

DOI: 10.16285/j.rsm.2016.1486

# 一种考虑黏聚强度的改良土弹塑性本构模型

孙 凯<sup>1,2</sup>, 陈正林<sup>1,2</sup>, 路德春<sup>3</sup>

(1. 哈尔滨工业大学 结构工程灾变与控制教育部重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150090;  
2. 哈尔滨工业大学 土木工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150090; 3. 北京工业大学 岩土与地下工程研究所, 北京 100124)

**摘 要:** 改良土中土颗粒和水化物形成具有一定结构的聚合体而表现出较强的结构性。与重塑正常固结土相比, 改良土的结构性更强且具有一定的超固结比。在变形发展过程中, 由于聚合体结构逐渐破坏, 黏聚强度逐渐损失, 土体表现出应变软化的力学特性。基于适用于超固结重塑黏土的统一硬化模型, 引入改良土黏聚强度及其随塑性变形的演化规律, 对统一硬化参数进行了修正, 并采用更适用于改良土的非关联的流动法则, 建立了一个可以较好地描述改良土力学特性的弹塑性本构模型。通过与水泥改良土和石灰改良土的三轴剪切排水试验的结果进行对比, 该模型能够较为合理地描述改良土加载过程中黏聚强度损失对其力学特性的影响。黏聚强度的存在导致土体表现出超固结土的特性, 当黏聚强度损失时会加剧土体的软化速度。

**关 键 词:** 改良土; 结构性; 超固结; 黏聚强度; 剪胀; 软化; 统一硬化参数

中图分类号: TU 411

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2018)05-1589-09

## An elastoplastic constitutive model incorporating cementation effect of stabilizer-treated soils

SUN Kai<sup>1,2</sup>, CHEN Zheng-lin<sup>1,2</sup>, LU De-chun<sup>3</sup>

(1. Key Laboratory of Structures Dynamics Behavior and Control, Ministry of Education, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150090, China;  
2. School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150090, China;  
3. Institute of Geotechnical and Underground Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

**Abstract:** Stabilizer-treated soil possesses unique structures due to the cementation of soil particles and cement-hydrate. Compared with remolded normally-consolidated soil, treated soil usually holds a strong structure and overconsolidation ratio. Treated soil exhibits softening behavior due to the loss of cementation induced by the decay of bonded structure during the development of deformation. An evolution rule of cementation effect is proposed to consider the change of cementation strength with shear strain. The hardening parameter in UH model is modified and an elastoplastic constitutive model incorporating cementation effect for stabilizer-treated soils is proposed, in which non-associated flow rule is used. The comparison between predicted mechanical behaviors of cement-treated soil and lime-treated soil with triaxial compression test results indicate the validation and accuracy of the proposed model. Consideration of the contribution of cementation effect can describe the mechanical behaviors of stabilizer-treated soils. The soil behaves like overconsolidated soil due to the cementation strength, while the softening is faster with the decrease of cementation strength during deformation.

**Keywords:** treated soil; structure; overconsolidation; cementation strength; dilatancy; softening; unified hardening parameter

## 1 引 言

软黏土地基由于承载力低、压缩性大且固结时间长, 在工程中难以直接利用。为了提高软土强度并减小压缩性, 通常采用添加水泥、石灰等固化剂的方法进行改良。改良土中土颗粒、孔隙水及固

化剂水化物形成具有一定排列和结构的聚合体, 表现出较高的黏聚强度。同时改良土的制备或者施工过程中的应力历史及黏聚强度的存在会导致土体中存在一定的超固结效应<sup>[1]</sup>。相比于正常固结土, 改良土中存在一定微观结构, 且由于超固结和黏聚强度的存在使其力学特性较为复杂。

收稿日期: 2016-06-19

基金项目: 国家自然科学基金(No. 51409072, No. 51522802); 黑龙江省自然科学基金(No. LC2013C16); 中国博士后科学基金(No. 2013M541391)。This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51409072, 51522802), the Natural Science Foundation of Heilongjiang Province of China (LC2013C16) and the China Postdoctoral Science Foundation (2013M541391).

第一作者简介: 孙凯, 男, 1982 年生, 博士, 讲师, 主要从事土的本构关系及岩土数值计算方面的研究。E-mail: sunkainu@gmail.com

目前,针对改良土的力学特性的研究还不完善,现有的模型很难描述其力学特性。近年来,许多学者通过室内试验和理论分析对改良土的力学特性进行了研究<sup>[2-7]</sup>。为了描述土的结构性,Liu等<sup>[8-9]</sup>在修正剑桥模型的基础上提出了能够描述原状土的结构性模型(SCC模型),但该模型未考虑改良土的黏聚强度且无法描述软化现象<sup>[10]</sup>。Chai等<sup>[11]</sup>建立了可考虑结构性对土体压缩特性影响的修正剑桥模型,能够较好地描述自然结构性土的体积变形。Asaoka等<sup>[12]</sup>基于修正剑桥模型,提出了上、下加载面模型(SYS模型),通过上加载面来描述土的结构性。这些结构性土模型主要用于描述原状土的结构性,忽略了土的黏聚强度及其变化规律,因而在描述改良土的力学特性时存在一定的局限性。Nova等<sup>[13]</sup>引入了修正有效应力的概念,并将其用于描述正常固结和轻度超固结的结构性黏土。研究表明,当固化剂含量较低时,临界状态土力学仍然适用于改良土。在这些模型中,并不能考虑土体在变形过程中伴随着土颗粒-水化物聚合体的逐渐破坏过程而导致的黏聚强度逐渐丧失这一现象。Horpibulsuk<sup>[14]</sup>、Suebsuk<sup>[15]</sup>等研究了胶结作用对黏土力学特性的影响,对SCC模型进行了修正并将其应用于描述改良土的力学特性。此模型为单屈服面模型,在屈服面内,土体表现出弹性特性;在屈服面外,土体表现出弹塑性特性。研究表明,处于超固结状态的许多岩土材料,在卸载或循环加载过程中通常会表现出不可恢复的变形,采用SCC模型会过高地估计土体的强度且在弹性和弹塑性变形阶段缺乏光滑的过渡<sup>[10]</sup>。为了解决这一问题,通常采用多屈服面<sup>[16-17]</sup>或者界面的概念<sup>[18-19]</sup>。姚仰平等<sup>[20-21]</sup>提出了统一硬化模型(UH模型),能够反映超固结土的硬化及软化、剪胀及剪缩效应。陈波安等<sup>[22-23]</sup>通过在UH模型中考虑原状土的黏聚强度及其演化规律,使模型能更好地描述原状土强度、变形等力学特性。

改良土的结构性主要表现在原土颗粒存在一定的排列形式以及新形成的土颗粒-水化物的聚合体具有的结构,这两种微观结构在宏观上表现为在相同的孔隙比下,具有一定结构的土体的强度更高。对于岩土材料,试图建立一个能够反映其所有特性的复杂的本构模型是难以做到的,这会存在隐含的非精确性、数值计算上的不稳定性、缺乏收敛性以及存在其他的误差<sup>[24]</sup>。对于改良土,土颗粒聚合效应的影响要远大于土颗粒排列形式的影响,而聚合效应的最直接的宏观体现就是黏聚强度。因此,本文基于可以描述超固结重塑黏土土力学特性的统一

硬化模型<sup>[21]</sup>,提出改良土黏聚强度随变形的发展规律,对屈服面、临界状态线、峰值应力比及硬化参数进行了修正,并采用非关联的流动法则,建立了一个可以较好地描述改良土力学特性的弹塑性本构模型。

## 2 改良土的力学特性

在加载过程中,改良土内部的土颗粒的排列以及土颗粒和水化物形成的聚合体被破坏,导致土体的结构性和超固结逐渐丧失,进而影响改良土的力学特性。在本文中,采用的应力均为有效应力。

### 2.1 改良土的黏聚强度及其演化规律

Koliji等<sup>[25]</sup>的研究表明,对于存在一定黏聚强度的土体,黏聚强度 $p_r$ 随加载过程而逐渐丧失。Suebsuk等<sup>[10]</sup>在研究结构性土时给出了黏聚强度在加载过程中的演化规律,认为黏聚强度随着塑性剪应变发展而逐渐丧失。本文在Suebsuk等<sup>[10]</sup>的研究基础上假定改良土的黏聚强度满足以下演化规律:

$$p_r = p_{r0} e^{-k\varepsilon_s^p}, k \geq 0 \quad (1)$$

式中: $p_{r0}$ 为初始黏聚强度; $k$ 为黏聚强度演化参数,反映了黏聚强度在加载过程中丧失的速度; $\varepsilon_s^p$ 为塑性剪应变。当 $k=0$ 时, $p_r = p_{r0}$ ,即黏聚强度不随塑性剪应变的发展而丧失; $k$ 越大,黏聚强度损失速度越快。黏聚强度随加载过程的衰减规律如图1所示。

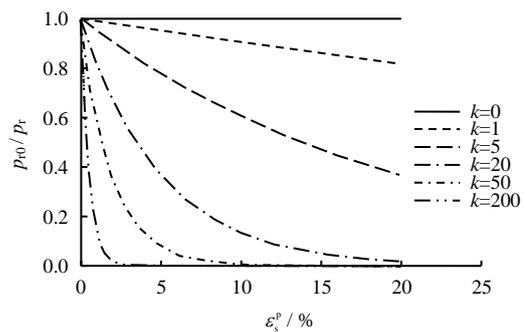


图1 黏聚强度-塑性剪应变的变化曲线  
Fig.1 Curves of cementation strength with plastic shear strain

为了考虑围压的约束对改良土中土颗粒-水化物聚合体破坏的抑制作用,本文中应考虑 $k$ 随围压变化,详见下文。

### 2.2 改良土的压缩特性

图2为重塑土与不同水泥含量的改良土在 $e^* - \ln(p + p_r)$ 空间中<sup>[5]</sup>的压缩特性。 $p_0$ 、 $p_c$ 、 $p_y$ 分别

为  $e-\ln p$  空间中的参考应力、固结压力和屈服应力。图 2 中 NCL (normal compression line) 为正常固结重塑土的压缩曲线, 压缩曲线近似为一条直线 (AB);  $e_0$  为重塑土在参考有效应力 ( $p_0 + p_r$ ) 下对应的初始孔隙比,  $\lambda$  为重塑土的压缩曲线的斜率。SCL 线 (structured compression line) 为不同水泥含量的改良土的压缩曲线。由于结构性的影响, 改良土的压缩曲线均位于重塑土的压缩曲线的上方, 且压缩曲线的斜率随水泥含量增加而增大。以 5% 水泥含量的改良土为例, 如图中的 C(E)DF 段, 当改良土的有效固结压力 ( $p_c + p_r$ ) 小于有效屈服应力 ( $p_y + p_r$ ) 时, 改良土的压缩变形随固结压力增长变化较慢<sup>[26-27]</sup>, 压缩曲线为 ED 段, ED 段可以认为是土体的卸载回弹阶段, 其斜率为  $\kappa^*$ ; 当改良土的有效固结压力 ( $p_c + p_r$ ) 超过有效屈服应力 ( $p_y + p_r$ ) 后, 改良土中土颗粒和水化物形成的聚合体结构逐渐破坏, 且土颗粒在力的作用下重新排列导致土体的结构性损失, 土体的压缩变形随固结压力增长变化较快, 压缩曲线为 DF 段, 近似为一条直线, 压缩曲线斜率  $\lambda^*$ 。当改良土的结构性完全丧失后, 改良土的压缩特性趋于正常固结土。改良土在一维压缩条件下孔隙比的变化可以表示为

$$e^* = e_0^* - \lambda^* \ln \left( \frac{p + p_r}{p_0 + p_r} \right) \quad (2)$$

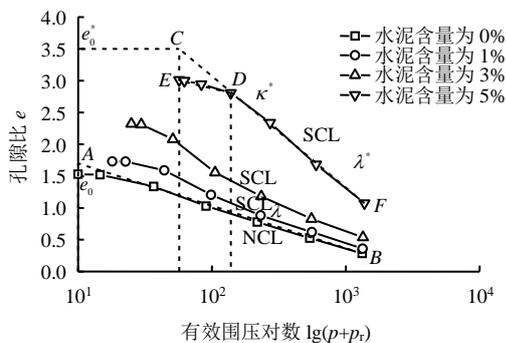


图 2 水泥改良土的压缩特性

Fig.2 Compression characteristics of cement-treated soil

### 3 改良土的弹塑性本构模型

研究表明<sup>[5, 10, 23]</sup>, 对于存在一定胶结结构的土体, 黏聚强度对土的力学特性有重要影响。由于黏聚强度在加载过程中会逐渐丧失, 使土体有效应力等指标发生改变, 且与重塑土有较大的差异, 因此有必要建立改良土应力-应变关系的本构模型。本文以临界状态理论为基础, 在统一硬化模型的框架下, 引入黏聚强度及其变化规律, 对临界状态线、潜在强度线以及硬化参数进行修正, 并采用非关联的流

动法则, 建立考虑改良土黏聚强度及其变化的弹塑性本构模型, 使其能较好地描述改良土的力学特性。

#### 3.1 屈服函数 $f$ 及超固结参数 $R^*$

如图 3 所示, 模型中的当前屈服面和参考屈服面是采用与统一硬化模型<sup>[21]</sup>类似的屈服面。当前屈服面与参考屈服面形状相似, 均为与修正剑桥模型屈服面类似的椭圆形。对于改良土, 由于黏聚强度  $p_r$  的影响, 其屈服面及临界状态线不再过原点, 而是通过点  $(-p_r, 0)$ , 表现为土体的屈服面扩大, 土体的强度提高。图 3 中, 对于改良土, 当前屈服面和参考屈服面在加载过程中逐渐扩大或缩小, 反映了土体的硬化规律; 同时两个屈服面的顶点也在向右侧移动, 反映了加载过程中黏聚强度减小对土体应力-应变关系的影响。Kasama 等<sup>[5]</sup>的试验结果表明, 强结构性土的强度与有效围压 ( $p + p_r$ ) 成线性关系, 本文在此基础上考虑黏聚强度的影响, 由当前屈服面的应力点  $A'(p, q)$  和位于参考屈服面上的应力点  $B'(\bar{p}, \bar{q})$  的相对位置定义超固结参数  $R^*$  为

$$R^* = \frac{p}{\bar{p}} = \frac{q}{\bar{q}} = \frac{p + p_r}{\bar{p} + p_r} \quad (3)$$

式中:  $R^*$  在  $0 \sim 1$  区间变化。当  $R^* = 1$  时, 土体变为正常固结土。当黏聚强度  $p_r$  逐渐减小至 0 时,  $R^*$  即退化为统一硬化模型中的超固结参数  $R$ 。

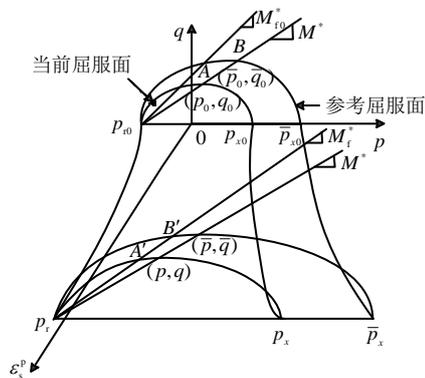


图 3 当前屈服面和参考屈服面

Fig.3 Current yield surface and reference yield surface

加载过程中参考屈服面可以表示为

$$\bar{f} = \ln \left( \frac{\bar{p} + p_r}{\bar{p}_0 + p_r} \right) + \ln \left( 1 + \frac{\bar{q}^2}{M^{*2} (\bar{p} + p_r)^2} \right) - \frac{1}{C_p^*} \varepsilon_v^p = 0 \quad (4)$$

式中:  $\bar{p}_0$  为初始参考应力;  $C_p^* = (\lambda^* - \kappa^*) / (1 + e_0^*)$ ;  $M^*$  为  $p-q$  空间中过  $(-p_r, 0)$  点的临界状态线的斜率。试验数据表明,  $M^*$  与临界状态参数  $M$  相等<sup>[5]</sup>, Sun 等<sup>[28]</sup>也采用类似的结论。

当前屈服面可以表示为

$$f = \ln\left(\frac{p+p_r}{p_0+p_r}\right) + \ln\left(1 + \frac{q^2}{M^{*2}(p+p_r)^2}\right) - \frac{1}{C_p} H^* = 0 \quad (5)$$

由式 (3)、(4) 可得超固结参数  $R^*$  为

$$R^* = \frac{p+p_r}{\bar{p}+p_r} = \frac{(M^{*2} + \eta^{*2})(p+p_r)}{M^{*2}(\bar{p}_0+p_r)} e^{-\varepsilon_v^p/C_p} \quad (6)$$

式中:  $\eta^* = q/(p+p_r)$ ,  $\eta^*$  即为考虑黏聚强度的应力比。

### 3.2 潜在强度线斜率 $M_f^*$ 及硬化参数 $H^*$

当土体处于超固结状态时, 其强度比正常固结土强度要高, 姚仰平等<sup>[21]</sup>在描述超固结土强度时提出了改进的 Hvorslev 线的概念, 改进的 Hvorslev 线为过原点抛物线。对于改良土, 由于黏聚强度的影响, 其强度包线不再过原点, 而是过点  $(-p_r, 0)$  且高于改进的 Hvorslev 线的一条抛物线, 本文考虑黏聚强度影响, 采用与姚仰平等<sup>[21]</sup>类似的方法得到修正后的结构性土的潜在强度线斜率  $M_f^*$  为

$$M_f^* = 6 \left[ \sqrt{\frac{k^*}{R^*} \left(1 + \frac{k^*}{R^*}\right)} - \frac{k^*}{R^*} \right] \quad (7)$$

$$k^* = \frac{M^{*2}}{12(3-M^*)} \quad (8)$$

统一硬化模型<sup>[20-21]</sup>通过超固结参数来考虑土的峰值强度变化。本文中, 由于黏聚强度  $p_r$  在加载过程中会衰减, 引起超固结参数变化, 进而影响潜在强度线的斜率  $M_f^*$ 。如图 3 所示, 随着变形的发展, 潜在强度线的斜率由初始的  $M_{f0}^*$  变为  $M_f^*$ 。因此, 修正的潜在强度线斜率  $M_f^*$  综合考虑了改良土的强结构性和超固结对土体强度的影响<sup>[23]</sup>。当  $p_r = 0$  时, 修正的  $M_f^*$  退化为 UH 模型的潜在强度线斜率  $M_f$ 。

姚仰平等<sup>[21]</sup>在描述超固结土力学特性时引入了统一硬化参数  $H$ , 为了更好描述改良土的变形特性, 本文将修正为超固结参数  $R^*$  的函数:

$$H^* = \int dH^* = \int \frac{1}{R^{*2}} \frac{M_f^{*4}}{M_f^*} \frac{M_f^{*4} - \eta^{*4}}{M_f^{*4} - \eta^{*4}} d\varepsilon_v^p = \int \frac{1}{\Omega} d\varepsilon_v^p \quad (9)$$

$$\Omega = R^{*2} \frac{M_f^{*4}}{M_f^*} \frac{M_f^{*4} - \eta^{*4}}{M_f^{*4} - \eta^{*4}} \quad (10)$$

由于  $R^*$  和  $M_f^*$  是黏聚强度  $p_r$  的函数, 提出的新的硬化参数  $H^*$  实际上引入了黏聚强度变化对土体硬化/软化、剪缩/剪胀等力学特性的影响。土体加载过程中超固结逐渐丧失, 超固结参数  $R^*$  逐渐增

加。当  $R^* = 1$  时, 土体变为正常固结土时, 修正的统一硬化参数  $H^*$  退化为统一硬化参数  $H$ 。

### 3.3 塑性势函数 $g$

统一硬化模型采用的是相关联的流动法则, 可以较好地描述重塑土的应力-应变特性, 而对于强结构性土, 若采用相关联的流动法则会导致过高的预测的塑性剪应变<sup>[14]</sup>。McDowell 等<sup>[29-30]</sup>研究结构性影响并提出了结构性土塑性势函数, 通过改变塑性势函数的形状可以较好地描述不同类型的结构性土的塑性体应变和塑性剪应变。本文采用类似的塑性势函数, 并引入黏聚强度的影响, 新的塑性势函数可以表示为

$$g = \ln \left[ 1 + \frac{(1-\psi)q^2}{M^{*2}(p+p_r)^\psi (p_p+p_r)^{2-\frac{2}{\psi}}} \right] - \left( 2 - \frac{2}{\psi} \right) \ln(p+p_r) + \left( 2 - \frac{2}{\psi} \right) \ln(p_p+p_r) \quad (11)$$

式中:  $p_p$  和  $\psi$  分别为反映塑性势大小和形状的参数。当取黏聚强度  $p_r = 0.2p_p$  且  $M^* = 1.2$  时, 不同  $\psi$  取值对应的塑性势函数的形状如图 4 所示。图 4 表明, 随  $\psi$  的减小, 土体的塑性剪应变减小。当  $\psi = 2.00$  时, 该塑性势函数退化为考虑黏聚强度的修正剑桥模型 (MCC) 的塑性势函数。

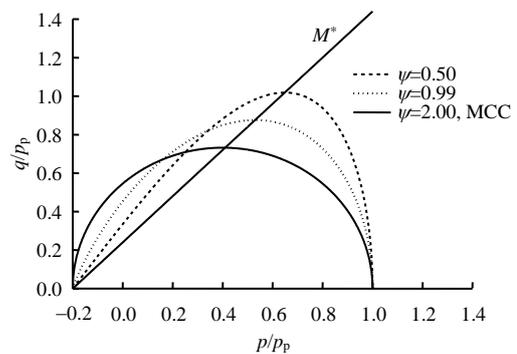


图 4 塑性势函数的形状  
Fig.4 Shape of plastic potential function

### 3.4 弹性应变增量

如图 2 所示, 改良土在加载过程中的孔隙比的变化可以表示为

$$\Delta e = \lambda^* [\ln(p+p_r) - \ln(p_0+p_r)] \quad (12)$$

由式 (12) 可得体变增量表达式为

$$d\varepsilon_v = \frac{\lambda^* d[\ln(p+p_r) - \ln(p_0+p_r)]}{1+e_0^*} \quad (13)$$

弹性体应变增量为

$$d\varepsilon_v^e = \frac{\kappa^* d[\ln(p+p_r) - \ln(p_0+p_r)]}{1+e_0^*} = \frac{\kappa^*}{1+e_0^*} \frac{1}{p+p_r} dp + \frac{\kappa^*}{1+e_0^*} \frac{p_0-p}{(p+p_r)(p_0+p_r)} dp_r \quad (14)$$

改良土的弹性体应变增量可以表示为

$$d\varepsilon_v^e = \frac{1}{K} dp \quad (15)$$

由式(14)、(15)可得

$$\frac{1}{K} = \frac{\kappa^*}{1+e_0^*} \frac{1}{p+p_r} + \frac{\kappa^*}{1+e_0^*} \frac{p_0-p}{(p+p_r)(p_0+p_r)} \frac{dp_r}{dp} \quad (16)$$

由于在加载过程中,  $dp_r/dp$  远小于 1, 可以忽略  $dp_r/dp$  的影响, 因此, 式(16)可以简化为

$$K = \frac{(1+e_0)(p+p_r)}{\kappa^*} \quad (17)$$

体积模量  $K$  可由弹性模量  $E$  和泊松比  $\nu$  表示为

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (18)$$

由式(17)、(18)可得弹性模量为

$$E = 3(1-2\nu) \frac{(1+e_0)(p+p_r)}{\kappa^*} \quad (19)$$

剪切模量可由弹性模量  $E$  和泊松比  $\nu$  表示为

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (20)$$

由式(19)、(20)可得剪切模量为

$$G = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \frac{(1+e_0)(p+p_r)}{\kappa^*} \quad (21)$$

改良土的弹性剪应变增量可以表示为

$$d\varepsilon_s^e = \frac{1}{3G} dq \quad (22)$$

### 3.5 塑性应变增量

塑性应变增量可以表示为

$$d\varepsilon_v^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial p} \quad (23)$$

$$d\varepsilon_s^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial q} \quad (24)$$

式中:  $d\lambda$  可由一致性条件求得, 具体求解过程如下。

改良土的屈服函数如下:

$$f = \ln\left(\frac{p+p_r}{p_0+p_r}\right) + \ln\left(1 + \frac{q^2}{M^{*2}(p+p_r)^2}\right) - \frac{1}{C_p^*} H^* = 0 \quad (25)$$

一致性条件为

$$df = \frac{\partial f}{\partial p} dp + \frac{\partial f}{\partial p_r} dp_r + \frac{\partial f}{\partial q} dq + \frac{\partial f}{\partial H^*} dH^* = 0 \quad (26)$$

由式(25)可得

$$\frac{\partial f}{\partial p} = \frac{M^{*2}(p+p_r)^2 - q^2}{(p+p_r)[M^{*2}(p+p_r)^2 + q^2]} \quad (27)$$

$$\frac{\partial f}{\partial p_r} = \frac{M^{*2}(p+p_r)^2 - q^2}{(p+p_r)[M^{*2}(p+p_r)^2 + q^2]} - \frac{1}{(p+p_r)} \quad (28)$$

$$\frac{\partial f}{\partial q} = \frac{2q}{M^{*2}(p+p_r)^2 + q^2} \quad (29)$$

$$\frac{\partial f}{\partial H^*} = -\frac{1}{C_p^*} \quad (30)$$

$$dH^* = \frac{1}{\Omega} d\varepsilon_v^p = \frac{1}{\Omega} d\lambda \frac{\partial g}{\partial p} \quad (31)$$

$$dp_r = -kp_r d\lambda \frac{\partial g}{\partial q} \quad (32)$$

对式(11)求导可得

$$\frac{\partial g}{\partial p} = \frac{2M^{*2}(p+p_r)}{M^{*2}(p+p_r)^2 + (\psi-1)q^2} - \frac{2}{\psi} \frac{1}{p+p_r} \quad (33)$$

$$\frac{\partial g}{\partial q} = \frac{2(\psi-1)q}{M^{*2}(p+p_r)^2 - (\psi-1)q^2} \quad (34)$$

将式(27)~(34)代入式一致性条件(26)可得

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial p} dp + \frac{\partial f}{\partial q} dq}{-\frac{\partial f}{\partial p_r} \frac{\partial p_r}{\partial \varepsilon_s^p} \frac{\partial g}{\partial q} - \frac{\partial f}{\partial H^*} \frac{\partial H^*}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{\partial g}{\partial p}} \quad (35)$$

将式(35)代入式(23)和式(24)可得土体的塑性应变增量为

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^p \\ d\varepsilon_s^p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{pp}^p & C_{pq}^p \\ C_{qp}^p & C_{qq}^p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} \quad (36)$$

式中:  $C_{pp}^p$ 、 $C_{pq}^p$ 、 $C_{qp}^p$ 、 $C_{qq}^p$  均为塑性影响因子, 表达式为

$$C_{pp}^p = \frac{\frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial g}{\partial p}}{-\frac{\partial f}{\partial p_r} \frac{\partial p_r}{\partial \varepsilon_s^p} \frac{\partial g}{\partial q} - \frac{\partial f}{\partial H^*} \frac{\partial H^*}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{\partial g}{\partial p}} \quad (37)$$

$$C_{pq}^p = \frac{\frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial g}{\partial p}}{-\frac{\partial f}{\partial p_r} \frac{\partial p_r}{\partial \varepsilon_s^p} \frac{\partial g}{\partial q} - \frac{\partial f}{\partial H^*} \frac{\partial H^*}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{\partial g}{\partial p}} \quad (38)$$

$$C_{qp}^p = \frac{\frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial g}{\partial q}}{\frac{\partial f}{\partial p_r} \frac{\partial p_r}{\partial \varepsilon_s^p} \frac{\partial g}{\partial q} - \frac{\partial f}{\partial H^*} \frac{\partial H^*}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{\partial g}{\partial p}} \quad (39)$$

$$C_{qq}^p = \frac{\frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial g}{\partial q}}{\frac{\partial f}{\partial p_r} \frac{\partial p_r}{\partial \varepsilon_s^p} \frac{\partial g}{\partial q} - \frac{\partial f}{\partial H^*} \frac{\partial H^*}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{\partial g}{\partial p}} \quad (40)$$

新模型中的塑性因子中增加了黏聚强度  $p_r$  和塑性势函数  $g$  的影响。

### 3.6 改良土的弹塑性本构关系

由式 (15)、(22)、(36) 可得在  $p-q$  空间中改良土的应力-应变关系为

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{pp}^p + \frac{1}{K} & C_{pq}^p \\ C_{qp}^p & C_{qq}^p + \frac{1}{3G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} \quad (41)$$

式 (41) 即为考虑黏聚强度影响的改良土的弹塑性本构关系。相比于统一硬化模型, 提出的模型增加了 3 个参数: 改良土的初始黏聚强度  $p_{r0}$ 、黏聚强度演化参数  $k$  以及塑性势形状参数  $\psi$ 。

## 4 模型验证

本文提出的模型能够描述改良土加载过程中结构强度变化对土体变形特性的影响, 特别是当改良土加载过程中应力达到峰值应力时土颗粒和水化物聚合物结构的破坏导致黏聚强度突然快速降低, 表现为应力-应变曲线突然快速下降的现象。本文选取水泥含量为 8%、压实度为 96% 的水泥砾质土和石灰含量为 3%、压实度为 95% 的荆门石灰改良膨胀土的在不同围压下的三轴试验数据<sup>[31-32]</sup>对模型进行验证, 模型中的材料参数见表 1。

表 1 水泥改良土和石灰改良土的模型参数  
Table 1 Model parameters of cement-treated soil and lime-treated soil

土性	围压 / kPa	$\lambda^*$	$\kappa^*$	$e_0^*$	$M^*$	$\nu$	$p_{r0}$ / kPa	$R_0^*$	$\psi$	$k$
水泥改良土	200	0.45	0.010	0.48	1.22	0.4	1 150	0.247	0.40	16
水泥改良土	500	0.45	0.010	0.48	1.22	0.4	1 150	0.303	0.40	6
水泥改良土	800	0.45	0.010	0.48	1.22	0.4	1 150	0.358	0.40	1
石灰改良土	50	0.03	0.001	0.85	1.38	0.3	150	0.121	0.50	20
石灰改良土	100	0.03	0.001	0.85	1.38	0.3	150	0.152	0.50	15
石灰改良土	200	0.03	0.001	0.85	1.38	0.3	150	0.212	0.50	8

图 5 和图 6 分别为水泥改良土和石灰改良土在不同围压下的固结排水剪切试验结果与模型的预测结果。两种改良土均在变形前期表现出伴随着体积剪缩的应变硬化现象, 在变形后期表现出伴随着体积膨胀的应变软化现象。从图 5、6 中可以看出, 模型能描述改良土在不同围压下的剪缩/剪胀、硬化/软化特性, 且具有较高的精度。

图 7 和图 8 分别为通过模型对两种改良土的三轴试验数据进行拟合得到两种改良土黏聚强度的变化规律。图 7 和图 8 表明了加载过程中, 改良土的黏聚强度逐渐衰减, 且当围压增加时, 黏聚强度的衰减速度下降, 说明了围压的约束作用能够显著减缓改良土中土颗粒-水化物聚合物结构的破裂。对于具有一定前期固结压力的超固结土, 围压的影响可以通过初始超固结比反映, 即当前围压增加时, 初始超固结比减小。文中两种改良土的黏聚强度演化参数  $k$  和初始超固结参数  $R_0^*$  的关系如图 9 所示。图 9 表明, 对于具有一定超固结比的改良土, 其黏聚强度的损失速率随初始超固结参数  $R_0^*$  增加(超固结比  $OCR$  减小)而减小。

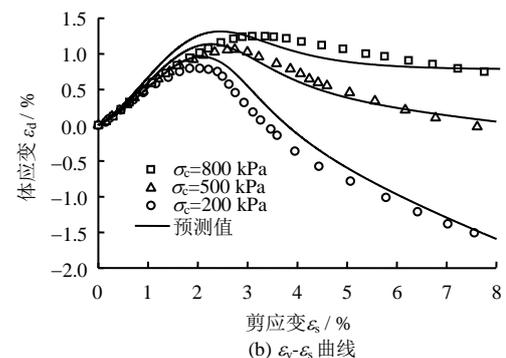
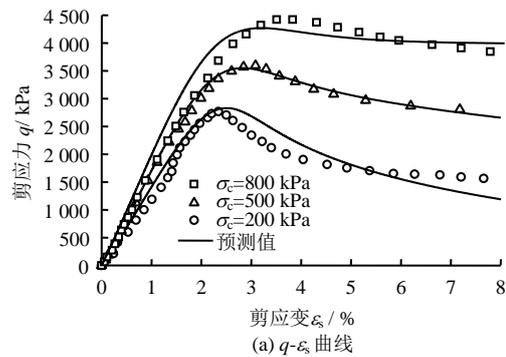


图 5 水泥改良土试验值和模型预测值对比  
Fig.5 Comparisons between experimental and predicted results of cement-treated soil

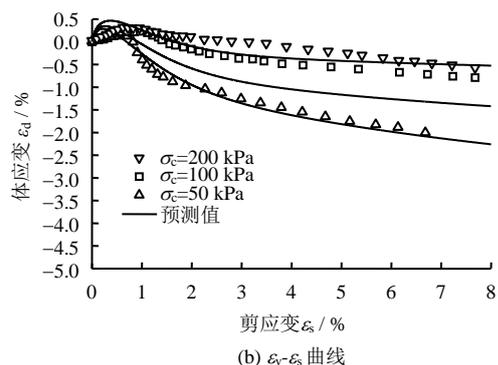
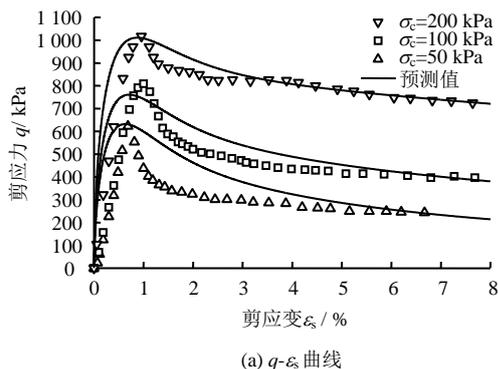


图 6 石灰改良土试验值和模型预测值对比  
Fig.6 Comparisons between experimental and predicted results of lime-treated soil

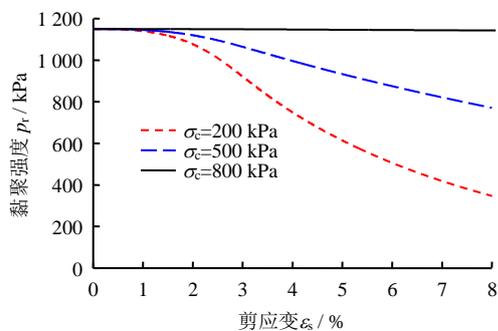


图 7 水泥改良土黏聚强度的变化  
Fig.7 Development of cementation strength of cement-treated soil

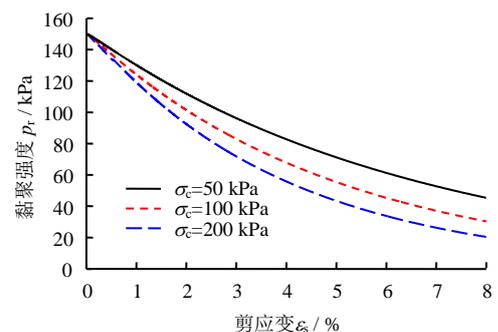


图 8 石灰改良土黏聚强度的变化  
Fig.8 Development of cementation strength of lime-treated soil

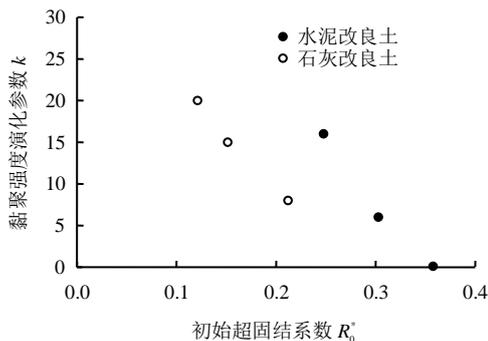


图 9 改良土黏聚强度演化参数  $k$  和初始超固结参数  $R_0^*$  的关系

Fig.9 Relationships between cementation strength evolution parameter  $k$  and initial overconsolidation parameter  $R_0^*$  of treated soils

图 10 和图 11 分别为通过模型预测的两种改良土在变形过程中超固结参数  $R^*$  的变化。图 10 和图 11 表明,两种改良土在初始状态均存在一定的超固结比 ( $R^* < 1$ )。随着加载过程,土体的超固结比快速下降 ( $R^*$  快速增加),与黏土的超固结的损失规律类似<sup>[1, 12]</sup>。在水泥改良土和石灰改良土的剪应变分别达到 4% 和 2% 时,土体的超固结已基本完全丧失或不再变化,而图 5 和图 6 中两种改良土仍表现出明显的软化,这是由于黏聚强度的丧失使得临

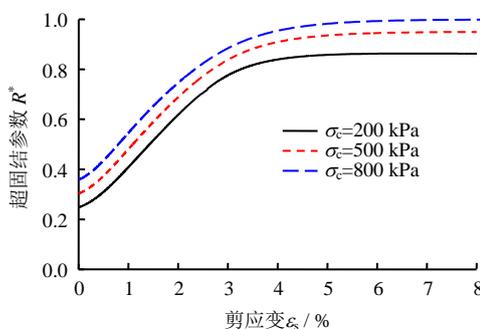


图 10 水泥改良土超固结参数  $R^*$  的变化  
Fig.10 Development of overconsolidation parameter  $R^*$  of cement-treated soil

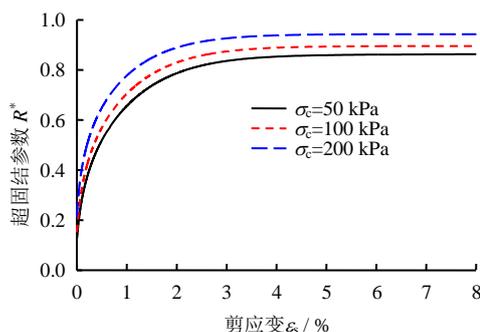


图 11 石灰改良土超固结参数  $R^*$  的变化  
Fig.11 Development of overconsolidation parameter  $R^*$  of lime-treated soil

界状态线向右平移, 进而使得土体残余强度降低。

## 5 结 论

基于可以描述超固结重塑黏土力学特性的统一硬化模型, 引入改良土的黏聚强度及其变化规律, 并对硬化参数进行了修正, 采用非关联的流动法则, 建立了一种能更好地描述改良土的力学特性的弹塑性本构模型。提出的模型仅在统一硬化模型基础上增加 3 个材料参数: 改良土的初始黏聚强度  $p_{r0}$ 、黏聚强度演化参数  $k$  以及塑性势形状参数  $\psi$ 。通过与水泥改良土和石灰改良土三轴试验数据对比, 得到了以下结论:

(1) 提出的模型能够较好地反映改良土在不同围压下的应变硬化/软化、剪缩/剪胀等力学特性, 且具有较高的精度。

(2) 改良土的黏聚强度使土体的峰值强度提高, 伴随着改良土内部土颗粒-水化物结构的破坏, 黏聚强度随变形的发展逐渐丧失, 导致土体的应变软化现象加剧。当围压增加时, 由于围压对土体的约束作用, 改良土黏聚强度的损失速率下降。

(3) 两种改良土均表现出较强的结构性(黏聚强度的存在)和一定的超固结。8%的水泥改良土和3%的石灰改良土的超固结参数快速上升, 即超固结状态在加载过程中快速丧失, 其演化规律与黏土类似。

## 参 考 文 献

- [1] SUN K, NAKANO M, YAMADA E, et al. Elasto-plastic description of mechanical behavior on treated soils of the dredged soil of Nagoya Port[J]. **Journal of Applied Mechanics**, 2009, 12: 413–420.
- [2] HORPIBULSUK S, BERGADO D T, LORENZO G A. Compressibility of cement-admixed clays at high water content[J]. **Geotechnique**, 2004, 54(2): 151–154.
- [3] HORPIBULSUK S, MIURA N, BERGADO D T. Undrained shear behavior of cement admixed clay at high water content[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2004, 130(10): 1096–1105.
- [4] HORPIBULSUK S, MIURA N, NAGARAJ T S. Assessment of strength development in cement-admixed high water content clays with Abrams' law as a basis[J]. **Geotechnique**, 2003, 53(4): 439–444.
- [5] KASAMA K, OCHIAI H, YASUFUKU N. On the stress-strain behaviour of lightly cemented clay based on an extended critical state concept[J]. **Soils and Foundations**, 2000, 40(5): 37–47.
- [6] KAVVADAS M, AMOROSI A. A constitutive model for structured soils[J]. **Geotechnique**, 2000, 50(3): 263–273.
- [7] MIURA N, HORPIBULSUK S, NAGARAJ T S. Engineering behavior of cement stabilized clay at high water content[J]. **Soils and Foundations**, 2001, 41(5): 33–45.
- [8] LIU M D, CARTER J P. A structured Cam clay model[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2002, 39(6): 1313–1332.
- [9] CARTER J P, LIU M D. Review of the structured cam clay model[J]. **Geotechnical Special Publication, ASCE**, 2005, 128(128): 99–132.
- [10] SUEBSUK J, HORPIBULSUK S, LIU M D. A critical state model for overconsolidated structured clays[J]. **Computers and Geotechnics**, 2011, 38(5): 648–658.
- [11] CHAI J C, MIURA N, ZHU H H, et al. Compression and consolidation characteristics of structured natural clay[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2004, 41(6): 1250–1258.
- [12] ASAOKA A, NAKANO M, NODA T. Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior[J]. **Soils and Foundations**, 2000, 40(2): 99–110.
- [13] NOVA R, CASTELLANZE R, TAMAGNINI C. A constitutive model for bonded geomaterials subject to mechanical and/or chemical degradation[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2003, 27:705–732
- [14] HORPIBULSUK S, LIU M D, LIYANAPATHIRANA D S, et al. Behaviour of cemented clay simulated via the theoretical framework of the structured Cam clay model[J]. **Computers and Geotechnics**, 2010, 37(1–2): 1–9.
- [15] SUEBSUK J, HORPIBULSUK S, LIU M D. Modified structured Cam clay: a generalised critical state model for destructured, naturally structured and artificially structured clays[J]. **Computers and Geotechnics**, 2010, 37(7/8): 956–968.
- [16] HASHIGUCHI K. Plastic constitutive equations of granular materials[C]//Proceedings of US-Japan Seminar

- Continuum Mechanics and Statistical Approaches in the Mechanics of Granular Materials. Sendai: [s. n.], 1978: 321—329.
- [17] HASHIGUCHI K. Subloading surface model in unconventional plasticity[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 1989, 25(8): 917—945.
- [18] DAFALIAS Y F. Bounding surface plasticity. I: mathematical foundation and hypoplasticity[J]. **Journal of Engineering Mechanics, ASCE**, 1986, 112(9): 966—987.
- [19] DAFALIAS Y F, POPOV E P. A model for nonlinearly hardening materials for complex loading[J]. **Acta Mechanica**, 1975, 21: 173—192.
- [20] 姚仰平, 侯伟. 土的基本力学特性及其弹塑性描述[J]. 岩土力学, 2009, 30(10): 2881—2902.  
YAO Yang-ping, HOU Wei. Basic mechanical behavior of soils and their elastoplastic modeling[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(10): 2881—2901.
- [21] 姚仰平, 李自强, 侯伟, 等. 基于改进伏斯列夫线的超固结土本构模型[J]. 水利学报, 2008, 39(11): 1244—1250.  
YAO Yang-ping, LI Zi-qiang, HOU Wei, et al. Constitutive model of over-consolidated clay based on improved Hvorslev envelope[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2008, 39(11): 1244—1250.
- [22] 陈波, 孙德安, 吕海波. 海相软土压缩特性的试验研究[J]. 岩土力学, 2013, 34(2): 381—388.  
CHEN Bo, SUN De-an, LÜ Hai-bo. Experimental study of compression behavior of marine soft clays[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2013, 34(2): 381—388.
- [23] 陈波, 孙德安, 金盼. 海相沉积软黏土的弹塑性本构模型研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(3): 730—738.  
CHEN Bo, SUN De-an, JIN Pan. An elastoplastic constitutive model for marine sedimentary soft clays[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(3): 730—738.
- [24] WROTH C P. Soil mechanics-property characterization and analysis procedures[C]//Proceedings of 11th International Conference on ISSMFE. San Francisco: CRC Press, 1985, 1: 1—55.
- [25] KOLJI AZAD, VULLIET LAURENT, LALOUI LYESSE. New basis for the constitutive modelling of aggregated soils[J]. **Acta Geotechnica**, 2008, 3: 61—69.
- [26] HORPIBULSUK S, SHIBUYA S, FUENKAJORN K, et al. Assessment of engineering properties of Bangkok clay[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2007, 44(2): 173—187.
- [27] BAUDET B, STALLEBRASS S. A constitutive model for structured clays[J]. **Geotechnique**, 2004, 54(4): 269—278.
- [28] SUN D A, MASTUOKA H. An elastoplastic model for frictional and cohesive materials and its application to cemented sands[J]. **Mechanics of Cohesive-Frictional Materials**, 1999, 4(6): 525—543.
- [29] MCDOWELL G R. A family of yield loci based on micro mechanics[J]. **Soils and Foundations**, 2000, 40(6): 133—137.
- [30] MCDOWELL G R, HAU K W. A simple non-associated three surface kinematic hardening model[J]. **Geotechnique**, 2003, 53(4): 433—437.
- [31] 刘忠, 朱俊高, 刘汉龙. 水泥砾质土三轴试验研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(7): 2013—2020.  
LIU Zhong, ZHU Jun-gao, LIU Han-long. Experimental study of cemented gravelly soil by triaxial test[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(7): 2013—2020.
- [32] 周葆春, 孔令伟, 郭爱国. 石灰改良膨胀土的应力-应变-强度[J]. 岩土力学, 2012, 33(4): 1000—1005.  
ZHOU Bao-chun, KONG Ling-wei, GUO Ai-guo. Stress-strain-strength behavior and constitutive description of lime-treated expansive soil[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(4): 1000—1005.