

DOI: 10.16285/j.rsm.2016.1099

# 冻土离心模型试验相似准则分析

张 晨<sup>1</sup>, 蔡正银<sup>1,2</sup>, 徐光明<sup>1</sup>, 黄英豪<sup>1</sup>

(1. 南京水利科学研究院 岩土工程研究所, 江苏 南京 210029; 2. 河南工业大学 土木建筑学院, 河南 郑州 450001)

**摘 要:** 在研究土壤冻融问题时, 土工离心模型试验在时间效应和应力全等型模拟方面更具优势。然而, 目前关于冻土离心模型试验的研究成果较少, 其中的相似准则也不够完善。针对这一现状, 在充分考虑土体的水-热-力耦合作用过程的基础上, 采用 Butterfield 量纲分析法确定了控制饱和土冻融变形性状的无量纲项, 建立了冻土离心模型试验中孔隙压力、热扩散、未冻水迁移、融土固结以及冻融变形的相似准则。分析结果表明, 冻土离心模型试验中未冻水迁移、融土固结及热扩散效应的非稳态时间具有统一的比尺, 即离心模型是原型的  $1/N^2$  倍, 而未冻水迁移流速的比尺为离心模型是原型的  $N$  倍。此外, 利用冻土离心模拟装置完成了一则对渠道基土冻融作用的离心模拟。

**关 键 词:** 寒区工程; 冻土; 离心模型试验; 量纲分析

中图分类号: TU 41

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2018)04-1236-09

## Dimensional analysis of centrifugal modeling of frozen soil

ZHANG Chen<sup>1</sup>, CAI Zheng-yin<sup>1,2</sup>, XU Guang-ming<sup>1</sup>, HUANG Ying-hao<sup>1</sup>

(1. Geotechnical Engineering Department, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing, Jiangsu 210029, China;

2. College of Civil Engineering and Architecture, Henan University of Technology, Zhengzhou, Henan 450001, China)

**Abstract:** Compared with the traditional physical model test, centrifugal test can simulate the long term process of soil freezing with full-scale stress in a short time. However, there are few researches on the centrifuge modeling of cold regions engineering. At present, scaling laws and similarity conditions of thermal dynamics of freezing soil in geotechnical centrifugal modeling are still not completed, which has become an uncertain factor in quantitative analysis of frost heave by centrifugal technique. Based on hydro-thermal-mechanical interaction process in saturated freezing soil, dimensionless variables have been established by Butterfield dimensional analysis method. The scale factors of the pore pressure, thermal diffusion, pore water migration, consolidation of freezing soil in centrifugal modeling have been derived. In centrifugal test, the effect of water migration, thawing soil consolidation and heat diffusion have the unified time factor  $1/N^2$  of the prototype model, and the scale of velocity of unfrozen water is  $N$  above the prototype model. In addition, an application of centrifugal modeling of frozen-thawing process about canals has been carried out by cold regions engineering centrifugal modelling facility.

**Keywords:** cold regions engineering; frozen ground; centrifugal modeling test; dimensional analysis

## 1 引 言

寒区工程易受冻害破坏的影响, 地基的冻结-融化层, 在冻融过程中土体性质受气温的变化直接影响着上部建筑物的稳定与安全<sup>[1]</sup>。随着西部大开发战略的逐步深入, 位于北方的土木、交通、水利设施的建设对我国寒区工程的冻害防护研究提出了

新的要求。

物理试验是开展寒区工程冻害防护研究的重要手段。土工离心模型试验借助离心机为模型创造与原型应力水平相同的应力场, 是目前最先进、最有效的物理模型试验方法之一<sup>[2]</sup>。在土工离心机上设置热交换装置, 理论上可实现对寒区工程原型的温度、变形、应力-应变等过程量的准确模拟。自 20

收稿日期: 2016-05-16

基金项目: 国家重点研发计划(No. 2017YFC0405100); 水利部技术示范项目(No. SF-201704); 自然科学基金项目(No. 51709185); 中央公益性科研院所基本科研专项(No. Y316023)。

This work was supported by the National Key Research and Development Program (2017YFC0405100), the Technical Demonstration Project of China Ministry of Water Resource(SF-201704), the National Natural Science Foundation of China (51709185) and the Fundamental Research Funds for Central Institutes of China (Y316023).

第一作者简介: 张晨, 男, 1988 年生, 博士, 主要从事土工模型试验方面的研究工作。E-mail: czhang@nhri.cn

世纪 90 年代以来,国外学者对寒区工程中的埋管工程<sup>[3-4]</sup>、地基基础<sup>[5-6]</sup>、人工冻土<sup>[7-8]</sup>、永久冻土的融沉<sup>[9]</sup>等进行了离心模型试验研究,取得了许多有价值的成果。就国内而言,陈湘生等<sup>[10-11]</sup>利用半导体制冷技术,完成了关于土壤冻融问题的离心模型试验。黄英豪等<sup>[12]</sup>改进了半导体热交换装置,研制了热交换冷却水循环系统,利用该成套设备完成了关于渠道冻害问题的离心模型试验<sup>[13]</sup>。这些研究为我国冻土离心模拟技术的发展起到了很好的促进作用。

然而,相比于其他领域的土工离心模型试验研究,冻土离心模型试验的研究成果仍然偏少,其中相似准则的研究也并不完善。已开展的试验中采用的相似准则大都依据 Savvidou 关于土工离心模型试验的中热扩散效应的相似准则<sup>[14]</sup>,在此基础上开展离心模型试验对相似准则进行了验证。但冻土作为一种复合多相介质,孔隙水相变引起的变形是土中水、热、力三场的共同作用的结果<sup>[15]</sup>,仅从单一地热扩散角度给出相似准则是不完备的,必须从机制的角度出发对冻土离心模型试验的相似准则进行分析、论证。此外,有关冻胀变形的缩比也大都基于试验结论进行验证,而土体冻融过程中的未冻水迁移、分凝冰生成等作用在离心场中的性状也不明确。因此,对冻土离心模型试验中的相似准则进行全面的分析是十分必要的。目前,国内关于这一领域的研究还仍处在起步阶段,本文将从机制出发,对冻土离心模型试验中的物理量的比尺准则进行完善的分析和探讨。

## 2 Butterfield 量纲分析法

模型相似准则的研究方法主要包括方程分析法和量纲分析法。其中,量纲分析法基于量纲的白金汉定理( $\pi$ 定理),根据物理现象中包含的主要变量导出无量纲数,利用无量纲数建立模型与原型之比尺准则。采用量纲分析产生的无量纲数,对较为复杂的物理现象的量纲分析具有显著的优势。

在使用白金汉定理对机制尚不明确的物理过程进行相似分析时,往往很难得到令人满意的结果。原因是白金汉定理只给出了得到不变量的必要条件,然而,倘若一些不具有量纲或具有相同量纲的变量,或是一些参数加入到生成的无量纲项中,可能会造成分析结果不能形成一个清晰的量纲结构。为克服上述弊端,Butterfield<sup>[16]</sup>建立了使白金汉定理满足充分必要条件的一种量纲分析法则,具体为:

(1) 将某一物理过程包含或可能包含的所有变量列出,生成变量集合  $V$ , 变量个数记为  $n$ ; 同时

给出这些变量的量纲,所需基本量纲个数记为  $m$ 。

(2) 从集合  $V$  中定义一个集合  $R$ ,  $R$  中变量的量纲彼此完全不同。

(3) 从集合  $R$  中选出变量组成集合  $Q$ , 这些变量称为重复变量。重复变量集合中不能含有相同量纲的变量、无量纲的变量、量纲互为幂的变量,且  $Q$  不能组成一个无量纲数。集合  $Q$  中包含的变量个数按所需量纲个数  $m$  确定。

(4) 集合  $Q$  可与剩下的变量集合 ( $V-Q$ ) 中的变量逐个不受约束的组成无量纲数。

冻土的物理力学性质受诸多因素影响,选定控制方程进行相似分析会导致出现错误的结果<sup>[16]</sup>。相对而言,Butterfield 量纲分析法可以较好地反映具有较为复杂的物理过程问题中独立变量和因变量之间的关系,已在一些土工离心模型试验相似准则分析中得到了应用,被证明是行之有效的<sup>[17-18]</sup>。因此,本文决定采用 Butterfield 量纲分析法对冻土离心模型试验中的相似准则进行分析。

## 3 离心模型试验中的冻融过程

无论是 1g 常应力小比尺模型试验、足尺试验还是离心模型试验,都需要明确原型的物理、力学作用过程,通过适当地简化突出待研究问题的主要矛盾。对渠道冻融离心模型试验的相似准则进行分析,应首先考察冻土离心模型试验的基本要素和物理、力学过程。

现以均质土层的冻融过程为例,冻土离心模型试验典型模型布置剖面如图 1 所示。模型中的独立变量为:设置的土层厚度  $L$ , 宽度  $D$ , 土层具有的初始温度  $T_0$ ; 设置模型表面为换热边界,具有某一恒定温度  $T$ , 模型四周和底部为绝热边界,单向温度条件;模型可以为封闭系统,也可以是开放系统,水位线位于土层表面以下某一位置,水深  $H$ , 惯性加速度  $g$ , 表面超载  $q$ 。原型中变量和模型中变量分别用角标  $p$  和  $m$  表示,为方便分析,原型与模型变量之比用  $n$  加变量名标记(例如  $L_p/L_m=n_L$ )。

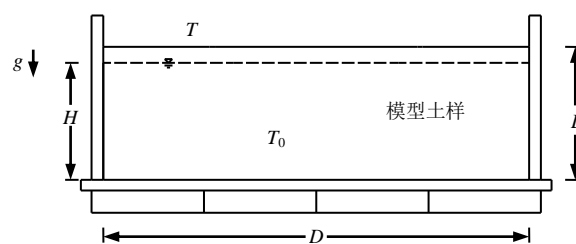


图1 冻土离心模型试验示意图  
Fig.1 Centrifugal modeling of frozen soil

设模型土体已在自重作用下固结完成, 假定土颗粒不可压缩, 土体骨架的物理性质指标有:  $f$  为反映土颗粒的粒径、级配、形状的参量;  $d$  为土颗粒平均粒径, 用于表征颗粒形状和颗粒尺寸;  $\rho_d$  为土的干密度;  $c$  为黏聚力;  $\varphi$  为内摩擦角;  $n$  为孔隙率;  $n_0$  为初始孔隙率。

当模型表面温度发生变化后, 模型土体发生一系列物理、力学过程, 下面分述包含或可能包含的过程。

### 3.1 冻土的热学属性

土的热学属性包括热传导性、热扩散性、热容、潜热等。土的导热系数  $\lambda$  是反映土体的导热能力的指标, 土的导热系数与干密度、含水(冰)率和温度有关<sup>[19]</sup>。分别用角标  $s$ 、 $l$ 、 $i$  标记土骨架、孔隙水、孔隙冰的导热系数, 即  $\lambda_s$ 、 $\lambda_l$ 、 $\lambda_i$ , 单位  $W/(m \cdot K)$ 。土的体积热容可用各组分的热容计算:

$$C = \rho_d(C_s + C_l\theta + C_i\theta_i) \quad (1)$$

式中:  $C_s$ 、 $C_l$ 、 $C_i$  分别代表固相、孔隙水、孔隙冰的体积热容( $J/(m^3 \cdot ^\circ C)$ );  $\theta$ 、 $\theta_i$  分别表示土的含水率和体积含冰率。热扩散系数  $\alpha$  表征土中热量扩散的能力  $\alpha = \lambda / c\rho$ , 通常情况下冻土的热扩散系数远高于融化状态时的热扩散系数 ( $m^2/s$ )。相变潜热表示单位质量或单位体积的孔隙水相变成冰时释放的热量, 记作  $L_{eff}$ ; 温度不变条件下 1 kg 的水转化为冰时释放的热量大约为 333.7 kJ<sup>[20]</sup>。体积潜热的单位为  $kJ/m^3$ , 同样的, 土体融化时需要吸收相同的热量。

### 3.2 未冻水的迁移

冻土中存在一定量的未冻水。土体冻结过程中沿着冷源方向上的各种作用力的梯度促使水分向冻结锋面方向迁移、积聚, 并冻结成冰, 体积膨胀。未冻水的含量与土质、温度、外荷载及冻融历史密切相关<sup>[21]</sup>。研究表明, 冻土中未冻水迁移服从达西定律, 假定达西定律对冻土中稳定流和非稳定流均有效, 那么, 未冻水迁移的流速为<sup>[19]</sup>

$$u_l = -k\nabla\psi \quad (2)$$

式中:  $u_l$  为孔隙水流速;  $k$  为土的渗透系数 ( $m/s$ );  $\psi$  为土水势;  $\nabla$  为拉普拉斯算子。

土水势  $\psi$  是未冻水迁移的驱动力。土水势为重力势、压力势、温度势、基质势及溶质势各分势的总和。关于水分迁移的驱动力, 先后有 14 种假设<sup>[22]</sup>, 目前被大多数学者承认和运用的主要驱动理论为毛细理论和薄膜理论。忽略溶质势, 饱和状态下基质

势为 0, 且当温度与渗透压相关时, 温度势为 0<sup>[23]</sup>。因此, 饱和冻土中单位重量的土水势为

$$\psi = \psi_P + \psi_G = \frac{P_w}{\rho_w g} + z \quad (3)$$

式中:  $\psi_P$ 、 $\psi_G$  分别代表土水势中的压力势和重力势;  $P_w$  为孔隙水压力;  $z$  为重力势能。

### 3.3 冻土的本构关系

根据 Miller 第二冻胀理论<sup>[22]</sup>, 冻土的有效应力原理可以表示为

$$\sigma = P_{por} + \sigma' \quad (4)$$

式中:  $\sigma$  为土体的总应力;  $P_{por}$  为孔隙压力;  $\sigma'$  为土骨架的有效应力。孔隙压力  $P_{por}$  包括孔隙水压力  $P_w$  和孔隙冰压力  $P_i$ , 即  $P_{por} = \chi P_w + (1 - \chi)P_i$ ; 其中  $\chi$  为孔隙压力分配系数, 该数为无量纲数且与体积含冰率有关。

对于孔隙水压力与孔隙水冻结温度关系的描述, 根据 Clapeyron 方程, 孔隙水压力  $P_w$ 、孔隙冰压力  $P_i$  与孔隙水冻结温度  $T_f$  之间的关系可表示为<sup>[23]</sup>

$$\frac{P'_w}{\rho_w} - \frac{P'_i}{\rho_i} = L_{eff} \ln \left( \frac{T'}{T_f} \right) \quad (5)$$

式中:  $P'_w$ 、 $P'_i$  分别为  $P_w + P_a$ 、 $P_i + P_a$ ,  $P_a$  为大气压力。这里的  $T'$  为开氏温度,  $T_f$  为开氏温度对应的冻结温度值。

冻土在荷载作用下的变形包括瞬时变形和温度变形(暂不考虑冻土的蠕变变形):

$$\varepsilon_v(t) = \varepsilon^e(t) + \varepsilon^T(t) \quad (6)$$

式中:  $\varepsilon^e(t)$  为由于应力引起的瞬时应变;  $\varepsilon^T(t)$  为由温度引起的温度应变。将冻土视为各向同性的弹性材料<sup>[22]</sup>, 由土体的弹性模量  $E$ 、泊松比  $\nu$  可计算冻土的瞬时应变。土体的热膨胀系数  $\beta$  定义为单位长度上土体关于温度  $T$  的变形率 ( $^\circ C^{-1}$ )<sup>[20]</sup>。

Takagi 分凝冻结理论<sup>[24]</sup>认为, 冻土表面出现冻胀变形的原因是冰-水界面上的未冻水薄膜中形成一种似固体应力, 冻胀应力由薄膜水中的似固体应力决定, 当分凝冰含量超过某一值后, 孔隙水压力大于表面超载, 此时表面开始出现冻胀变形。表面冻胀率  $\eta$  计作  $\eta = h/L$ , 其中  $h$  为表面冻胀量。冻结过程中未冻水相变成冰使得孔隙体积增大, 此后水分逐渐由未冻区向冻结锋面附近迁移以补充孔隙液相水的散失; 此后逐渐形成水平的不连续的冰凌,

冰棱进一步地阻隔水分迁移,最终分布于冻结缘的上端。Nixon<sup>[25]</sup>建议使用分凝压力  $P_{sep}$  判断冰棱的形成,即当孔隙压力  $P_{por} \geq P_{sep}$  形成冰棱。

### 3.4 冻土的融沉固结

对于冻土的融沉固结中有效应力与体积的关系,可采用图2进行描述<sup>[26]</sup>。 $a$ 至 $b$ 点反映了冻结过程中有效应力的增长使得孔隙体积发生小的压缩过程; $b$ 至 $d$ 点表示温度升高后导致孔隙冰融化,进而发生融沉固结,其中 $b$ 至 $c$ 段为孔隙冰融化引起的体积变化, $c$ 至 $d$ 段为融土中孔隙水消散及在自重应力下的固结这一过程中的体积变化。外荷载作用下融土的固结即 Terzaghi 一维固结理论。固结系数  $C_v$  反映了融土固结过程的时间效应,单位为  $m^2/s$  或  $m^2/d$ 。

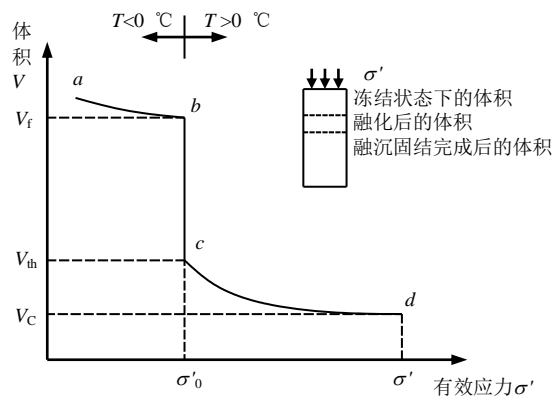


图2 冻土融沉固结过程中的体积变化<sup>[26]</sup>  
Fig.2 Volume change during the thawing process of frozen soil<sup>[26]</sup>

## 4 无量纲项的导出

根据 Butterfield 量纲分析法,首先将以上离心模型试验中饱和土体的冻融作用过程中涉及的物理力学特性、参量列出,并采用基本量纲组(质量:M、长度:L、时间:T、温度:Θ)给出各参量的量纲形式,如表1所示。

表中包含了冻土冻融作用过程的共计33个物理量。现将所有变量生成变量集合  $V$ :

$$V(d, L, \rho_i, \rho_l, \rho_s, k, \mu, C_s, C_l, C_i, \lambda_l, \lambda_i, \lambda_s, \theta, \theta_i, L_{eff}, u_l, g, v, \sigma', c, \beta, \phi, f, \varepsilon_v, n, \eta, C_v, E, P_{sep}, P_{por}, h, q, t, \psi, T) \quad (7)$$

其中已知的无量纲数有  $f, \phi, n, \theta, \theta_i, \chi, \varepsilon_v, v, \eta$ 。已有的无量纲数理论上可以与将要导出的任意无量纲项进行组合生成新的无量纲项,这些无量纲数在离心模型试验中具有重要的意义,但

在无量纲项分析时应舍去<sup>[16]</sup>。现将具有不同相的相同的物性量,即导热系数  $\lambda$ 、比热  $C$ 、密度  $\rho$  标记为同一项,进一步地,集合  $V$  写作:

$$V(d, L, \rho, k, \mu, C, \lambda, L_{eff}, u_l, g, \sigma', c', \beta, \psi, E, P_{sep}, P_{por}, H, D, h, q, t, T) \quad (8)$$

根据白金汉定理,  $n=23, m=4$ , 可以生成  $n-m=19$  组无量纲项。 $d, L, H, D, h, \psi$  的量纲均为 L, 而  $\sigma', c', E, P_{sep}, P_{por}, q$  的量纲均为  $ML^{-1}T^{-2}$ 。此外,体积潜热  $L_{eff}$  与应力量,渗透系数  $k$  与孔隙水流速  $u_l$  也具有相同的量纲。

表1 所涉及的物理量及量纲  
Table 1 Quantity and dimension in centrifugal modeling of frozen ground

符号	名称	量纲	单位
$d$	粒径	L	mm
$f$	结构性参量		
$\sigma'$	有效应力	$L^{-1}MT^{-2}$	kPa
$c$	黏聚力	$L^{-1}MT^{-2}$	kPa
$\phi$	内摩擦角		
$C(C_s, C_l, C_i)$	体积热容	$L^{-1}MT^2\Theta$	$J/(m^3 \cdot ^\circ C)$
$\lambda(\lambda_l, \lambda_i, \lambda_s)$	导热系数	$LMT^{-3}\Theta^{-1}$	$W/(m \cdot K)$
$n$	孔隙率		
$\theta$	含水率		
$\theta_i$	体积含水率		
$\rho(\rho_s, \rho_l, \rho_i)$	密度	$L^{-3}M$	$kg/m^3$
$\mu$	动力黏度	$L^{-1}MT^{-1}$	$N \cdot s/m^2$
$u_l$	孔隙水流速	$LT^{-1}$	m/s
$\chi$	孔隙压力系数		
$H$	水位	L	m
$\gamma$	重度	$L^{-2}MT^{-2}$	$N/m^3$
$L_{eff}$	相变潜热	$L^{-1}MT^2$	$J/m^3$
$P_{por}$	孔隙压力	$L^{-1}MT^{-2}$	kPa
$P_{sep}$	分凝压力	$L^{-1}MT^{-2}$	kPa
$\psi$	土水势	L	m
$\varepsilon_v$	体变		
$E$	弹性模量	$L^{-1}MT^{-2}$	kPa
$v$	泊松比		
$h$	冻胀量	L	m
$\beta$	热膨胀系数	$\Theta^{-1}$	$^\circ C^{-1}$
$L$	土层厚度	L	m
$D$	模型宽度	L	m
$g$	重力加速度	$LT^{-2}$	$m/s^2$
$t$	时间	T	s
$T$	温度	$\Theta$	$^\circ C$
$\eta$	冻胀率		
$C_v$	固结系数	$L^2T^{-1}$	$m^2/s$
$q$	均布荷载	$L^{-1}MT^{-2}$	kPa

然后选取重复变量,生成重复变量集合  $R(L,$

$\rho$ 、 $\mu_1$ 、 $c$ 、 $\lambda$ 、 $u_1$ 、 $g$ 、 $P_{\text{por}}$ 、 $\beta$ 、 $t$ 、 $T$ 。

进一步地, 将  $\rho g$  写作重度  $\gamma$ , 集合  $R(L, \mu, c, \lambda, u_1, \gamma, P_{\text{por}}, \beta, t, T)$ 。选取  $L, \gamma, t, T$  组成集合  $Q$ , 即  $Q(L, \gamma, t, T)$ 。将集合  $Q$  与  $(V-Q)$  中的变量组成无量纲项, 最终得出:

$$(d/L, kt/L, \mu/Lt\gamma, C/L\gamma T, \lambda tT/L^3\gamma, L_{\text{eff}}/L\gamma, u_1t/L, \sigma'/L\gamma, c/L\gamma, C_vt/L^2, \beta T, \psi/L, E/L\gamma, P_{\text{sep}}/L\gamma, P_{\text{por}}/L\gamma, H/L, D/L, h/L, q/L\gamma) \quad (9)$$

集合中的无量纲项及前述无量纲数控制着离心模型试验中饱和正冻土冻胀变形作用性状。现从尺寸、热扩散效应、应力-应变关系、水分迁移等方面建立并分析冻土离心模型试验的相似准则。

## 5 相似准则的建立与分析

### 5.1 尺寸

导出的无量纲项  $H/L$ 、 $D/L$ 、 $d/L$  与模型中的尺寸效应有关。对于反应宏观尺寸的无量纲数  $H/L$ 、 $D/L$ , 要求模型试验中  $H/L=1$ 、 $D/L=1$ , 在离心模型试验中是恒成立的 (离心模型试验设计要求  $n_L=N$ , 其中  $N$  为试验模型率, 原型比模型, 下同), 对于反应微观尺寸的无量纲数  $d/L$  (即土颗粒粒径与结构尺寸之比), 要求  $d/L=1$ , 根据  $n_L=N$ , 那么模型中的土体材料粒径的相似率应当为  $N$ , 这对于离心模型试验而言几乎是不可能的, 这种影响称为粒径尺寸效应<sup>[2]</sup>。目前认为离心模型试验中采用的土颗粒粒径与结构尺寸之比在  $1/28 \sim 1/32$  时产生的误差可以忽略。对于冻土离心模型试验而言, 还应考虑基土冻结相变产生的孔隙冰的尺寸效应。有研究指出, 超重场下冻土中分凝冻结过程中冰棱镜的生长不符合几何相似准则  $N$  倍的关系<sup>[27]</sup>, 这一相似准则可能与冰棱镜的生长与冻结速度和水分迁移速度有关, 不同的冻结速度和水分迁移速度可以引起冻结缘内水分场和温度场的变化, 从而造成不同的不连续分凝冰发育模式和规律, 形成不同层数、厚度各异的分凝冰结构<sup>[28-29]</sup>, 关于离心模型中分凝冰的尺寸效应和相似准则的唯一性还有待进一步的研究。

### 5.2 热扩散

含有物理量  $C$ 、 $\lambda$ 、 $L_{\text{eff}}$  的无量纲项有:  $L_{\text{eff}}/L\gamma$ 、 $\lambda tT/L^3\gamma$ 、 $C/L\gamma T$ , 这些无量纲项反映了土体内的热扩散效应。对于离心模型, 离心加速度  $n_g=1/N$ , 因此, 土体重度  $n_\gamma=1/N$ , 根据无量纲项  $L_{\text{eff}}/L\gamma$ , 可得  $n_{L_{\text{eff}}}=1$ , 这要求模型试验过程中产生的体积潜热与原型相等, 说明模型中单位体积的土中水因相变产生的热量具有不变性。

无量纲项  $\lambda tT/L^3\gamma$ 、 $C/L\gamma T$  要求离心模型与原

型相同。在离心模型试验中采用与原型相同的土体材料, 那么体积热容  $n_C=1$ , 导热系数  $n_\lambda=1$ 。已知温度  $n_T=1$ <sup>[2]</sup>, 因此, 不变量  $C/L\gamma T=1$  满足条件。根据  $\lambda tT/L^3\gamma=1$  可得离心模型试验中热扩散的非稳态时间  $t$  的比尺为  $n_t=N^2$ 。这与 Savvidou<sup>[14]</sup>运用积分类比法导出关于土中热扩散的相似准则是一致的。该准则也说明冻土离心模型试验可在短时间内进行对原型大跨度时间冻结作用热扩散效应的模拟, 例如试验采用 50g 的加速度, 那么模型时间 2 h 便可模拟原型相当于 208 d 的冻融作用过程。

### 5.3 应力-应变关系

无量纲项  $\sigma'/L\gamma$ 、 $c/L\gamma$ 、 $\beta T$ 、 $E/L\gamma$ 、 $p_{\text{sep}}/L\gamma$ 、 $p_{\text{por}}/L\gamma$ 、 $h/L$ 、 $q/L\gamma$  以及无量纲数  $f$ 、 $\varepsilon_v$ 、 $v$ 、 $\eta$  反映了冻土离心模型试验中冻胀变形过程的应力-应变的相似关系。对于无量纲项  $\beta T$ , 要求  $\beta T=1$ , 由温度不变性 ( $n_T=1$ ) 可知,  $n_\beta=1$ , 这说明模型中单位长度上土体与温度有关的变形率与原型是一致的。

无量纲数  $f$  反映了土体孔隙的形状、大小及其排列方式等特性<sup>[17]</sup>, 无论何种模型, 对于  $n_f=1$ , 这就要求模型土体与原型土体完全相同, 这是难以控制的, 但这一要求至少包含了有效应力与原型相同, 即  $n_{\sigma'}=1$ 。

根据无量纲项  $\sigma'/L\gamma$ , 由  $n_L=N$ ,  $n_\gamma=1/N$ , 可得  $n_{\sigma'}=1$ , 根据无量纲项  $c/L\gamma$ , 显然有  $n_c=1$ ; 进一步地, 根据式 (4), 可得  $n_{p_{\text{por}}}=1$ , 因此  $n_{p_w}=1$  成立。这一准则也反映了冻土离心模拟技术的基本原理, 即通过离心加速度可使冻土内部的有效应力与原型相同。

无量纲数  $h/L$  要求冻胀量  $n_h=N$ , 这一相似准则说明离心模型试验可以对冻胀量进行成比例的量测。 $n_{\text{sep}}/L\gamma$  要求  $n_{p_{\text{sep}}}=1$ , 分凝压力是一种用于判断冻结过程中是否产生分凝现象的假想力, 从量纲角度而言,  $P_{\text{sep}}$  与  $P_{\text{por}}$  和  $c$  是等价的, 但产生分凝现象与否与冻土中的热扩散效应密切相关。 $P_{\text{sep}}$  与  $L\gamma$  具有相同的量纲, 将  $P_{\text{sep}}$  带入无量纲项  $\lambda tT/L^3\gamma$  可生成新的无量纲项:  $\lambda tT/L^2P_{\text{sep}}$ 。该无量纲项建立了离心模型试验中正冻土产生分凝效应的时间与模型尺寸、冻土的导热系数以及温度的关系, 理论上可用于判断分凝冰产生的时间。

### 5.4 水分迁移

式 (9) 中无量纲项  $kt/L$ 、 $\mu/L\gamma t$ 、 $u_1t/L$ 、 $\psi/L$ 、 $C_vt/L^2$  是控制模型中饱和正冻土中未冻水迁移以及融土渗流固结过程的无量纲项, 要求  $kt/L=1$ 、 $\mu/L\gamma t=1$ 、 $u_1t/L=1$ 、 $\psi/L=1$ 、 $C_vt/L^2=1$ 。据此可建

立反映冻土离心模型试验中水分迁移过程中关于时间的相似率。根据  $kt/L=1$ , 可得  $t \sim L/k$ ;  $\mu/Lt\gamma=1$ , 可得  $t \sim L\gamma/\mu$ ;  $C_v t/L^2=1$ , 可得  $t \sim L^2/C_v$  (这里的“ $\sim$ ”表示“相似于”)。可见, 冻土冻融作用过程中的水分迁移的时间相似率取决于特征尺寸  $L$ 、渗透系数  $k$ 、动力黏度  $\mu$  以及孔隙流速  $u_1$  的相似率。

试验中采用与原型相同的土体材料, 那么当土的渗透系数  $n_k=1$ , 且孔隙水动力黏度  $n_\mu=1$  时, 根据  $k/tL=1$ , 可得  $n_t=N$ ; 但根据  $\mu Lt/\gamma=1$ , 可得  $n_t=N^2$ 。对于同一运动过程得到两组截然不同的时间的相似率, 显然矛盾。因此可知, 对于离心场下冻土模型中的未冻水迁移过程, 其中的物性量: 渗透系数  $k$ 、动力黏度  $\mu$  的相似率并不同时满足  $n_k=1$ 、 $n_\mu=1$ 。

无量纲项  $u_1 t/L$  称之为平流数 (advection number), 根据  $u_1 t/L=1$  可知, 当  $n_{u_1}=1/N$  且特征尺寸  $n_L=N$  时,  $n_t=N^2$ 。那么, 仅当未冻水迁移过程中的孔隙水流速的相似率为  $n_{u_1}=1/N$  时, 关于时间的相似率才能与热扩散中时间的相似率统一, 即  $n_t=N^2$ 。由此可见, 确定统一的相似率, 需要对未冻水迁移过程中的孔隙水流速  $u_1$  的相似率进行分析。

无量纲项  $\mu/L\gamma t$  的物理意义并不明确, 而无量纲项  $k/tL$  也不明确。另一无量纲项  $\psi/L$ , 即为水力梯度  $i$ , 将  $k/tL$  乘以水力梯度  $i$  转化为新的无量纲项  $ki/tL$ 。进一步地, 由孔隙水流速  $u_1=ki$  可得,  $ki/tL=u_1/tL$ , 该无量纲项在形式上可转化为平流数。根据  $ki/tL=1$  可知, 土体冻融作用中的水分迁移的流速  $u_1$  的相似率取决于渗透系数  $k$  和水力梯度  $i$  的相似律。

根据上述讨论, 确定冻土中水分迁移的时间的相似率, 必须建立  $u_1$  的相似准则, 而  $u_1$  又与  $k$  和  $\psi$  的相似准则有关。对于土水势  $\psi$ , 水力梯度  $i=\psi/L=1$ , 根据  $n_L=N$  可得,  $n_\psi=N$ ; 对于渗透系数  $k$ , 可写作<sup>[29]</sup>:

$$k = -\kappa(\rho_w g d^2 / \mu) \quad (10)$$

式中:  $\kappa$  为土的固有渗透性, 由土骨架的结构性决定<sup>[17]</sup>, 其余符号意义同前。假定离心模型试验中土的结构性与原型相同, 即  $n_\kappa=1$ , 那么根据式 (10) 可得到  $n_{k\mu}=1/N$  (这里是  $k$  和  $\mu$  量的原型与模型的比值的乘积)。那么当  $n_\mu=1$  时,  $n_k=1/N$ 。

将式 (10) 代入式 (2), 可得离心加速度方向上未冻水迁移的流速  $u_1$  为

$$u_1 = \frac{-\kappa \rho_w g d^2}{\mu} \frac{\partial \psi}{\partial L} \quad (11)$$

进一步地, 根据式 (3), 式 (11) 可写作:

$$u_1 = -\left( \frac{\kappa d^2 P_w}{\mu L} + \frac{\kappa \rho_w g z d^2}{\mu L} \right) \quad (12)$$

应力-应变关系中的应力项  $P_{por}/L\gamma$  要求  $n_{P_{por}}=1$ , 即原型与模型的孔隙压力项相同, 因此, 要求孔隙水压力项  $n_{P_w}=1$ 。事实上, 式 (12) 中的  $\rho g z = P_w$ , 将  $P_w$  代替  $\rho g z$  可化解 0 重力场下孔隙水流速为  $u_1=0$  的矛盾。那么式 (12) 中的第 2 项在形式上与第 1 项相同, 均为  $\kappa d^2 P_w / \mu L$ 。但引起未冻水迁移的驱动力不同, 第 1 项表示冻融作用过程中的水分迁移由压力势 (吸力势) 引起, 第 2 项表示由重力势引起。那么仅当  $n_\mu=1$ 、 $n_{P_w}=1$  时, 孔隙水流速  $n_{u_1}=1/N$ , 渗透系数  $n_k=1/N$ , 非稳态时间  $t$  的相似率  $n_t=N^2$ 。这一点类似于非饱和土中毛细水上升作用的相似率, 即模型与原型有相同的土体和液体。

由无量纲项  $C_v t/L^2$  即时间因数, 可得融土固结过程的非稳态时间的比尺为  $n_t=N^2$ 。那么, 考虑冻融作用过程中的热扩散效应、水分迁移以及应力-应变过程的时间的相似率得到了统一, 即  $n_t=N^2$ 。也可以看出, 在离心模型中, 冻土的冻融作用的时间比尺与未冻土的固结效应的时间比尺是一致的。

对于相似准则的验证, 大都通过模型的模拟 (modelling of models) 来完成。以往的冻土离心模型试验研究中通过模型的模拟技术, 大都验证了模型中热传导和冻胀变形的相似率<sup>[7, 30]</sup>, 即  $n_t=N^2$ 、 $n_h=N$ 。关于未冻水迁移速度的相似准则, 目前现有的技术很难对离心场下这种低流速过程进行直接测试, 另外, 含水率的测定也易受影响, 通过测定含水率进而间接计算未冻水迁移流速的方法也很难保证结果的准确性。在今后的研究中, 这种在离心力场下未冻水迁移作用的性状是值得关注的。

## 6 实例应用

通过上述分析, 理论上建立了冻土离心模型试验的相似准则: 即模型中孔隙介质的动力黏度与原型相同的条件下, 非稳态时间  $n_t=N^2$  (包括热扩散、未冻水迁移以及融土固结)、孔隙水流速  $n_{u_1}=1/N$ 、孔隙压力  $n_{P_{por}}=1$ 、冻胀量  $n_h=N$ 。将上述理论进行应用, 开展了关于北方寒区输水渠道基土冻害问题的离心模型试验。

试验选用具有冻胀敏感性的新疆北疆某大型供水工程原状土样。不考虑渠道走向等复杂因素, 模型设为单一均质土层, 设定含水率为 15.5% (高于最优含水率 13.5%), 干密度为 1.8 g/cm<sup>3</sup>, 饱和度接近 97%。首先采用分层击实法制备成块状土样, 然后在常应力状态下进行压密, 最后按照 1:2.5 的坡比进行切削成渠道边坡。模型制作时只取一侧半坡, 根据原型尺寸按模型率  $N=30$  进行缩尺。模型正上

方为热交换边界,热交换装置是基于帕尔贴效应的半导体制冷板,温度输出区间为 $-40\sim 30\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,理论输出功率为 $3\ 600\text{ W}^{[12]}$ 。渠顶、渠底距离模型上方热交换板的距离分别为 $10\text{ mm}$ 和 $110\text{ mm}$ ,尽可能靠近上方的热交换板,用以增强换热能力。渠基土表面铺设厚度为 $0.2\text{ mm}$ 的黄铜板,目的使渠坡、渠底表面温度变化更加均匀,如图3所示。

在沿渠道走向方向靠近模型箱侧边 $100\text{ mm}$ 处取一量测剖面,在该剖面的渠顶、渠坡、渠底表面设置测点,每一测点埋设3只PT-100型铂电阻温度传感器,记为 $T_i$ ,单只温度传感器的长度为 $20\text{ mm}$ ,直径为 $1\text{ mm}$ ,精度 $0.01\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。渠底、渠坡测点表面分别安装一只LVDT位移传感器,分别记为LVDT1、LVDT2,传感器量程 $0\sim 50\text{ mm}$ ,精度 $0.02\text{ mm}$ ,剖面中传感器的位置关系如图4所示。选定该剖面进行传感器布设的原因是上方热交换板的预留通道限制了位移传感器的安装位置。试验设定一个冻结期、一个融化期,时长均为 $300\text{ min}$ 。根据时间比尺 $\tau_p/\tau_m=N^2$ ,在 $N=30$ 的条件下相当于原型 $370\text{ d}\approx 1$ 年的时间跨度。冻结期内由冷板初始温度降至目标温度 $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,而试验一中融化期升温的目标温度为 $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。

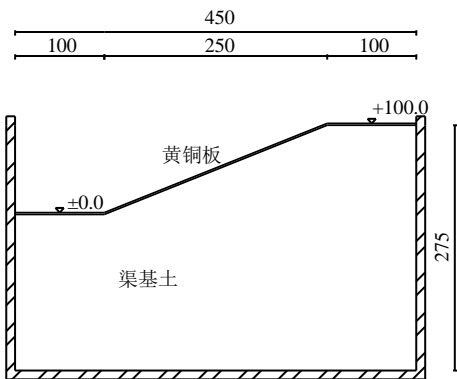


图3 模型布置示意图 (单位: mm)

Fig.3 Production and arrangement of model (unit: mm)

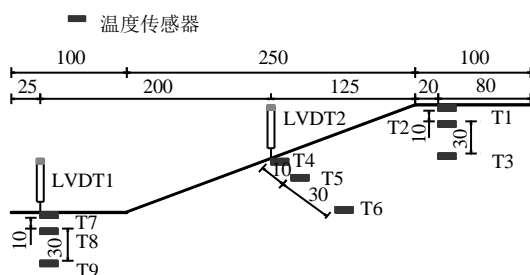


图4 传感器布置示意图 (单位: mm)

Fig.4 Arrangement of sensors on model (unit: mm)

试验过程中各测点温度变化如图5所示,表面实测冻胀变形如图6所示。试验所测最大冻深可达

原型深度 $300\text{ mm}$ 以下,渠坡表面位移按法向位移=量测值/ $\cos\theta$ 的几何关系修正( $\theta$ 表示坡角),最终渠坡、渠底冻胀及融沉对应原型位移值为:渠底 $16.8$ 、 $17.4\text{ mm}$ ,渠坡 $10.2$ 、 $11.4\text{ mm}$ 。从试验结果可以看出,同一深度处的渠基土温度变化基本一致;基土土体所处深度越小,土体温度变化幅度越大;渠坡法向温度变化与渠底表面竖直方向的温度变化规律基本相同;融化期温度变化与冻结期有所不同,主要原因是传热过程与冻结期不同,当热交换板温度大于模型表面温度后,传热作用仅为空气介质的热传导以及少量的热辐射,而冻结期存在空气间热传导和自然对流换热两种作用。就渠顶变形而言,从图中可以看出,渠基土的冻胀变形存在较明显的速冻胀和缓冻胀阶段,具有原位孔隙水冻结的作用特征<sup>[10]</sup>,对于融沉变形,融沉过程的持续时间较冻胀变形过程持续时间短,试验终止时,由在冻结期内产生的表面变形基本消退。

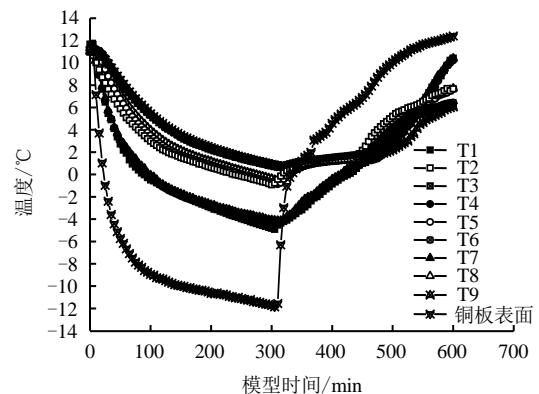


图5 各测点温度变化

Fig.5 Temperature variation during the test

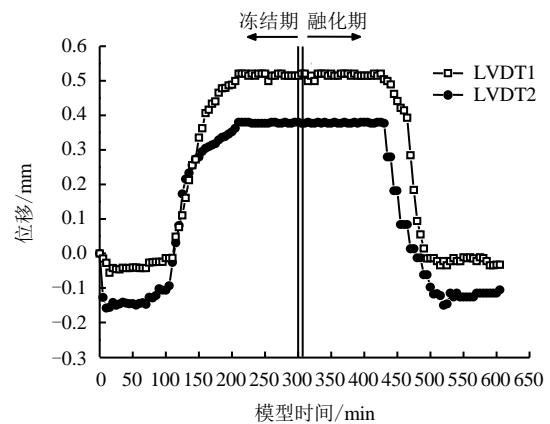


图6 渠坡、渠底表面冻融位移变化

Fig.6 Surface displacement on slope and bottom in model

## 7 结 论

(1) 通过采用 Butterfield 量纲分析法对冻土离

心模型试验中的时间、冻胀量、孔隙应力、未冻水流速等变量进行了量纲分析,建立了关于冻土离心模型试验的相似准则。即当模型中采用与原型相同的土体和孔隙介质(水)时,离心模型试验中土体热扩散效应、未冻水迁移以及融沉固结的时间比尺均为  $N^2$  (原型比模型);未冻水迁移的流速之比应为  $1/N$ ,冻胀量  $h$  的相似比尺为  $N$ ;孔隙压力的相似比为 1。

(2) 冻土离心模拟技术可将土体的有效应力、孔隙压力进行应力还原,从而实现对冻土冻胀变形作用成比例的量测,并可在短时间内模拟冻土大跨度冻融作用的过程。冻土离心模拟技术拥有显著的优势和鲜明的特征,它在我国寒区工程问题的研究中将拥有广阔的应用前景。

### 参考文献

- [1] 齐吉琳, 马巍. 冻土的力学性质及研究现状[J]. 岩土力学, 2010, 31(1): 134—143.  
QI Ji-lin, MA Wei. State-of-art of research on mechanical properties of frozen soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(1): 134—143.
- [2] 包承纲, 蔡正银, 陈云敏, 等. 岩土离心模拟技术的原理和工程应用[M]. 武汉: 长江出版社, 2011.  
BAO Cheng-gang, CAI Zheng-yin, CHEN Yun-min, et al. Principle and application of geotechnical centrifuge simulation technology[M]. Wuhan: Changjiang Publishing House, 2011.
- [3] CLARK J I, PHILLIPS R. Centrifuge modelling of frost heave of arctic gas pipelines[C]//Proceedings of the 8th International Permafrost Conference. Zurich: [s. n.], 2003: 21—24.
- [4] YANG D, GOODINGS D J. Predicting frost heave using FORST model with centrifuge models[J]. **Journal of Cold Regions Engineering**, 1998, 12(2): 64—83.
- [5] GOODINGS D J, STRAUB N A. Physical modeling of frost jacking[C]//Pipeline Engineering and Construction International Conference. [S. l.]: [s. n.], 2003.
- [6] KETCHAM S A, BLACK P B, PRETTO R. Frost heave loading of constrained footing by centrifuge modeling[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 1997, 123(9): 874—880.
- [7] CHEN X S, SCHOFIELD A N, SMITH C C. Preliminary tests of heave and settlement of soils undergoing one cycle of freeze-thaw in a closed system on a small centrifuge[C]//Proceedings of the 6th International Conference Permafrost. Beijing: [s. n.], 1993.
- [8] JESSBERGER H L. Openingaddress[C]//JONES HOLDEN: Proceedings of the 5th International Symposium on Ground Freezing. Rotterdam: Balkema A A, 1989: 407—411.
- [9] HARRIS C, MURTON J B, DAVIES M C R. Soft-sediment deformation during thawing of ice-rich frozen soils: Results of scaled centrifuge modelling experiments[J]. **Sedimentology**, 2000, 47(3): 687—700.
- [10] 陈湘生, 濮家骊, 罗小刚, 等. 土壤冻胀离心模拟试验[J]. 煤炭学报, 1999, 24(6): 615—619.  
CHEN Xiang-sheng, PU Jia-liu, LUO Xiao-gang, et al. Centrifuge modelling tests of soil freezing heave[J]. **Journal of China Coal Society**, 1999, 24(6): 615—619.
- [11] 陈湘生, 濮家骊, 殷昆亭, 等. 地基冻—融循环离心模型试验研究[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2002, 42(4): 531—534.  
CHEN Xiang-sheng, PU Jia-liu, YIN Kun-ting, et al. Centrifuge modelling tests of foundation undergoing two cycles of frost heave and thaw settlement[J]. **Journal of Tsinghua University (Science and Technology)**, 2002, 42(4): 531—534.
- [12] 黄英豪, 蔡正银, 张晨, 等. 渠道冻胀离心模型试验设备的研制[J]. 岩土工程学报, 2015, 37(4): 615—621.  
HUANG Ying-hao, CAI Zheng-yin, ZHANG Chen, et al. Development of centrifuge model test facility of channel frost heave[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2015, 37(4): 615—621.
- [13] 张晨, 蔡正银, 黄英豪, 等. 输水渠道冻胀离心模拟试验[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(1): 109—116.  
ZHANG Chen, CAI Zheng-yin, HUANG Ying-hao, et al. Centrifuge modelling of frost-heave of canals[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2016, 38(1): 109—116.
- [14] SAVVIDOU. Centrifuge modelling of heat transfer in soil[C]//Corte. Centrifuge 88. Rotterdam: Balkema, 1988: 583—591.
- [15] 王铁行, 李宁, 谢定义. 土体水热力耦合问题研究意义、现状及建议[J]. 岩土力学, 2005, 26(3): 488—493.  
WANG Tie-hang, LI Ning, XIE Ding-yi. Necessity and means in research on soil coupled heat-moisture-stress issues[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(3): 488—493.
- [16] BUTTERFIELD R. Dimensional analysis for geotechnical engineers[J]. **Geotechnique**, 1999, 49(3): 357—366.



- [17] BUTTERFIELD R. Scale-modelling of fluid flow in geotechnical centrifuges[J]. **Soils and Foundations**, 2000, 40(6): 39—45.
- [18] XU Guang-ming, NG C W W. Dimensional analysis and centrifuge modeling of quay wall of large-diameter bottomless cylinders[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 29(10): 1544—1552.
- [19] 徐敦祖, 王家澄, 张立新. 冻土物理学[M]. 北京: 科学出版社, 2010.  
XU Xiao-zu, WANG Jia-cheng, ZHANG Li-xin. Frozen soil physics[M]. Beijing: Science Press, 2010.
- [20] ANDERSLAND O B, LADANYI B. Frozen ground engineering[M]. New York: Chapman & Hall, 2003.
- [21] 李顺群, 高凌霞, 柴寿喜. 冻土力学性质影响因素的显著性和交互作用研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(4): 1173—1177.  
LI Shun-qun, GAO Ling-xia, CHAI Shou-xi. Significance and interaction of factors on mechanical properties of frozen soil[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(4): 1173—1177.
- [22] HORIGUCHI K, MILLER R D. Hydraulic conductivity functions of frozen materials[C]//The 4<sup>th</sup> international Conference on Permafrost. Washington D.C.: National Academy Press, 1983: 504—508.
- [23] LAI Y M, PEI W S, ZHANG M Y, et al. Study on theory model of hydro-thermal-mechanical interaction process in saturated freezing silty soil[J]. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 2014, 78: 805—819.
- [24] TAKAGI S. The absorption force theory of frost heaving[J]. **Cold Regions Science and Technology**, 1980, 3: 57—81.
- [25] NIXON J F. Discrete ice lens theory for frost heave modeling using porosity rate function[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1991, 28: 843—859.
- [26] BOMMER C, FITZE P, SCHNEIDER H. Thaw-consolidation Effects on the stability of alpine talus slopes in permafrost[J]. **Permafrost and Periglacial Processes**, 2012, 23: 267—276.
- [27] 李萍, 徐敦祖, 王家澄, 等. 不连续分凝冰发育规律的研究[J]. 兰州大学学报(自然科学版), 2000, 36(5): 126—133.  
LI Ping, XU Xiao-Zu, WANG Jia-Cheng, et al. The study of the growth pattern of discrete segregating ice[J]. **Journal of Lanzhou University (Natural Science)**, 2000, 36(5): 126—133.
- [28] 周金生, 周国庆, 张琦, 等. 图像处理技术在分凝冰演化规律研究中的应用[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(1): 123—127.  
ZHOU Jin-sheng, ZHOU Guo-qing, ZHANG Qi, et al. Application of image processing in researches on evolving rules of segregation ice[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2011, 33(1): 123—127.
- [29] 殷宗泽. 土工原理[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2007.  
YIN Zong-ze. Principle of soil mechanics[M]. Beijing: China Water&Power Press, 2007.
- [30] CLARK J I, PHILLIPS R. Centrifuge modelling of frost heave of arctic gas pipelines[C]//Proceedings of the 8th International Permafrost Conference. Zurich, Switzerland: [s. n.], 2003: 21—24.

# 上接第 1235 页

- [6] 文畅平, 杨果林, 江学良, 等. 重力式与格构式组合支挡结构位移和应变地震响应的振动台试验研究[J]. 振动与冲击, 2012, 31(24): 183—189, 196.  
WEN Chang-ping, YANG Guo-lin, JIANG Xue-liang, et al. Shaking table test for seismic displacement and strain responses of a combined earth retaining structure under seismic loads[J]. **Journal of Vibration and Shock**, 2012, 31(24): 183—189, 196.
- [7] 赖杰, 郑颖人, 刘云, 等. 地震作用下双排抗滑桩支护边坡振动台试验研究[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(4): 680—686.  
LAI Jie, ZHENG Ying-ren, LIU Yun, et al. Shaking table tests on double-row anti-slide piles of slopes under earthquakes[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2014, 36(4): 680—686.
- [8] 周颖, 吕西林. 建筑结构振动台模型试验方法与技 术[M]. 北京: 科学出版社, 2012.  
ZHOU Ying, LÜ Xi-lin. Method and technology for shaking table model test of building structures[M]. Beijing: Science Press, 2012.
- [9] 李书进, 陈玉玺, 周强, 等. 超限高层建筑整体结构模型振动台试验设计[J]. 工业建筑, 2009, 39(增刊): 222—225.  
LI Shu-jin, CHEN Yu-xi, ZHOU Qiang, et al. Shaking table test design for high-rise structure beyond the code-specification[J]. **Industrial Building**, 2009, 39(Supp.): 222—225.