbine-driven reducer. The confining pressure is provided by a GDS pressure generator, and the chamber is fabricated with a highly transparent material with high strength and low density. In conjunction with an X-ray micro CT image processing and analysis techniques, this apparatus can be used for non-destructive detection of the micro-scale characteristics of a mini dry sample (i.e., 8 mm in diameter and 16 mm in height) under triaxial shearing. A triaxial test of a Leighton Buzzard sand (LBS) sample with an initial grading of 0.60−1.18 mm under a confining pressure of 1.5 MPa is carried out using this apparatus. The results show a reasonable stress-strain curve and CT images with easily distinguishable features, which demonstrates that the apparatus can be used for testing of the micro-scale mechanical behavior of granular soils.

Keywords: mini-triaxial apparatus; X-ray micro CT; non-destructive detection; micro-scale mechanical behavior

1 引 言

土体由非连续土颗粒、孔隙与水组成，其细、微观结构对土体宏观力学特性有重要影响，如土体的固结变形与土体内部颗粒移动、破碎引起孔隙结构重新排布有关。颗粒土的一系列剪切应力-应变特性也可以从微观的颗粒尺度，如颗粒的平移，转动，破碎，以及形态演化等方面得到解释[1−3]。例如，颗粒土体剪切应变局部化与颗粒间转动、颗粒破碎等有关。低围压密实土体受剪切时，应变局部化土体内颗粒间转动较大，颗粒重新排布，常表现为剪胀与应力软化的特性；高围压松散土体受剪时，应变局部化土体内颗粒破碎严重，常表现为剪缩与应力硬化的特性。土体在达到临界状态时体变恒定是由

收稿日期：2016-03-24
基金项目：香港研资局优配研究金（No.CityU 11272916）；国家自然科学基金（No.51779213）；深圳市基础研究基金（No.JCYJ20150601102053063）。This work was supported by the General Research Fund from the Research Grant Council of the Hong Kong SAR (CityU 11272916), the National Science Foundation of China (51779213) and the Fundamental Research Foundation of Shenzhen (JCYJ20150601102053063).
第一作者简介：程壮，男，1988 年生，博士研究生，主要从事颗粒土微观力学行为方面的研究工作。E-mail: zhuacheng2-c@my.cityu.edu.hk

于颗粒重排布引起的剪胀与颗粒破碎引起的剪缩达到了平衡。开展土体微观力学行为的研究，对解释土体宏观力学特性，建立考虑土体微观机制的宏观力学模型起着重要作用。

早期对于土力学特性的研究，多集中在宏观试验与连续介质理论的范畴。离散元分析方法的出现，极大地推动了微观土力学的发展。离散元的主要优势在于能再现土体宏、微观力学行为（如应力-应变特性，颗粒形态，破碎）的同时，获取微观颗粒尺度的信息（如颗粒位移、接触力等），因而已被广大学者使用，并逐步完善。最初的离散元分析法[4]以一个圆片（或小球）模拟土中的单个颗粒，这种简化方法因没有考虑颗粒的表面形状，常使得计算的颗粒转动远大于真实情况。部分研究人员在此基础上提出了颗粒的抗转动接触模型[5−7]，使得颗粒转动的模拟更接近现实。也有学者提出采用椭圆（椭球）颗粒[8−9]，多边形颗粒[10−11]等不规则形状的颗粒来反映颗粒形状的影响，或采用多个颗粒团来模拟土颗粒的真实形状[12−13]，这使土颗粒表面形态的模拟更加真实。此外，在模拟颗粒破碎行为方面，也提出了多种方法。以多个子颗粒替换单个颗粒的“颗粒替换法”[14−15]，以及用多个颗粒组成的颗粒团模拟单个颗粒的“聚粒法”[1,16]已被证实能较好地用于模拟可破碎土体的宏、微观力学行为。然而，离散元分析方法的主要局限在于缺乏全面的试验验证，为提高计算效率往往需使用相对简化的颗粒形状与接触模型。

光学的发展以及图像处理技术的提高使土体内部结构检测成为可能。光学显微镜成像，激光辅助成像技术、磁共振成像技术、X 射线摄影术、X 射线断层扫描成像等技术被应用于检测岩土体内部孔隙率分布、剪切带形态以及损伤演化等，促进了试验微观岩土力学的发展[17−24]。然而，采用上述技术多需扰动土体内部结构（如光学显微镜成像），且只能观察到土体某个单一断面的图像（如光学显微镜成像、X 射线摄影术），或受分辨率的限制（如激光辅助成像、X 射线断层扫描技术），难以获得颗粒的表面形态特征。

近年来发展的 X 射线显微成像技术（如同步辐射光源和纳米聚焦 X 射线显微成像扫描仪）能够在实现结构内部任意断面（三维）无损检测的同时，达到很高的空间分辨率，已经逐渐被应用于岩土工程领域。如法国 Cino Viggiani 课题组[25]和美国 Alshibli 课题组[26]研制的土体微观结构三轴试验仪，借助于 X 射线显微成像技术，实现的砂土内部结构检测空间分辨率约为 10 μm。李小春等[27]为研究岩石微观孔隙结构，也开发了岩石的纳米聚焦显微 CT 三轴试验仪，分辨率高达 5 μm。

为研究三轴剪切作用下土体颗粒尺度的细、微观力学行为，包括土体剪切过程中孔隙结构、孔隙率的变化，剪切带的发展演化（细观尺度）以及剪切过程中单个颗粒的运动、破碎、颗粒形状、颗粒间接触演化（微观尺度）等，开发了微型三轴试验仪。与上海同步辐射光源装置配套使用，该试验仪具有扫描精度高，成像时间短以及加载围压高等特点，能实现土体三轴试验下微观结构演化的无损检测。

2 同步辐射显微 CT 的成像原理

计算机断层扫描成像（computed tomography，简称 CT）是一种通过检测物体的透光强度与入射光强，并利用 Beer 定律计算物体内部各点的吸光系数来获取物体内部结构图像的图像重建技术。某一单色光沿厚度方向穿过某一均质物体，透光强度和入射光强的比值与物体吸光系数和厚度的乘积成指数关系。如将目标物体看成由若干个大小相同且均质的单元构成，通过旋转目标物体或者光源与探测器，可以实现光源以不同角度穿过该物体，如果能够测得穿过物体前后各条光线的强度，则能得到一个以物体内各个单元吸光系数为自变量的多元线性方程组，通过求解该线性方程组能够获得物体内部的吸光系数分布，从而反映物体内部结构。一般认为，不同物质材料的吸光系数不同，如土体内的土颗粒的吸光系数大于孔隙水，水的吸光系数又大于空气。正因如此，X 射线断层扫描成像技术能被广泛应用于岩土工程领域。

传统的 X 射线 CT 扫描范围大，但分辨率较低。X 射线纳米聚焦显微成像技术（nano-focused micro-CT）在传统 CT 的基础上，通过聚焦到达 X 射线光源处的电子束，可以实现很高的空间分辨率，但扫描范围受到了很大限制，且往往需要较长的曝光时间。另一种显微 CT（micro-CT）成像技术——同步辐射光源（synchrotron radiation）相比前者能在实现高空间分辨率的同时大大缩小扫描时间，这对减少试验过程中土体流变的发生十分有利。同步辐射光源装置系统主要由同步辐射光源、旋转台以

及探测器 3 部分组成，见图 1。

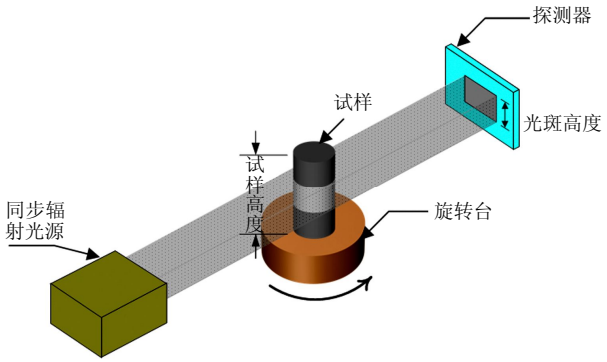


图 1　同步辐射光源装置系统示意图

Fig.1　Schematic of synchrotron radiation setup

3　用于土显微 CT 扫描的三轴试验仪

3.1　三轴仪的主体结构

若土的三轴试验能在图 1 所示的转台上进行，则可能实现土体试样在三轴加载过程中的实时无损扫描。加载过程中旋转台静止，光源系统不工作；当加载到某一目标点时，停止加载（可控制轴向位移不变或者偏应力不变），旋转台转动，光源系统开始工作。

实现上述过程需满足如下几个条件：① 三轴试验仪的压力室结构必须是轴对称的，且周围不能有高密度的介质（如常规三轴仪中支撑压力室的不锈钢柱）；② 为保证试验过程中试样始终在视场范围之内，试样尺寸不能太大。③ 三轴仪的重量不能超出旋转台等装置的承载极限。

基于上述思路，结合上海同步辐射光源 BL13W1 线站系统装置，设计了能用于土体显微 CT 扫描的三轴试验仪。装置高约 52 cm，重约 20 kg，该装置设计试样尺寸为 8 mm×16 mm（直径×高度），最大围压为 2 MPa，最大轴向加载力 5 kN，加载速度范围为 1～1 000 μm/min，能实现位移控制加载与应力控制加载。该装置在结构上与常规土工三轴试验仪类似，由轴向加载设备、围压加载设备、数据采集和控制设备以及制样设备构成。图 2 给出了三轴试验仪的主体结构示意图。

3.2　轴向加载设备

轴向加载设备由伺服控制的旋转步进马达和订制的螺旋升降机通过涡轮传动构成（见图 2），能够实现轴向最大加载力达到 5 kN。旋转步进马达配合减速比为 16:1 的螺旋升降机以及减速比为 10:1 的涡轮，能够实现轴向加载速度范围为 1～1 000 μm/min。

3.3　围压加载设备

三轴试验中的围压由常规三轴仪中常使用的 GDS 加压设备提供（见图 2）。加压设备以水为加载媒介，能够在加载过程中维持围压恒定。为适应 X 射线显微 CT 的需要，该三轴仪压力室在结构上不同于常规三轴仪：其周围不能有其他部件挡住 X 射线的光路。等向固结时，压力室承受均匀水压力；在剪切时，压力除了承受水压力外，还需承受由试样反力所产生的轴向拉力。与此同时，为提高试验的成像效果，压力室的厚度不应太大，且压力室需使用高透光率材料。因此，该三轴仪采用透明的 PC 材料为压力室材料，并采用了图 2 所示的断面形式（腹部厚度为 20 mm）。

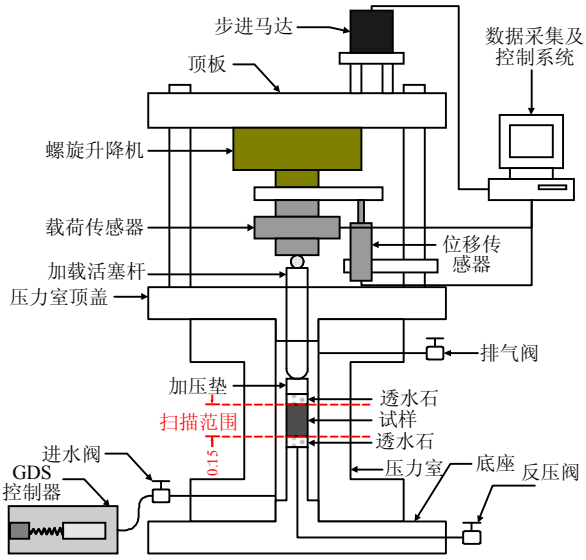


图 2　三轴试验仪的主体结构示意图

Fig.2　Schematic of triaxial test apparatus

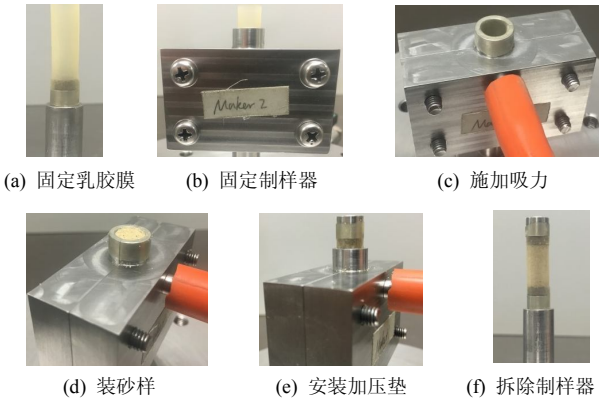
3.4　数据采集及控制设备

数据采集及控制设备由数据采集仪、微型计算机、力和位移传感器组成。三轴试验装置采用微型拉压力传感器监测加载过程中施加在试样上的轴向力，用直线位移传感器（LVDT）监测试验过程中试样的轴向位移。力传感器与位移传感器通过电缆连接到数据采集器中。通过自行编制的代码，利用微型计算机实现读取数据采集仪采集到的数据，并通过指令操作马达控制器，驱动马达转动，从而实现由位移控制或应力控制的三轴试验。

3.5　制样设备

制样模具由两个含相同尺寸半圆柱面的不锈钢模具构成，两部分通过 4 个螺栓连接。为提高模具制样时的密封性，增加了两部分模具的接触面积。另外，为确保制样的精度，模具的表面也作了特殊

的磨光处理。制样时，先将三轴仪底座端部圆周涂抹凡士林，并将透水石置于底座上，套上乳胶膜（见图 3(a)），然后将锁紧的模具固定在底座上（见图 3(b)）；在模具管嘴处施加吸力（约 100 kPa），并将乳胶膜上部固定于模具上端，固定时需确保乳胶膜紧贴模具内壁（见图 3(c)）；将预先称好的砂样分层均匀装入乳胶膜内（见图 3(d)）；在砂样上表面放置一块透水石与不锈钢加压垫，在加压垫圆周涂上凡士林，并将乳胶膜上部固定在加压垫上（见图 3(e)）；撤除模具管嘴处吸力，并在三轴仪底座阀门处施加吸力，最后拆除制样模具。通过上述步骤，可以制备如图 3(f)所示的尺寸约为 8 mm×16 mm (直径×高度) 的干砂土试样。



(a) 固定乳胶膜 (b) 固定制样器 (c) 施加吸力

(d) 装砂样 (e) 安装加压垫 (f) 拆除制样器

图 3 制样过程

Fig.3 Process of making sample

4 LBS 三轴剪切显微 CT 扫描试验

4.1 扫描设备与试验材料

为测试该三轴试验仪的性能，利用上海同步辐射光源 BL13W1 线站设备，进行了一组砂土三轴 X 射线显微 CT 扫描试验。扫描设备包括能量为 25 keV 的平行 X 射线光束光源，分辨率为 6.5 μm 的探测器，较轴过程中调节加载装置倾斜度用的双向摆台（最大静载为 30 kg），扫描过程中实现装置旋转载重为 60 kg 的旋转台，以及实现加载装置上下移动的升降台（最大载荷为 50 kg），见图 4。

试验材料为经过筛分后粒径为 0.60～1.18 mm 的 LBS，试样尺寸约为 8 mm×16 mm，试验围压为 1.5 MPa。由于光源光斑高度为 4.888 mm，小于试样高度（16 mm），完成整个试样在某一状态下的扫描需分 4 段进行，在每段完成后需通过升降台调节试样的高度位置。

4.2 试验过程

试验过程中整个加载装置置于线站的扫描室

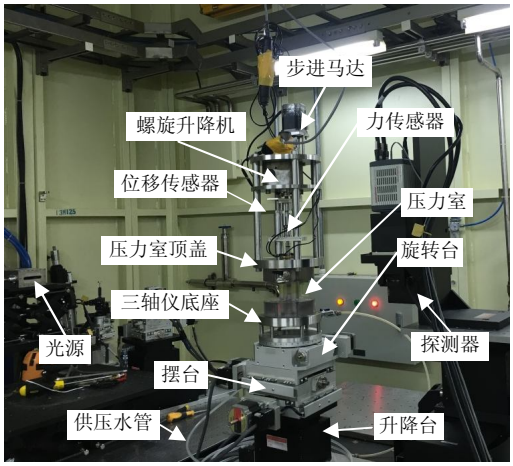


图 4 LBS 三轴剪切显微 CT 扫描试验

Fig.4 Triaxial test on LBS in conjunction with micro CT

内，试验的加载、数据采集以及扫描等控制在扫描室外的控制室内进行，以防止辐射。三轴试验过程中对试样共进行了 4 次显微 CT 扫描，用于追踪土体内部结构的变化。当围压加至 1.5 MPa 后进行了首次扫描；开始剪切后，在轴向应变约为 5%、10%、15%时又分别进行了扫描。整个试验过程中扫描与加载分开进行，试验步骤包括：①光源设备调试与准备。包括光源能量、探测器分辨率选定、光斑高度确定；旋转台、摆动台、升降装置的选用；旋转台的较轴等。②三轴试验仪设备的就位。包括微型计算机、数据采集仪、GDS 加压控制器以及连接线等的放置；应确保载荷传感器、位移传感器、步进马达等的连接线以及 GDS 控制器加压水管等在旋转台旋转 180° 时不挡住光路。③制备试样。按照图 3 所示步骤进行制样。④三轴仪的安装就位。完成制样后，先将压力室与顶盖固定，再通过螺栓固定在三轴仪底座上。将三轴仪底座固定在旋转台上，最后通过螺栓将三轴仪上部结构固定于压力室顶盖上。⑤施加围压。先接通步进马达电源（防止水压将活塞杆推出缸外），再通过 GDS 控制板将围压增至目标压力（1.5 MPa）。⑥扫描试样。对整个试样分 4 段进行扫描，扫描过程中转台匀速逆时针旋转 180°，每段扫描完成后顺时针转回原来位置，再通过升降装置升高或降低试样，进行下一次扫描。每段扫描共拍得约 1 080 张投影图，曝光时间为 0.08 s，整个试样扫描在 15 min 内完成。⑦轴向加载。通过控制程序以恒定速率 33.34 μm/min 施加轴向力。⑧暂停加载。当试样轴向应变达到预定位置后暂停加载。⑨重复步骤⑥～⑧，直至加载完成。

4.3 试验结果

图 5 给出了 LBS 在 1.5 MPa 围压下三轴剪切的

应力-应变曲线。从图中可以看出，试样剪应力在轴向应变 5%附近达到峰值，并在轴向应变约为 10%时开始降低，约为 15%时趋于临界状态。试验曲线在临近峰值阶段及达到峰值后剪应力值出现波动，这可能与试样中颗粒数目少，剪切带形成时颗粒滑移、破碎有关，但这并不影响试样总体的应力-应变特性。临界状态时测得剪应力对应的 LBS 抗剪强度摩擦角约为 33.5°（由于试验未测得体变，图中应力-应变曲线并未进行体变修正），这与文献[28]中关于石英砂强度特性的报道相一致。值得注意的是，图 5 所示的后 3 次扫描点处剪应力值均出现了较大跳动，这是扫描过程中应力松弛造成的。但由于扫描时间短（每次扫描不超过 15 min），这种影响并没有造成重建时显微 CT 图像不清晰的情况。

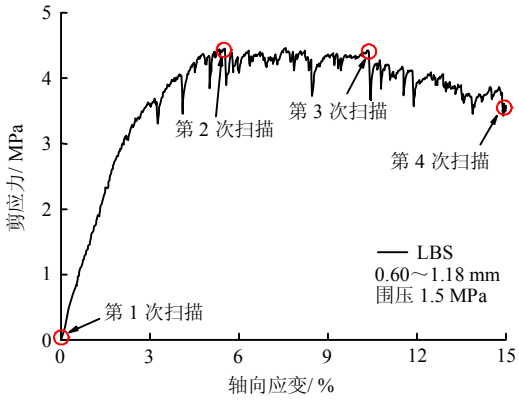
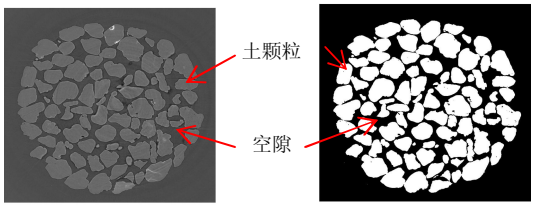


图 5　应力-应变曲线
Fig.5　Stress-strain curve

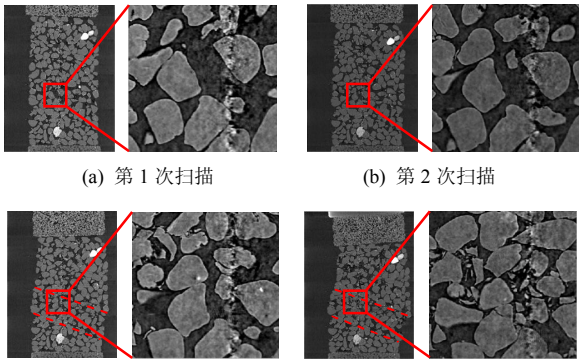
图 6 给出了 LBS 试样在等向固结后剪切前显微 CT 图像的某一水平切片，从中可以清晰地分辨出 LBS 颗粒与试样内的孔隙（见图 6(a)）。通过对图像进行阈值分割，可以得到切片的二值化图像以用于进行后续的图像分析（见图(b)）。



(a) 灰度图　　(b) 二值图

图 6　LBS 试样某一水平显微 CT 切片
Fig.6　A horizontal micro CT slice of LBS sample

对比不同加载阶段下 LBS 试样显微 CT 图像在同一位置处的竖直切片，可以观察试样内部结构在加载过程中的演化（见图 7）。对比图 7(a)、7(b)、7(c)和应力-应变曲线（见图 5）可知，试样在剪应力刚达到峰值（轴向应变约为 5%）时并未出现比较明显的剪切带（见图 7(b)）；而当剪应力峰值段结束时（轴向应变约 10%时），已出现比较明显的剪切带（见图 7(c)）；在临近临界状态时（轴向应变约 15%）时，剪切带已经非常明显（见图 7(d)），可以推断剪切带在应力峰值阶段开始形成，这与文献[29]中平面剪切试验得到的结论相一致。另需指出，试验观察到的剪切带与常规试验相比较为平缓，这主要是受到试样尺寸效应的影响。另外，对比图 7(a)～7(d)，可见少量颗粒破碎，主要集中在剪切带内。



(a) 第 1 次扫描　　(b) 第 2 次扫描

(c) 第 3 次扫描　　(d) 第 4 次扫描

图 7　LBS 试样某一竖直显微 CT 切片
Fig.7　A vertical micro CT slice of LBS sample

5　结　论

在传统土工三轴试验仪的基础上进行了改进，研制出能用于进行土体显微 CT 扫描三轴试验的微型三轴试验仪。对该装置进行测试显示，应力-应变曲线合理，显微 CT 图像清晰。结合图像处理分析技术，利用该装置开展颗粒土体细微观力学特性演化的研究将是本文的后续研究计划，包括：

（1）研究土体内部孔隙结构分布演化，如研究土体的各向异性特性；

（2）利用 DIC（digital image correlation）技术，可以研究土体三轴试验下应变分布的演化，探索土体剪切过程中应变局部化的演化规律；

（3）颗粒尺度微观结构的演化。借助图像处理分析技术，对单个颗粒进行追踪，可以研究三轴剪切下颗粒的旋转、移动等。在高围压下对砂土进行剪切试验，还可以用于研究颗粒破碎，颗粒表面形态等的演化。

开展上述几个方面的研究将对解释土体宏观力学行为，建立考虑土体微观力学特性的宏观本构模型提供重要依据。

致谢：感谢伦敦大学学院（University College London）Matthew Richard Coop 教授以及香港城市大学试验室技术员 TSANG Thomas 和 WONG TM 先生为本文试验仪器的开发提供的指导与帮助！感谢上海同步辐射光源 13 号线站为本文试验提供扫描成像设备！感谢同济大学蒋明镜教授为本文试验提供 GDS 加压设备！感谢中国科学院上海应用物理研究所谢红兰博士、付亚楠博士和杜国浩先生在显微 CT 扫描过程中给予的指导和帮助！

参 考 文 献

[1] WANG J, YAN H. On the role of particle breakage in the shear failure behavior of granular soils by DEM[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2013, 37(8): 832－854.

[2] WANG J, YAN H. DEM analysis of energy dissipation in crushable soils[J]. **Soils and Foundations**, 2012, 52(4): 644－657.

[3] COOP M R, SORENSEN K K, FREITAS T B, et al. Particle breakage during shearing of a carbonate sand[J]. **Geotechnique**, 2004, 54(3): 157－163.

[4] CUNDALL P, STRACK O. A discrete numerical-model for granular assemblies[J]. **Geotechnique**, 1979, 29(1): 47－65.

[5] IWASHITA K, ODA M. Rolling resistance at contacts in simulation of shear band development by DEM[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 1998, 124(3): 285－292.

[6] 蒋明镜, 李秀梅, 孙渝刚, 等. 考虑颗粒抗转动的砂土双轴试验离散元模拟[J]. 岩土力学, 2009, 30(增刊 2): 514－517.
JIANG Ming-jing, LI Xiu-mei, SUN Yu-gang, et al. Discrete element simulation of biaxial compression test considering rolling resistance[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(Supp.2): 514－517.

[7] ZHOU B, HUANG R, WANG H, et al. DEM investigation of particle anti-rotation effects on the micromechanical response of granular materials[J]. **Granular Matter**, 2013, 15(3): 315－326.

[8] ROTHENBURG L, BATHURST R J. Micromechanical features of granular assemblies with planar elliptical particles[J]. **Geotechnique**, 1992, 42(1): 79－95.

[9] TING J M, MEACHUM L, ROWELL J D. Effect of particle shape on the strength and deformation mechanisms of ellipse-shaped granular assemblages[J]. **Engineering Computations**, 1995, 12(2): 99－108.

[10] PENA A, GARCIA-ROJO R, HERRMANN H J. Influence of particle shape on sheared dense granular media[J]. **Granular Matter**, 2007, 9(3-4): 279－291.

[11] LEE Y, FANG C, TSOU Y R, et al. A packing algorithm for three-dimensional convex particles[J]. **Granular Matter**, 2009, 11(5): 307－315.

[12] MATSUSHIMA T, SAOMOTO H. Discrete element modeling for irregularly-shaped sand grains[C]// Proceedings of Numerical Methods in Geotechnical Engineering. Paris: [s. n.], 2002.

[13] ZHOU B, WANG J, ZHAO B. Micromorphology characterization and reconstruction of sand particles using micro X-ray tomography and spherical harmonics[J]. **Engineering Geology**, 2015, 184: 126－137.

[14] LOBO-GUERREO S, BALLEJO L. Crushing a weak granular material: experimental numerical analyses[J]. **Geotechnique**, 2005, 55(3): 245－249.

[15] MCDOWELL G R, DE-BONO J P. On the micro mechanics of one-dimensional normal compression[J]. **Geotechnique**, 2013, 63(11): 895.

[16] 周博, 黄润秋, 汪华斌, 等. 基于离散元法的砂土破碎演化规律研究[J]. 岩土力学, 2014, 35(9): 2709－2716.
ZHOU Bo, HUANG Run-qiu, WANG Hua-bin, et al. Study of evolution of sand crushability based on discrete elements method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2014, 35(9): 2709－2716.

[17] ODA M. Initial fabrics and their relations to mechanical properties of granular material[J]. **Soils and Foundations**, 1972, 12(1): 17－36.

[18] KONAGAI K, TAMURA C, RANGELOW P, et al. Laser-aided tomography: a tool for visualization of changes in the fabric of granular assemblage[J]. **Structural Engineering/Earthquake Engineering**, 1992, 9(3): 193s－201s.

[19] NAKAGAWA M, ALTOBELLI S A, CAPRIHAN A, et al. Non-invasive measurements of granular flows by magnetic resonance imaging[J]. **Experiments in Fluids**, 1993, 16(1): 54－60.

[20] ALSHIBLI K, MACARI E, STURE S. Digital imaging techniques for assessment of homogeneity of granular materials[J]. **Journal of the Transportation Research Board**, 1996, 1526: 121－128.

[21] ALSHIBLI K, BATISTE S N, SWANSON R A, et al. Quantifying void ratio variation in sand using computed tomography[C]//[S. l.]: Geotechnical Special Publication, 2000: 30－43.

[22] 陈正汉, 卢再华, 蒲毅彬. 非饱和土三轴仪的 CT 机配套及其应用[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(4): 387－392.
CHEN Zheng-han, LU Zai-hua, PU Yi-bin. The matching of computerized tomograph with triaxial test apparatus for unsaturated soils[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2001, 23(4): 387－392.

[23] 葛修润, 任建喜, 蒲毅彬, 等. 煤岩三轴细观损伤演化规律的 CT 动态试验[J]. 岩石力学与工程学报, 1999,

18(5): 497－502.
GE Xiu-run, REN Jian-xi, PU Yi-bin, et al. A real-in-time CT triaxial testing study of meso-damage evolution law of coal[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1999, 18(5): 497－502.

[24] 仵彦卿, 丁卫华, 蒲毅彬, 等. 压缩条件下岩石密度损伤增量的 CT 动态观测[J]. 自然科学进展, 2000, 10(9): 830－835.
WU Yan-qing, DING Wei-hua, PU Yi-bin, et al. CT real-time observation of rock density damage increment under compression condition[J]. **Progress in Natural Science**, 2000, 10(9): 830－835.

[25] ALIKARAMI R, ANDO E, GKIOUSAS-KAPNISIS M, et al. Strain localisation and grain breakage in sand under shearing at high mean stress: insights from in situ X-ray tomography[J]. **Acta Geotechnica**, 2015, 10(1): 15－30.

[26] HASAN A, ALSHIBLI K. Three dimensional fabric evolution of sheared sand[J]. **Granular Matter**, 2012, 14(4): 469－482.

[27] 李小春, 曾志姣, 石露, 等. 岩石微焦 CT 扫描的三轴仪及其初步应用[J]. 岩石力学与工程学, 2015, 34(6): 1128－1134.
LI Xiao-chun, ZENG Zhi-jiao, SHI Lu, et al. Triaxial apparatus for micro-focus CT scan of rock and its preliminary application[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2015, 34(6): 1128－1134.

[28] BOLTON M D. The strength and dilatancy of sands[J]. **Geotechnique**, 1987, 37(2): 219－226

[29] MOKNI M, DESRUES J. Strain localization measurements in undrained plane-strain biaxial tests on Hostun RF sand[J]. **Mechanics of Cohesive-frictional Materials**, 1999, 4(4): 419－441.

上接第 1108 页

[10] 王汉辉, 王均星, 王开治.边坡稳定的有限元塑性极限分析[J]. 岩土力学, 2003, 24(5): 733－738.
WANG Han-hui, WANG Jun-xing, WANG Kai-zhi. Plastic limit analysis of slope stability using finite element[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(5): 733－738.

[11] 陈炜, 王均星, 辛丽萍, 等. 楔形体稳定的塑性极限分析下限法[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(3): 431－436.
CHEN Wei, WANG Jun-xing, XIN Li-ping, et al. Lower bound method of plastic limit analysis for wedge stability[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2009, 31(3): 431－436.

[12] ZHANG X. Slope stability analysis based on the rigid finite element method[J]. **Géotechnique**, 1999, 49(5): 585－593.

[13] CHEN J, YIN J H. Rigid finite element method for upper bound limit analysis of soil slopes subjected to pore water pressure[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 2004, 130(8): 886－893.

[14] LIU F, ZHAO J. Limit analysis of slope stability by rigid finite element method and linear programming considering rotational failure[J]. **International Journal of Geomechanics**, 2013, 13(13): 827－839.

[15] DURAND A F, VARGES J E A, VAZ L E. Applications of numerical limit analysis (NLA) to stability problems of rock and soil masses[J]. **International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences**, 2006, 43: 408－425.

[16] 郑惠峰, 陈胜宏, 吴关叶. 岩石边坡稳定的块体单元极限分析上限法[J]. 岩土力学, 2008, 29(增刊 1): 323－327.
ZHENG Hui-feng, CHEN Sheng-hong, WU Guan-ye. Upper bound limit method for stability analysis of rock slopes by block element method[J]. **Rock and Soil Mechanics**,2008, 29(Supp.1): 323－327.

[17] 陈炜, 李泽, 王均星, 等. 三维块体元塑性极限分析下限法[J]. 岩土力学, 2010, 31(11): 3645－3650.
CHEN Wei, LI Ze, WANG Jun-xing, et al. Three-dimensional block elements plastic lower bound limit analysis method for slope stability[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(11): 3645－3650.

[18] 李泽, 张小艳, 王均星. 基于刚性块体系统的岩质边坡稳定性下限法研究[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(8): 1534－1540.
LI Ze, ZHANG Xiao-yan, WANG Jun-xing. Lower bound method for stability of rock slopes based on rigid block assemblages[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2012, 34(8): 1534－1540.

[19] ZIENKIEWICZ O C, TAYLOR R L. The finite element method[M]. [S. l.]: Osborne McGraw-Hill, 2008.

[20] DAS B M. Principles of geotechnical engineering[M]. [S. l.]: PWS Engineering, 1985.

[21] 樊赟赟, 王思敬, 王恩志, 等. 岩土材料剪切破坏点安全系数的研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(增刊 2): 200－203.
FAN Yun-yun, WANG Si-jing, WANG En-zhi, et al. Research on point safety factor of shear failure geomaterials[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(Supp.2): 200－203.