DOI：10.16285/j.rsm.2017.0763

珊瑚砂高压力下一维蠕变分形破碎及颗粒形状分析

张小燕[1,2]，蔡燕燕[2,3]，王振波[1]，江芸倩[1]

（1. 中国矿业大学（北京） 力学与建筑工程学院，北京 100083；
2. 中国矿业大学 深部岩土力学与地下工程国家重点实验室，江苏 徐州 221008；3. 华侨大学 岩土工程研究所，福建 厦门 361021）

摘 要：珊瑚砂是一种含钙极高的海洋生物成因材料，具有高棱角性、形状不规则、易破碎等特点。通过珊瑚砂的高压一维蠕变试验，研究颗粒破碎引起颗粒分布曲线和形状因子的演化规律。借助于高速动态图像的激光粒度粒形仪器，从统计学的角度分析试验前后颗粒形状随压力演化的关系，发现颗粒的形状因子，如长宽比、球形度和凹凸度等，随压力增加而逐渐增加。不同粒径的颗粒形状因子均向一个窄幅范围趋近，说明颗粒破碎具有无尺度性和自相似性的分形特性，分形维数随压力增加而逐渐增大，且趋近分形破碎极限。采用 Hardin 和 Einav 的方法计算相对破碎量，发现在两种计算方法下相对破碎量与压力呈幂函数关系，且幂指数相同。相对破碎量随时间增加的现象并不明显，说明在高压力下颗粒破碎主要为压缩破碎，且颗粒细化滑移填充孔隙引起的变形是造成蠕变的主要原因。

关 键 词：珊瑚砂；分形；颗粒形状；蠕变；颗粒破碎
中图分类号：TU 411 **文献标识码：**A **文章编号：**1000－7598 (2018)05－1573－08

Fractal breakage and particle shape analysis for coral sand under high-pressure and one-dimensional creep conditions

ZHANG Xiao-yan[1,2], CAI Yan-yan[2,3], WANG Zhen-bo[1], JIANG Yun-qian[1]

(1. School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology, Beijing 100083, China;
2. State Key Laboratory for Geomechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou, Jiangsu 221008, China;
3. Institute of Geotechnical Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021, China)

Abstract: Coral sand is a type of marine biogenic granular material with extremely high calcium content. From the microscopic viewpoint, coral sand grains are characterized as highly angular, irregular in shapes and crushable. One-dimensional creep tests were conducted on coral sand under very high pressure to investigate the evolution of particle size distribution and change of particle shapes caused by particle breakage. Benefited from particle size analysis and shape evaluation with high speed dynamic image analysis apparatus, the evolution of particle shape along with stress was analyzed statistically, and shape factors including aspect ratio, sphericity and convexity increase with increasing pressure. Shape factors for particles with different sizes tend to reach a same value, which illustrated that the morphology of particle after breakage is scale independent and self-similar in this wide range of sizes. This paper analyzed the fractal feature after particle breakage, and found that the fractal dimension increases with increasing vertical stress, and eventually reaches the fractal ultimate breakage (D=2.5). This paper calculated the relative breakage by using Hardin's and Einav's methods, and found that relative breakage is increasing along with increasing pressure. The relative breakage is an exponent function with the pressure, which could be used to predict the relative breakage if the material and pressure are known. The increasing tendency with time is not obvious, because particle breakage is majorly caused by compression instead of creep.

Keywords: coral sand; fractal; particle shape; creep; particle breakage

1 引 言

我国海洋工程基础建设、国防建设、资源勘探开发正处于历史大发展时期。以港珠澳大桥、杭州湾跨海大桥为代表的沿岸及近海工程，以南海岛礁规模化陆域吹填及基建开发为代表的离岸及远海工

收稿日期：2017-04-21
基金项目：国家自然科学基金项目（No. 51774147）；中国矿业大学深部岩土力学与地下工程国家重点实验室开放基金（No. SKLGDUEK1701）；福建省自然科学基金项目（No. 2017J01094）；中央高校基本科研业务费（No. 2017QL04）。
This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51774147), the Open Research Fund of State Key Laboratory for Geomechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining and Technology (SKLGDUEK1701), the Natural Science Foundation of Fujian Province of China (2017J01094) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (2017QL04).
第一作者简介：张小燕，女，1986 年生，博士，讲师，主要从事珊瑚砂颗粒破碎等岩土工程方面的研究。E-mail: zhangxiaoyan@cumtb.edu.cn

程，给我国海洋工程的建设和耐久运营带来了空前的挑战。远海岛礁陆域吹填后珊瑚砂地基的固结沉降周期短，可以预见的是，岛礁的建构筑物地基基础将发生一定程度的沉降危害。珊瑚砂具有棱角度高、多孔隙（含有内孔隙）、形状不规则等特点，如图 1 所示，导致其具有强度低、易破碎的特性，使其工程特性与一般的陆源砂有显著差异。此外，珊瑚砂颗粒在高压力下，易在桩端持力层等部位发生颗粒破碎的现象[1–2]，引起土层压缩性变大及强度软化，进而使地基基础发生比较大的变形，并最终导致结构整体失稳破坏。

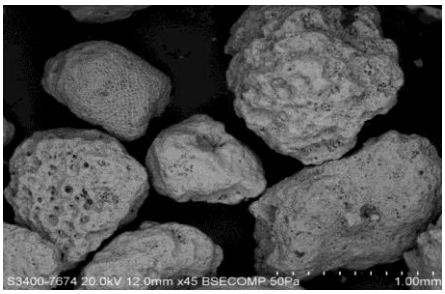


图 1 珊瑚砂扫描电镜图片（日立 S3400–7674）

Fig.1 Scanning electron microscope (SEM) image for coral sand (Hitachi S3400–7674)

从微观角度上分析，土体是由几何形状不同、大小各异的土粒组成，导致其宏观表现出的强度特性、变形过程、应力分布、破坏形式等有显著区别[3–6]。Krumbein[7]提出用球形度表达颗粒形状，他认为球形度是颗粒体积与最小内切球形体积的比值，并研究了磨圆度和球形度之间的关系。Rittenhouse[8]也给出了一个快速查阅二维图像中颗粒球形度的图表。Zelasko 等[9]研究表明，磨圆度对颗粒的抗剪强度有很大影响。Santamarina[10]和 Cho[11]等利用 Krumbein 的图表中对颗粒形状的定量表述探讨了颗粒形状对宏观力学性质的影响，指出颗粒磨圆度越低，颗粒越不规则，摩擦角越小，抗剪强度越低。

随着图形处理软件的发展，Fourier 理论[12–15]和分形理论[5, 16]被应用于表征颗粒的细观形貌。Bowman 等[12]利用 Fourier 描述分析法对颗粒的电镜扫描图像进行分析，发现颗粒破碎后的形貌有很大变化，但是需要统计分析得出宏观力学性质与细观参数之间的关系。Vallejo[16]用分形理论计算玻璃球、Pittsburgh 和 Ottawa 砂的颗粒形状，得到了每种颗粒的分形维数。陈海洋等[17]用三维视频显微镜自动识别颗粒边缘，并用 Matlab 软件计算出南海珊瑚砂的分形维数。王宝军等[18]利用三维表面分形维数表达微观结构中的颗粒形态。但是通过扫描图像分析得到的颗粒形貌分析数据是有限的，不能有效地建立细观参数与宏观力学性质之间的关系。

近年来，众多国内外学者在颗粒破碎对材料的变形、强度、压缩性、渗透性等方面的影响进行了大量的研究[19–21]。试验方面，Mcdowell 等[22]在石英砂的一维蠕变试验中发现，蠕变系数随着颗粒破碎量的增加而逐渐增大。梁军等[23]认为堆石料蠕变的主要原因是细化破碎的颗粒滑移充填孔隙引起变形，而破碎的颗粒是由压缩破碎和蠕变破碎交替发生而造成的。许多学者从统计学的角度提出颗粒破碎前后级配演化的量化指标[24–26]。Turcotte[27]指出颗粒以一定的形式分裂之后会达到破碎极限，此时分形维数等于 2.5，且具有无尺度性和自相似性。但很少有学者从颗粒形状变化的角度，分析论证颗粒破碎的无尺度性和自相似性。Bolton 等[28]认为当颗粒破碎达到分形破碎极限时不会有竖向应变，因此正常固结曲线存在一个拐点，并基于分形理论建立了一维固结压缩的本构模型。Muir Wood[26]基于摩尔−库仑模型，用分形级配与初始级配之间的级配曲线计算了颗粒破碎数量，建立了 Severn-trent 砂模型。

在高压力蠕变条件下，珊瑚砂破碎后级配分布曲线及其颗粒形状的演化规律等问题还缺乏相关试验研究。本文采用德国 Sympatec 公司的高速动态图像分析系统最新粒度粒形分析仪，对珊瑚砂试验前后的颗粒大小和形状进行分析。本文将着重讨论颗粒级配和形状演化产生分形破碎极限的机制，从颗粒破碎后的颗粒形状方面探究分形特性的无尺度性和自相似性。同时，目前针对珊瑚砂已有的研究大多集中于颗粒的瞬时行为，高压力下颗粒破碎对材料长期行为影响的研究比较少见。作者尝试通过高压固结试验，探讨珊瑚砂在不同荷载和不同蠕变时间下颗粒破碎后分形级配演化，为今后建立考虑颗粒破碎的本构模型提供数据支撑。

2 试验介绍

试验所用珊瑚砂取自中国南海，是松散未胶结的海洋生物碎屑沉积物。其成分主要是 $CaCO_3$，包含 21.09%的 C^{4+}、58.31%的 O^{2-} 和 16.64%的 Ca^{2+}。试验前将珊瑚砂用清水洗净除盐，放入烤箱于 105 ℃进行烘干，冷却后用英国标准筛筛分备用。由于本研究侧重于分析由颗粒破碎引起的颗粒形状演化，故取英国标准筛相邻粒径为 0.6 mm 与 1.18 mm 之间的单一级配珊瑚砂进行试验。

本文为得到不同蠕变速率下试样的颗粒破碎速率，分别在 6、12、18、30、45 MPa 这 5 个应力水平下开展 12 个蠕变试验，试验方案如表 1 所示。每次试验称取相同质量的珊瑚砂，用落砂法将珊瑚砂分两次注入固结仪容器中，并用捣棒将珊瑚砂轻轻的压实到预定高度。在加载之前，对试样施加 24 kPa 的预压力，使仪器上、下各个部件相互接触。在固结仪中加入除气水，将试样静置于除气水中 12 h，使其通过上、下透水石充分排出气泡至珊瑚砂饱和。本研究采用连续加载的方式加载压力至预期设定值，数据采集系统每隔 1 min 自动采集轴向变形值。在试验完成后，再次利用英国标准筛记录颗粒大小。

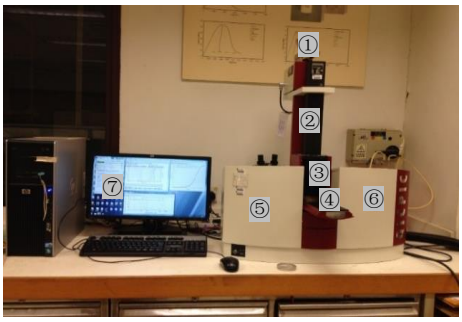
表 1　试验方案

Table 1　Experimental programs

试验编号	试验压力 / MPa	蠕变时间 / min	试验编号	试验压力 / MPa	蠕变时间 / min
CRCS6–1	6	2 469	CRCS18–2	18	6 713
CRCS6–2	6	5 644	CRCS18–3	18	5 599
CRCS6–3	6	7 997	CRCS30–1	30	5 194
CRCS12–1	12	2 466	CRCS30–2	30	7 953
CRCS12–2	12	5 591	CRCS45–1	45	2 095
CRCS18–1	18	5 237	CRCS45–2	45	5 521

此次试验利用香港大学引进的德国 Sympatec 公司高速动态图像分析系统最新粒度粒形分析仪进行颗粒粒径和颗粒形状分析，如图 2 所示。此激光粒度仪可以测量粒径为 1 μm～10 mm 的颗粒，并采用专利的高速图像采集系统 CMOS，可每秒钟拍摄 500 幅图像，故在实际拍摄中每张图片至少可以得到 20 个颗粒的清晰图像，仅 100 s 就可拍摄百万个颗粒，从而从统计学的角度得到具有代表性的样品，进行可靠的颗粒大小和形状的统计。完成激光粒度仪试验后的珊瑚砂，可通过图 2 中的颗粒回收滤网回收，继续进行加载试验，确保试验加载前后为相同的珊瑚砂试样。

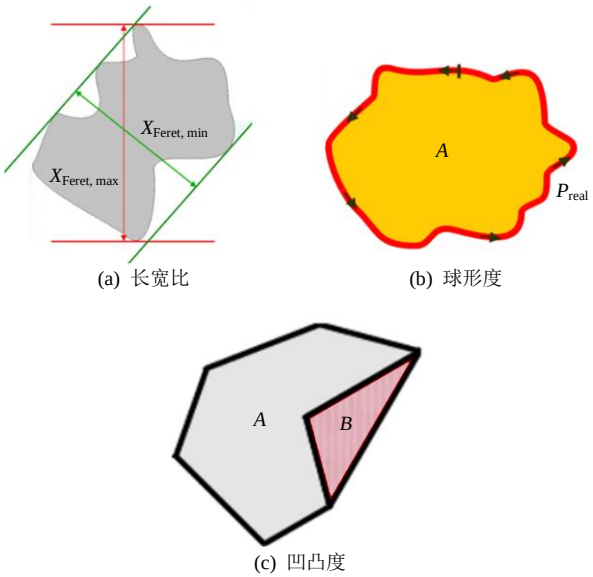
Windox5 软件系统可对数据进行统计分析，得出颗粒的 FERET 粒径和形状因子，如球形度、长宽比、凹凸度等。FERET 粒径代表 0～180° 所有与颗粒的投影图像相切的平行线之间的距离，长宽比是最小 FERET 粒径与最大 FERET 粒径的比值，如图 3(a)所示。球形度是指该颗粒的等效投影周长与颗粒投影图像的比值，如图 3(b)所示。凹凸度是描述一个颗粒紧凑程度的重要参数，如一个颗粒的投影图像面积为 A，对于这个颗粒有一个凹下的开放区域，将其闭合后的投影面积为 B，故凹凸度为 $A/(A+B)$，如图 3(c)所示。颗粒形状因子长宽比，球形度和凹凸度的数值均在 0～1 之间。Altuhafi 等[29–30]指出，FERET 粒径的最小值与筛分取得的粒径值较为接近。在本研究中选取 FERET 粒径的最小值进行分析。



①—进砂漏斗；②—分散通道；③—颗粒流对准器；④—颗粒回收滤网；⑤—激光源；⑥—高速成像照相机；⑦—WINDOX5 软件系统

图 2 高速动态图像分析系统最新粒度粒形分析仪 QicPic

Fig.2　Particle size analysis and shape evaluation with high speed dynamic image analysis apparatus QicPic



(a) 长宽比　　(b) 球形度

(c) 凹凸度

图 3　WINDOX5 软件计算颗粒形状参数原理介绍

Fig.3　Introduction to calculation methods of shape factors by Software WINDOX5

3　蠕变变形

试验所得的蠕变曲线如图 4 所示，图中纵坐标竖向应变 ε_z 由以下公式计算得出：

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta h}{h_i} \tag{1}$$

式中：Δh 为试样的竖向沉降量；h_i 为试样的初始高度。蠕变速率 C_α 通过以下的公式计算得出：

$$C_\alpha = \frac{\Delta \varepsilon_z}{\Delta t} \tag{2}$$

从图 4 可以看出，竖向应变主要发生在加载的

瞬间，变形速率随时间而下降，此为蠕变第 1 阶段。之后的竖向应变变化很小，应变和时间呈水平直线关系。通过式（2）可以计算出直线段的蠕变速率，如图 5 所示。从图 4 中还可以看出，在相同压力、不同蠕变时间作用下，随着时间的增加，竖向应变的增加量很小，如试验 CRCS6–1、CRCS6–2、CRCS6–3。由于制样时的初始高度有细微差别，试验 CRCS18–2 与试验 CRCS18–3 的初始竖向位移有差异，但是图 5 中的蠕变速率几乎重合，说明蠕变速率与初始孔隙比无关。从图 5 可以看出，珊瑚砂的蠕变速率随着应力水平增加而增加，从大约 26.4%/h 增加到 38.3%/h，增幅约为 45%。

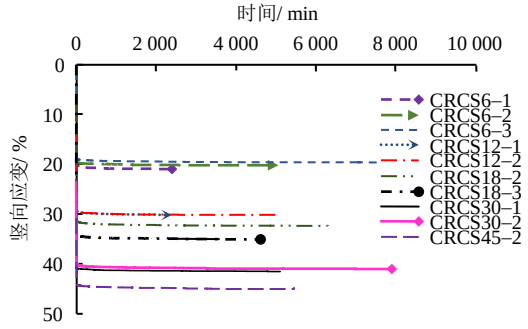


图 4 珊瑚砂时间与竖向应变的曲线

Fig.4 Time-vertical strain curves for coral sand

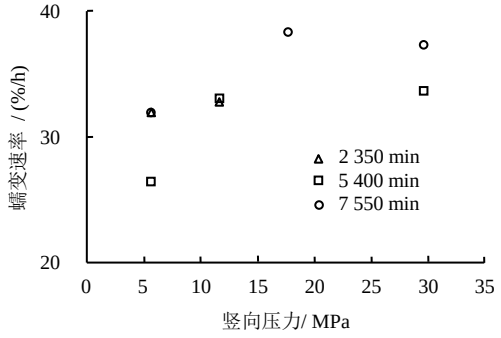
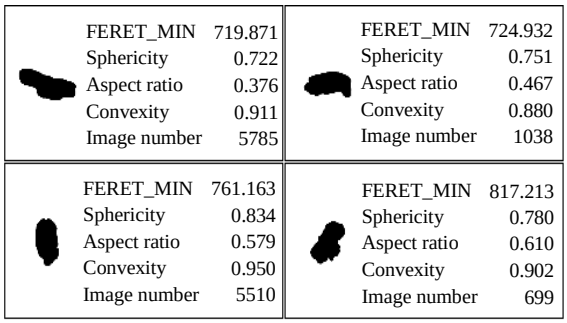


图 5 蠕变速率与竖向压力的关系

Fig.5 Relationships between creep rate and vertical stress

4 破碎前后颗粒形状变化的描述

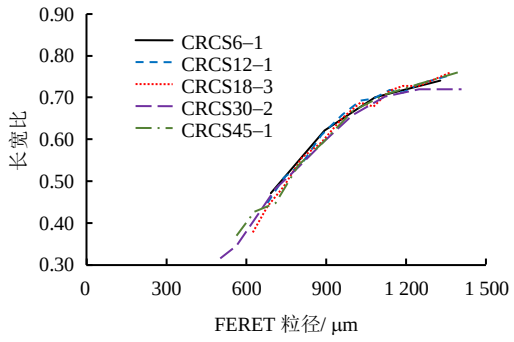
每一次加载试验前，对随机选取的珊瑚砂进行颗粒形状分析，采用 QicPic 仪器通过高速成像系统对试验前后的珊瑚砂颗粒拍照，Windox5 系统会自动记录颗粒成像时的编号并计算颗粒形状因子，如图 6 所示。由图可以看出，珊瑚砂颗粒的形状很不规则，具有纺锤状、多角状等特点。珊瑚砂在加载试验前的长宽比主要在 0.35～0.75 之间。统计表明，珊瑚砂有很多纺锤状颗粒[17]，如图 7(a)所示。由图可知，尽管每次试验所选取的珊瑚砂不同，但试验



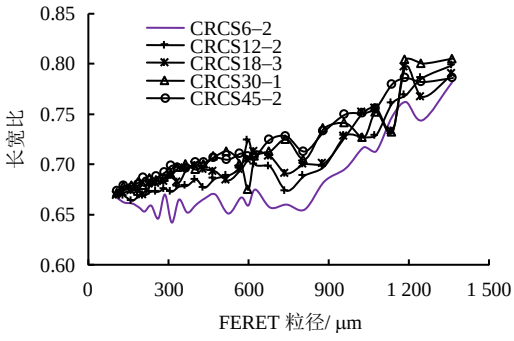
FERET_MIN、FERET—粒径最小值；Sphericity—球形度；Aspect ratio—长宽比；Convexity—凹凸度；Image number—颗粒编号

图 6 QicPic 仪器拍摄的珊瑚砂二维图像

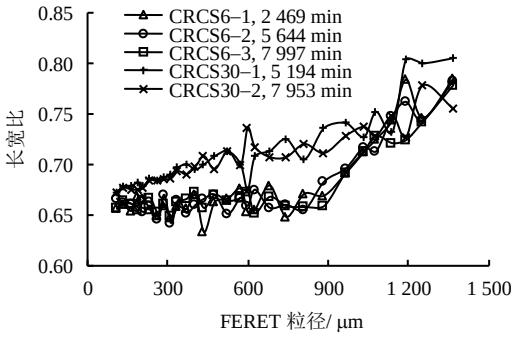
Fig.6 Two-dimensional images for coral sand captured by Qicpic apparatus



(a) 试验前



(b) 5 400 min 蠕变时间



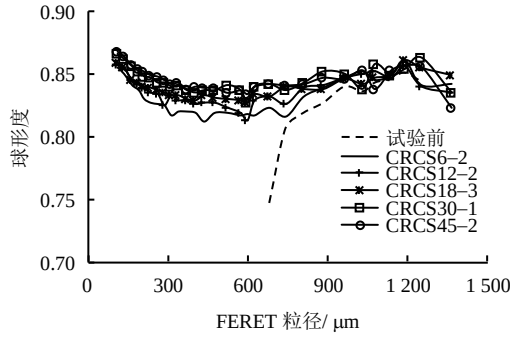
(c) 不同蠕变时间

图 7 不同状态下颗粒长宽比与 FERET 粒径的关系

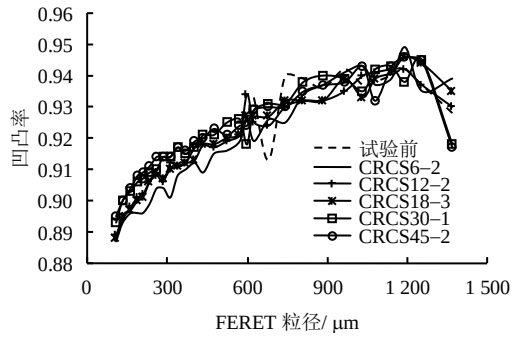
Fig.7 Relationships between aspect ratio and FERET diameter under different conditions

前珊瑚砂颗粒的形状相似程度极高。从统计学的角度说明，随机选取珊瑚砂进行试验，颗粒的形状和大小差异很小，试验具有可重复性。图 7(b)为珊瑚砂蠕变时间为 5 400 min 时不同压力下的长宽比，在加载之后，长宽比小于 0.50 的纺锤状的颗粒容易从中间断裂，破碎为两颗或者三颗更小的颗粒，导致长宽比增加，表明随着压力增大而逐渐增加，珊瑚砂颗粒形状由纺锤状向圆球状转变。颗粒破碎后的长宽比随着颗粒粒径的增大从 0.65 逐渐增加到 0.80，表明颗粒破碎后的长宽比趋近于在窄幅范围内变化，颗粒破碎在不同尺度上有自相似性。图 7(c)为珊瑚砂在 6、30 MPa 两个竖向压力下不同蠕变时间的长宽比，表明随着蠕变时间的增加，颗粒长宽比的变化并不明显，蠕变破碎主要由细化颗粒的滑移填充引起。

在加载之前，珊瑚砂颗粒的球形度主要在 0.75～0.90 之间，如图 8(a)所示。随着压力的增加，球形度也有逐渐增加的趋势，表明颗粒变得越来越圆滑。珊瑚砂破碎时，除整体破碎还有研磨形式的破碎，使得颗粒表面挤压破碎并细化[31]。另外，颗粒破碎后各粒径的球形度趋近于 0.81～0.87 之间的窄幅范围内，说明颗粒球形度在不同尺度上有自相似性。从图 8(b)可以看出，颗粒破碎后的凹凸度主要在 0.88～0.95 之间，且在此窄幅范围内随着粒径的增大而增加，但在粒径 1 200～1 400 μm 之间有减小的情况。颗粒形状因子的变化，表明颗粒破碎后有显著的自相似性和无尺度性，因此颗粒破碎后呈现分形分布。



(a) 球形度



(b) 凹凸度

图 8　不同压力下颗粒形状因子与 FERET 粒径的关系

Fig.8　Relationships between shape factors and FERET diameter at different stress levels

5　分形破碎现象的描述

Mandelbrot[32]提出了分形的概念，指出颗粒破碎产物的数量与尺寸之间存在以下的关系：

$$N(d>r)=A_1 d^{-D} \tag{3}$$

式中：r 为某一特定直径；d 为破碎产物尺寸大小；$N(d>r)$ 为粒径大于尺寸 r 的颗粒数量；A_1 为比例常数；D 为分形维数。

大量的试验数据表明，一维压缩试验中的颗粒破碎产物的分形维数约为 2.5[27, 33–34]。张季如等[35]指出钙质砂破碎后的级配具有分形特性。颗粒破碎产物的分形维数可通过双对数颗粒级配曲线的斜率计算得出，若颗粒级配曲线的斜率为 a，那么分形维数的大小为 $3-a$ [36]。一维压缩蠕变试验中珊瑚砂在不同应力和不同蠕变时间下的颗粒级配演化曲线如图 9 所示。可以看出，分形维数随着压力的增加逐渐增大，最终趋近于 $D=2.5$ 的分形关系。当压力为 45 MPa 时，分形维数为 2.242。当竖向压力为 6 MPa 时，随着蠕变时间的增加，破碎后的颗粒级配曲线逐渐上移，说明在此压力下珊瑚砂不仅有压缩破碎，也有蠕变破碎，但此时蠕变破碎只产生了很少一部分小颗粒，表明珊瑚砂蠕变只是因颗粒细化滑移充填孔隙所引起，如图 4 所示。梁军等[23]在堆石料的压缩试验中也发现，在低应力下，颗粒同时产生压缩破碎和蠕变破碎。从图 9 可以看出，随着压力的增加，蠕变破碎现象不再明显，颗粒破坏形式表现为压缩破碎，如试验 CRCS30–2 比试验 CRCS30–1 的蠕变时间长 3 000 min，但是破碎后的颗粒级配曲线几乎重合。

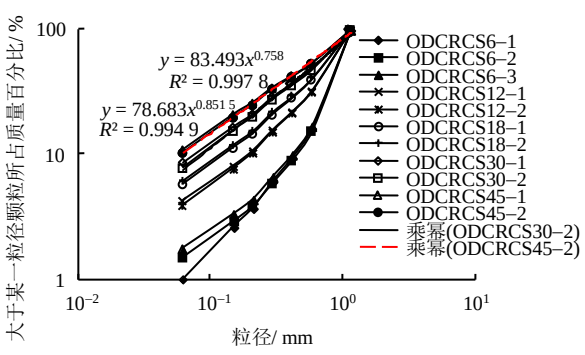
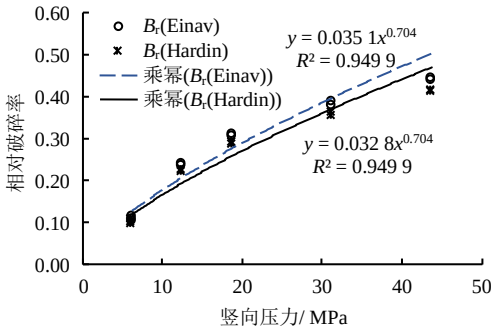


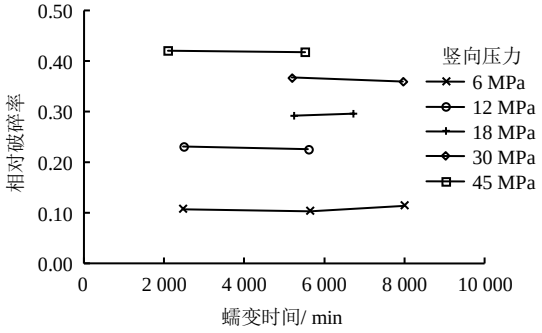
图 9　颗粒级配曲线

Fig.9　Particle size distributions

衡量颗粒破碎程度的原则是比较某一种大小的颗粒数量或者整体颗粒的分布情况在加载前后的变化。为了准确地描述颗粒破碎程度，国内外学者提出了一系列不同的颗粒破碎参数。Lee 等[37]在研究土石坝反滤材料时，提出用颗粒粒径变化的比值参数 D_{15f} 来衡量颗粒破碎程度，即用颗粒级配曲线中含量为15%的颗粒粒径在加载前后变化的比值表示。这种方法简单直观，但离散性较大，因为颗粒发生剪切破坏后，颗粒可能变得比较小，导致比值参数 D_{15f} 较大，即对颗粒尺寸的依赖性大。Miura 等[38]在研究颗粒材料剪切过程中的颗粒破碎时，提出用颗粒比表面积的增量来衡量颗粒破碎程度。为了克服以往方法衡量颗粒破碎只用单一的粒径或者含量来表示的局限性，Hardin[24]提出了相对破碎率 B_r 的概念来定量描述颗粒破碎的程度，即总破碎量 B_t 与破碎势 B_p 的比值，他认为在压力足够大的情况下，颗粒最终会破碎至粒径小于 0.075 mm 的程度。总破碎量 B_t 指在级配图形中破碎后的级配曲线与初始级配曲线之间的面积，破碎势 B_p 指在级配图形中初始级配曲线与粒径在 0.075 mm 的级配曲线之间的面积。为了验证在极高压力下破碎是否会终止，Biarez 等[39]对 Ottawa 砂、Black Beauty 煤渣及玻璃球进行了高达 689 MPa 的压缩试验，发现颗粒破碎的情况随着压力的增大而逐渐减小，但是粒径并没有全部小于 0.075 mm，而是达到一个稳定的极限级配，且分形维数趋近 2.5 左右。Einav[25]认为颗粒级配达到分形级配（$D=2.5$）时，即为颗粒破碎极限，并提出另外一种计算破碎势的方法，此方法计算的破碎势会比 Hardin 方法计算的小，故相对破碎率更高。采用 Hardin 和 Einav 的方法计算相对破碎率并进行比较，如图 10(a)所示。从图 10(a)可以看出，随着压力的增大，相对破碎率以幂指数的形式逐渐增加，并且两种方法计算的竖向压力与相对破碎率描述的规律相同，但是 Einav 方法计算的相对破碎率较大。此幂指数函数说明，只要已知竖向压力和颗粒材料，即可预估分形维数和相对破碎率，为建立考虑颗粒破碎的本构模型奠定了基础。图 10(b)为 Hardin 方法计算的相对破碎率与蠕变时间的关系曲线，表明在高压力下随着时间的增加，颗粒的相对破碎率变化很小，几乎可以忽略，说明蠕变破碎在总破碎中占比很小。



(a) Hardin 和 Einav 两种方法计算的相对破碎量



(b) 蠕变时间对相对破碎率的影响（Hardin 法）

图 10 竖向压力和蠕变时间对相对破碎率的影响[24−25]

Fig.10 Influence of vertical stress and creep time on relative breakage[24−25]

6 结 论

（1）随着竖向压力增大，蠕变速率从 26.4%/h 逐渐增加到 38.3%/h，但增幅很小。在高压力下，颗粒的破碎形式主要是压缩破碎，蠕变破碎只是产生一些颗粒的细化滑移填充孔隙而引起的变形，从相对破碎率统计计算来看，蠕变破碎可以忽略不计。

（2）随着压力的增大，由于颗粒破碎，珊瑚砂的球形度和长宽比在试验后逐渐增加，但是其凹凸度在试验前后并没有明显的变化。珊瑚砂的形状因子在各粒径上趋近于向一个窄幅范围发展，反映出颗粒破碎后的形状均匀程度。本文对颗粒形状进行描述，表明珊瑚砂颗粒破碎后有自相似性和无尺度性，其级配分布曲线具有分形特性，且分形维数随压力增加逐渐增大。当竖向压力为 45 MPa 时，颗粒破碎后的级配曲线分形维数为 2.242。

（3）颗粒的破碎量随着竖向压力的增加而增加，且用 Hardin 和 Einav 方法计算的相对破碎率与竖向压力呈相同乘幂关系。只要已知颗粒材料和竖向压力，即可预测相对破碎率，为发展考虑颗粒破碎的本构模型奠定了基础。

综上所述，珊瑚砂在高压力作用下，破碎形式主要是压缩破碎，蠕变变形由破碎产生的细小颗粒细化滑移填充孔隙造成。从颗粒破碎后的形状因子，

如长宽比、圆球度和凹凸度方面说明了颗粒破碎的自相似性和无尺度性，导致颗粒级配演化随着压力的增大向分形破碎极限发展。

参 考 文 献

[1] COOP M R. The mechanics of uncemented carbonate sands[J]. **Géotechnique**, 1990, 40(4): 607－626.

[2] LEUNG C F, LEE F H, YET N S. The role of particle breakage in pile creep in sand[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1996, 33(6): 888－898.

[3] 曹亮, 刘文白, 李晓昭, 等. 侧限压缩下砂土的细观力学特性及其形态分析[J]. 地质论评, 2011, 57(4): 591－599.
CAO Liang, LIU Wen-bai, LI Xiao-zhao, et al. Micro-mechanics and particle shape analysis for sand under oedometer compression condition[J]. **Geological Review**, 2011, 57(4): 591－599.

[4] 尹光志, 张千贵, 魏作安, 等. 尾矿细微观力学与形变观测试验装置的研制与应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(5): 926－934.
YIN Guang-zhi, ZHANG Qian-gui, WEI Zuo-an, et al. Development and application of observation testing apparatus for micromechanics and deformation of tailings[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics & Engineering**, 2011, 30(5): 926－934.

[5] 尹光志, 张千贵, 魏作安, 等. 尾矿细观结构变形演化非线性特征试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(8): 1604－1612.
YIN Guang-zhi, ZHANG Qian-gui, WEI Zuo-an, et al. Experimental study of nonlinear characteristics of deformation evolution for meso-scopic structure of tailings[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2011, 30(8): 1604－1612.

[6] BOLTON M D. The role of micro-mechanics in soil mechanics[C]//Proceedings of the International Workshop on Soil Crushability. [S. l.]: Yamaguchi University Press, 1999.

[7] KRUMBEIN W C. Measurement and geological significance of shape and roundness of sedimentary particles[J]. **Journal of Sedimentary Research**, 1941, 11(2): 64－72.

[8] RITTENHOUSE G. A visual method of estimating two-dimensional sphericity[J]. **Journal of Sedimentary Research**, 1943, 13(2): 79－81.

[9] ZELASKO J S, KRIZEK R J, EDIL T B. Shear behavior of sands as a function of grain characteristics[J]. **Journal of Applied Spectroscopy**, 1975, 29(4): 1260－1266.

[10] SANTAMARINA J, CHO G. Soil behaviour: the role of particle shape[C]//Advances in Geotechnical Engineering: The Skempton Conference. London: Thomas Telford, 2004: 604－617.

[11] CHO G, DODDS J, SANTAMARINA J. Particle shape effects on packing density, stiffness, and strength: natural and crushed sands[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2006, 132(5): 591－602.

[12] BOWMAN E T, SOGA K, DRUMMOND W. Particle shape characterisation using Fourier descriptor analysis[J]. **Geotechnique**, 2001, 51(6): 545－554.

[13] MOLLON G, ZHAO J. Fourier–Voronoi-based generation of realistic samples for discrete modelling of granular materials[J]. **Granular Matter**, 2012, 14(5): 621－638.

[14] MOLLON G, ZHAO J. Generating realistic 3D sand particles using Fourier descriptors[J]. **Granular Matter**, 2013, 15(1): 95－108.

[15] ZHAO J D. A statistically-based approach to reproduce sand particles for discrete modeling[C]// Proceedings of the Workshop on Experimental Micromechanics for Geomaterials. Hong Kong: The University of Hong Kong Press, 2013.

[16] VALLEJO L E. Fractal analysis of granular materials[J]. **Géotechnique**,1995,45(1): 159－163.

[17] 陈海洋, 汪稔, 李建国, 等. 钙质砂颗粒的形状分析[J]. 岩土力学, 2005, 26(9): 1389－1392.
CHEN Hai-yang, WANG Ren, LI Jian-guo, et al. Grain shape analysis of calcareous soil[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(9): 1389－1392.

[18] 王宝军, 施斌, 唐朝生. 基于 GIS 实现黏性土颗粒形态的三维分形研究[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(2): 309－312.
WANG Bao-jun, SHI Bin, TANG Chao-sheng. Study on 3D fractal dimension of clayey soil by use of GIS[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 29(2): 309－312.

[19] LADE P V, YAMAMURO J A, BOPP P A. Significance of particle crushing in granular materials[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1996, 122(4): 309－316.

[20] UENG T S, CHEN T J. Energy aspects of particle breakage in drained shear of sands[J]. **Géotechnique**, 2000, 50(1): 65－72.

[21] NAKATA Y, HYODO M, HYDE A F L, et al.

Microscopic particle crushing of sand subjected to high pressure one-dimensional compression[J]. **Soils and Foundations**, 2001a, 41(1): 62－82.

[22] MCDOWELL G R, KHAN J J. Creep of granular materials[J]. **Granular Matter**, 2003, 5(3): 115－120.

[23] 梁军, 刘汉龙, 高玉峰. 堆石蠕变机制分析与颗粒破碎特性研究[J]. 岩土力学, 2003, 24(3): 479－483.
LIANG Jun, LIU Han-long, GAO Yu-feng. Creep mechanism and breakage behaviour of rockfill[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(3): 479－483.

[24] HARDIN B. Crushing of soil particles[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1985, 111(10): 1177－1192.

[25] EINAV I. Breakage mechanics—part I: theory[J]. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 2007, 55(6): 1274－1297.

[26] MUIR WOOD D. The magic of sands[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2007, 44(11): 1329－1350.

[27] TURCOTTE D L. Fractals and fragmentation[J]. **Journal of Geophysical Research**, 1986, 91(B2): 1921－1926.

[28] BOLTON M D, MCDOWELL G R. Clastic mechanics[C]// IUTAM Symposium on Mechanics of Granular and Porous Materials. Netherland: Kluwer Academic Publishers, 1997.

[29] ALTUHAFI F, COOP M. Changes to particle characteristics associated with the compression of sands[J]. **Géotechnique**, 2011, 61(6): 459－471.

[30] ALTUHAFI F, O'SULLIVAN C, CAVARRETTA I. Analysis of an image-based method to quantify the size and shape of sand particles[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2013, 139(8): 1290－1307.

[31] 张家铭. 钙质砂基本力学性质及颗粒破碎影响研究[D]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所, 2004.
ZHANG Jia-ming. study on the fundamental mechanical characteristics of calcareous sand and the influence of particle breakage[D]. Wuhan: Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2004.

[32] MANDELBROT B B. The fractal geometry of nature[M]. New York: W. H. Freeman and Company, 1982.

[33] PERFECT E, RASIAH V, KAY B D. Fractal dimensions of soil aggregate-size distributions calculated by number and mass[J]. **Soil Science Society of American Journal**, 1992, 56(5): 1407－1409.

[34] MCDOWELL G R, BOLTON M D. On the micro-mechanics of crushable aggregates[J]. **Géotechnique**, 1998, 48(5): 667－679.

[35] 张季如, 祝杰, 黄文竞. 侧限压缩下石英砂砾的颗粒破碎特性及其分形描述[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(6): 783－789.
ZHANG Ji-ru, ZHU Jie, HUANG Wen-jing. Crushing and fractal behaviors of quartz sand-gravel particles under confined compression[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2008, 30(6): 783－789.

[36] COOP M R, SORENSEN K K, FREITAS T B, et al. Particle breakage during shearing of a carbonate sand[J]. **Geotechnique**, 2004, 54(3): 157－163.

[37] LEE K L, FARHOOMAND I. Compressibility and crushing of granular soil in anisotropic triaxial compression[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1967, 4(1): 68－86.

[38] MIURA N, O-HARA S. Particle-crushing of a decomposed granite soil under shear stresses[J]. **Soils and Foundations**, 1979, 19(3): 1－14.

[39] BIAREZ J, HICHER P Y. Elementary mechanics of soil behaviour: saturated remoulded soils[M]. Rotterdam: A. A. Balkema, 1994.

上接第 1572 页

[18] 李涛, 唐小微. 两种黏粒含量淤泥质粉质黏土动残余应变试验[J]. 岩土力学, 2017, 38(6): 1609－1619, 1628.
LI Tao, TANG Xiao-wei. Experiment on dynamic residual strain of two mucky silty clays with different clay contents[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2017, 38(6): 1609－1619, 1628.

[19] 曹洋, 周建, 严佳佳. 考虑循环应力比和频率影响的动荷载下软土微观结构研究[J]. 岩土力学, 2014, 35(3): 735－743.
CAO Yang, ZHOU Jian, YAN Jia-jia. Study of microstructures of soft clay under dynamic loading considering effect of cyclic stress ratio and frequency[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2014, 35(3): 735－743.

[20] LIU CHUN, SHI BIN, ZHOU JIAN, et al. Quantification and characterization of microporosity by image processing, geometric measurement and statistical methods: application on SEM images of clay materials[J]. **Applied Clay Science**, 2011, 54(1): 97－106.