DOI：10.16285/j.rsm.2016.1775

CO_2 地质封存中储层流体压力演化规律的解析模型

伍海清[1,2]，白 冰[1]，李小春[1]，刘明泽[1,2]，何媛媛[1,2]

（1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室，湖北 武汉 430071；2. 中国科学院大学，北京 100049）

摘 要：为使解析模型可以更加科学准确地描述储层中多相流体的迁移机制与压力演化规律，提高解析计算与分析的精度。首先将储层中的流场划分为 3 个区域，然后根据渗流体积守恒方程反演储层中两相流体混合渗流区的各相流体饱和度，进而将总流度直接引入到达西公式中得到了一个适用于两相流的广义达西公式，据此推导出了一个更为精确的表征储层流体压力演化规律的解析模型。最后，通过案例分析，将该解析模型的计算结果与既有文献的显式积分解及 TOUGH2/ECO2N 的数值解进行对比，验证了该模型的可靠性及相比于既有文献的显式积分解在计算精度方面的优越性。此外，计算结果也表明，该解析模型虽然是在稳态流的假定条件下得到的，但对于实际储层流体压力演化的全过程均具有很强的表征能力，这主要归因于该模型可科学准确地确定饱和度，因此，可以在工程中推广应用。

关 键 词：解析模型；两相流；饱和度；广义达西定律；CO_2 地质封存

中图分类号：TV 139 **文献识别码**：A **文章编号**：1000－7598 (2018) 06－2099－08

Analytical model of fluid pressure evolution in the reservoir for CO_2 geological storage

WU Hai-qing[1,2], BAI Bing[1], LI Xiao-chun[1], LIU Ming-ze[1,2], HE Yuan-yuan[1,2]

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China; 2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: This study aims to investigate the mechanism of multi-phase flow migration and the evolution rule of fluid pressure in the reservoir more scientifically and precisely, and to improve the accuracy of analytical calculation and analysis. The flow field was divided into three regions firstly and then inverted the saturation of each phase fluid in the mixed fluid flow region of two-phase fluid based on the conservation equation of seepage volume in the flow field. Subsequently, a generalised Darcy's formula suited for the two-phase flow was obtained by directly introducing the total mobility into Darcy's formula. Thus, a more accurate analytical model was derived for characterising the fluid pressure evolution in the reservoir. At last, this analytical model was applied to calculate a CO_2 injection example, and the obtained results were compared with the explicit integral solution in existing references and the simulated results of TOUGH2/ECO2N. The compared results indicated that the reliability of the analytical model was verified and the superiority was reflected in the aspect of calculation accuracy. In addition, the calculation results showed that the full process of the actual fluid pressure evolution in the reservoir could be described well by the analytical model of this work, though it was obtained under the assumption of steady flow. The main reason is contributed to that the determination method of saturation in this model is more scientific and accurate. Hence, this model can be applied in practical engineering.

Keywords: analytical model; two-phase flow; saturation; generalised Darcy's law; CO_2 geological storage

1 引 言

在 CO_2 地质封存工程中，CO_2 流体的注入打破了储层中原始流体的平衡状态，进而扰动了原岩的应力分布，这使得诱发地震与断层重激活成为潜在风险[1−3]。因此，注 CO_2 条件下储层流体压力的演

收稿日期：2016-09-11
基金项目：科技部重点研发计划国际合作项目（No.S2016G9005）。
This work was supported by the Ministry of Science and Technology Key Research and Development Program of International Cooperation (S2016G9005).
第一作者简介：伍海清，男，1989 年生，硕士研究生，主要从事多孔介质多相渗流理论与数值计算等方面的研究。E-mail: Haiker1016@126.com
通讯作者：白冰，男，1980 年生，博士，副研究员，主要从事岩土力学理论、试验及其应用等方面的研究。E-mail: bai_bing2@126.com

化规律对于工程的安全性与有效性至关重要[4]。由于 CO_2 与储层孔隙中的原始卤水可部分混溶，因此 CO_2 注入后，孔隙中的渗流就会转变为复杂的两相流，甚至是多相流，此时，描述单相流的达西公式是不适用的[5–6]。为了准确描述储层中多相流体的迁移规律与压力演化特征，许多学者对此展开了深入的研究[4,7]，提出了许多的半解析解和近似解以及数值模型，文献[4, 7]对此进行了较好的总结，因此，本文不再详细阐述。

由于解析解具有概念清晰、计算量小、便于理解和推广应用等优势，因此，一直为学者所青睐。但遗憾的是，前人关于上述问题的研究成果局限于半解析解和近似解。Buckley 等[8]通过砂岩试样的两相驱替试验率先发现了两相渗流驱替机制，并给出了一维的 Buckley-Leverett 流动方程。Nordbotten 等[5]在其基础上提出了储层复杂流体运动的控制方程，并采用能量最小原理推导了几个半解析解[5, 9]与近似解[6]，但求解时需进行数值积分或近似简化。Mathias 等[10–12]利用渐近线展开法对 Nordbotten 等提出的控制方程进行求解，得到了一些类似的近似解，但仍需作一些近似简化。Azizi 等[13–14]提出的模型虽然可应用于更为复杂的边界情况，但本质上仍为一近似解。最近，文献[7]通过直接积分描述储层流体运移的控制方程，得到了一个储层流体压力演化的显式积分解，其求解过程不涉及任何数值方法，是一个纯粹的解析解。但该解在应用时存在一个问题，其储层中各相流体的饱和度是通过经验估计和参数敏感性分析得到的，这种方法带有一定的不确定性和随机性。因此，为了提高模型的计算精度，有必要对储层中各相流体的饱和度进行深入研究，然后重新推导更为精确的解析模型。

针对上述问题，本文拟重新划分渗流区域，然后根据渗流体积守恒方程反演储层中两相流体混合流动区的各相流体饱和度，进而依据新的渗流分区推导更为精确的储层流体压力演化的解析模型。最后，通过案例分析，将该解析模型的计算结果与文献[7]的显式积分解及 TOUGH2/ECO2N[15]的数值解进行对比，以验证其可靠性及相对于文献[7]的显式积分解在精度方面的优越性。

2 饱和度的确定

已有研究表明，储层中各相流体的饱和度是表征储层流体分布与迁移的重要参数[5–6]，储层流体压力演化模型的优劣很大程度上取决于各相流体的饱和度，因此，饱和度参数的确定是本文的一个重要研究内容。具体介绍储层中各相流体饱和度的确定方法之前，首先给出本文所采用的基本假定：

（1）均质各向同性储层，顶底面为不透水边界，水平方向无限延伸，远端为定压边界条件。

（2）稳态等温两相流，不考虑化学反应。

（3）忽略垂向压力梯度，CO_2 羽径向对称。

（4）不考虑流体的压缩性与毛管力。

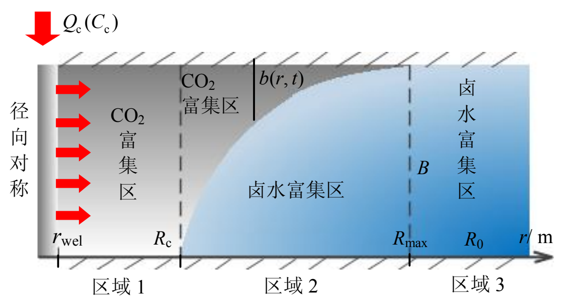
（5）储层中的孔隙空间完全被储层流体所饱和，即任一孔隙单元内的 CO_2 饱和度与卤水饱和度之和为 1。

（6）储层中 CO_2 与卤水之间存在一个明显的分界面，其左右两侧分别为 CO_2 富集区和卤水富集区。

上述假定与前人基本一致，需要说明的是，假定（6）是 Nordbotten 等[5]于 2005 年首次提出，尔后，Nordbotten[6]、Celia[16]为了考虑卤水的残余饱和度又相继提出了两个分界面的假定，这在物理概念上虽然清晰明确，但是数学表征上带来了极大的困难，并且也不能考虑在 CO_2 前缘部分 CO_2 溶解于卤水之中的情况[7, 17]，若按其思路进一步发展将会出现 3 个甚至 4 个分界面的假定，那么解析模型的推导在数学上将无从下手。因此，本文依然只采用单一分界面的假定，至于卤水的残余饱和度与部分 CO_2 溶解于卤水，即 CO_2 与卤水的相互混溶问题将在下文的各相流体饱和度的确定方法中进行考虑。

为表述方便，将上述假定条件转换为图 1 所示的储层中 CO_2 与卤水两相流体混合渗流概念图。Nordbotten 等[5]最初提出单一分界面假定时，认为界面两侧分别被 CO_2 和卤水完全饱和，即 CO_2 富集区的卤水饱和度 $S_{l,c}=0$，卤水富集区的卤水饱和度 $S_{l,w}=1$，这相对于实际情况存在较大误差[7, 10]。为了不增加数学推导上的困难，文献[7]在单一分界面假定的基础上通过经验估计与参数敏感性分析进一步假定 $S_{l,c}$=常数>0，$S_{l,w}$=常数<1。如此既考虑了卤水的残余饱和度，也考虑了卤水对 CO_2 的浸润作用和部分 CO_2 溶解于卤水的实际情况。然而，不可回避的是这种经验估计与参数敏感性分析法缺乏必要的理论依据，就会导致计算结果的不确定性与随机性，所以并不十分科学。

为了更加科学准确地确定各相流体的饱和度，以充分考虑 CO_2 与卤水的相互混溶，本文参照文献[7]的分区积分思想，将如图 1 所示的渗流模型图划分为 3 个区域。区域 1 为 CO_2 渗流区，其中含有不可移动的残余卤水，区域 2 为 CO_2 与卤水两相流体混合流动区，区域 3 为卤水渗流区。区域 1 的卤水饱和度即为卤水的残余饱和度，区域 3 的卤水饱



注：r_{well} 为注入井的半径（m）；R_c 和 R_{max} 分别为 CO_2 羽在储层底面和顶面处的最大半径（m）；R_0 为储层中两相渗流的最大影响半径（m），即远端的外边界。

图 1　储层中 CO_2 与卤水两相流体混合渗流概念图

Fig. 1　Schematic of CO_2 and brine flow in the reservoir

和度即为 1，最为关键的是区域 2 中各相流体的饱和度，需作进一步分析。由于区域 2 内存在两相流体的分界面，分界面两侧分别为不同流体富集区，而不同流体富集区占据着不同的渗流主元，因此，区域 2 的各相流体饱和度需根据不同流体的富集区分区确定。对于等温渗流，描述流体运动的基本方程为运动方程与渗流连续性方程[18]。然而当忽略流体压缩性时，由于不同流体的密度差异，多相流系统并不满足渗流连续性方程，而是转变为体积守恒。因此，本文的两相流系统应用渗流体积守恒方程来刻画。进一步地，对于稳态流而言，不仅体积守恒而且流进流出的体积流量相等[18]，即单位时间内流入某一孔隙单元的流体体积等于流出该孔隙单元的流体体积。由于流体流动导致的流体体积的变化可以用饱和度的变化来描述，因此，可以根据体积守恒反算流体的饱和度，为此本文引入式（1）～（4）所示的 Van Genuchten-Mualem 模型[19]（下文简称 V-G 模型）来建立饱和度与渗流体积守恒方程的关系。

$$k_{rw,x}=\begin{cases}\sqrt{S_*}[1-(1-S_*^{1/\eta})^{\eta}]^2, & S_{l,x}<S_{ls}\\ 1 , & S_{l,x}\geqslant S_{ls}\end{cases}\tag{1}$$

$$k_{rc,x}=\begin{cases}1-k_{rw,x} , & S_{gr}=0\\ (1-S_{\#})^2(1-S_{\#}^2), & S_{gr}>0\end{cases}\tag{2}$$

其中，

$$S_*=(S_{l,x}-S_{lr})/(S_{ls}-S_{lr})\tag{3}$$

$$S_{\#}=(S_{l,x}-S_{lr})/(1-S_{lr}-S_{gr})\tag{4}$$

式中：$S_{l,x}$ 表示某一区域或某一点处的卤水饱和度，下标 x 可为 1、2c、2w、3、R_c 和 R_{max}，分别表示区域 1、区域 2 的 CO_2 富集区、区域 2 的卤水富集区、区域 3、R_c 截面和 R_{max} 截面，该下标约定全文通用；$k_{rw,x}$ 和 $k_{rc,x}$ 分别表示某位置处卤水和 CO_2 的相对渗透率；S_{ls} 表示流体体积饱和度；S_{lr} 和 S_{gr} 分别表示卤水和 CO_2 的残余饱和度；η 为形状函数。

取区域 2 作为控制体单元，由于区域 2 左侧边界为 CO_2 渗流区，故 $S_{l,R_c}=S_{l,1}=S_{lr}$，代入 V-G 模型中，可以得到 $k_{rw,R_c}=0$，$k_{rc,R_c}=1$，即左侧边界只有 CO_2 流进；同理其右侧边界为卤水渗流区，有 $S_{l,R_{max}}=S_{l,3}=1$，代入 V-G 模型中，得到 $k_{rw,R_{max}}=1$，$k_{rc,R_{max}}=0$，即右侧边界只有卤水流出。并且有，

$$k_{rw,R_c}+k_{rc,R_c}=k_{rw,R_{max}}+k_{rc,R_{max}}\tag{5}$$

上式即为两相流系统中不考虑流体压缩性的渗流体积守恒方程，左右两边各相流体的相对渗透率之和分别表征区域 2 左右边界的有效渗透率，说明单位时间内从左侧边界流进区域 2 的 CO_2 的体积与从右侧边界流出区域 2 的卤水的体积相等。对于区域 2，从左至右，CO_2 的相对渗透率由 1 逐步变化为 0，而卤水的相对率则由 0 逐步变化为 1。为使区域 2 整体上始终满足等式（5），本文取区域 2 两侧边界处的各相流体的相对渗透率平均值作为其平均相对渗透率，即

$$\left.\begin{aligned}\bar{k}_{rc,2}&=(k_{rc,R_c}+k_{rc,R_{max}})/2=0.5\\ \bar{k}_{rw,2}&=(k_{rw,R_c}+k_{rw,R_{max}})/2=0.5\end{aligned}\right\}\tag{6}$$

而不同流体富集区的渗流主要是以主元为主，另一相对有效渗透率的贡献可忽略[7]，因此，可以认为区域 2 中 CO_2 富集区的 CO_2 平均相对渗透率等于区域 2 的 CO_2 平均相对渗透率，即 $\bar{k}_{rc,2c}=\bar{k}_{rc,2}$；同理 $\bar{k}_{rw,2w}=\bar{k}_{rw,2}$。将其代入到 V-G 模型中便可分别反算出区域 2 中 CO_2 富集区的平均卤水饱和度 $\bar{S}_{l,2c}$ 和卤水富集区的平均卤水饱和度 $\bar{S}_{l,2w}$。至于不同流场区域中的 CO_2 流体饱和度在得到对应区域的卤水饱和度后则可直接根据上述假定条件(5)得到，这样便求得了整个流场中不同区域的各相流体饱和度。

3　解析模型的推导

在上述假定条件与饱和度分析的基础上并参照 Nordbotten 等[5]的思想，可以得到表征储层中复杂流体运动的渗流微分方程为

$$-kB\nabla\cdot(\lambda_i\nabla P)=Q_c\delta(r-r_{well}),\quad i=1,2,3\tag{7}$$

其中：

$$\left.\begin{array}{ll}\lambda_1=\lambda_{c,1}\,, & r_{well}\leqslant r<R_c\\ \lambda_2=\dfrac{b(r,t)}{B}(\lambda_{c,2c}+\lambda_{w,2c})+\dfrac{B-b(r,t)}{B}(\lambda_{c,2w}+\lambda_{w,2w})\,, & R_c\leqslant r<R_{max}\\ \lambda_3=\lambda_{w,3}\,, & R_{max}\leqslant r\leqslant R_0\end{array}\right\}\tag{8}$$

$$b(r,t)=\frac{B}{(\lambda_{c,2c}+\lambda_{w,2c})-(\lambda_{c,2w}+\lambda_{w,2w})}\left(\sqrt{\frac{(\lambda_{c,2c}+\lambda_{w,2c})(\lambda_{c,2w}+\lambda_{w,2w})V_c(t)}{\phi\pi Br^2}}-(\lambda_{c,2w}+\lambda_{w,2w})\right)\tag{9}$$

式中：Q_c 为体积注入流量（m^3/s）；k 为储层岩石的绝对渗透率（m^2）；B 为储层厚度（m）；P 为流体压力（Pa）；δ 为狄利克雷函数；λ_i 为某区域内的流体总流度（m·s/kg），其下标 i 表示不同的渗流区域；$\lambda_{\alpha,x}$ 表示某位置处某单相流体的分流度（m·s/kg），其定义为某单相流体的相对渗透率与其黏度（等温渗流时可近似取为常数[7]）的比值，即 $\lambda_{\alpha,x}=k_{r\alpha,x}/\mu_\alpha$，其中下标 α 表示某单相流体，α 为 c 表示 CO_2，α 为 w 表示卤水；r 为径向距离(m)；t 为注入时间（s）；$b(r,t)$为 t 时刻 r 点处储层中 CO_2 羽的厚度（m）；$V_c(t)$为总注入量（m^3）；ϕ 为储层岩石孔隙度。

式（7）所描述的微分方程物理概念十分清晰，但是对于数学推导却是不方便的，因此，需对其进行数学上的等价转换。对于单相流体渗流，其可直接蜕化为达西公式，而对于多相流，则存在一个流度的问题，为充分利用达西公式数学表达上的优越性，本文将总流度直接引入到达西公式中并以质量流量的形式来表达（便于与井筒部分耦合计算，方便工程应用[20]），可以得到：

$$C_c=-2\pi rkB\lambda_i\frac{\partial P}{\partial r}\rho_0\tag{10}$$

式中：C_c 为 CO_2 流体的质量流量（kg/s）；ρ_0 为注入井储层井壁处的 CO_2 流体的密度（kg/m^3）。

式（10）为广义达西公式，其本质是将达西公式由单相流推广至多相流。

将式（9）代入式（8）中，可进一步得到：

$$\left.\begin{array}{ll}\lambda_1=\lambda_{c,1}\,, & r_{well}\leqslant r<R_c\\ \lambda_2=\sqrt{\dfrac{(\lambda_{c,2c}+\lambda_{w,2c})(\lambda_{c,2w}+\lambda_{w,2w})V_c(t)}{\phi\pi Br^2}}\,, & R_c\leqslant r<R_{max}\\ \lambda_3=\lambda_{w,3}\,, & R_{max}\leqslant r\leqslant R_0\end{array}\right\}\tag{11}$$

再将上述饱和度 $\overline{S_{l,2c}}$ 和 $\overline{S_{l,2w}}$ 代入 V-G 模型中可分别得到 $\overline{k_{rw,2c}}$ 和 $\overline{k_{rc,2w}}$，文献[7]的结论表明该值几乎为 0（下文案例中将进一步验证），因此，可以认为 $\lambda_{w,2c}=0$ 和 $\lambda_{c,2w}=0$，则式（11）可简化为

$$\left.\begin{array}{ll}\lambda_1=\lambda_{c,1}\,, & r_{well}\leqslant r<R_c\\ \lambda_2=\sqrt{\dfrac{\lambda_{c,2c}\lambda_{w,2w}V_c(t)}{\phi\pi Br^2}}\,, & R_c\leqslant r<R_{max}\\ \lambda_3=\lambda_{w,3}\,, & R_{max}\leqslant r\leqslant R_0\end{array}\right\}\tag{12}$$

进而参照文献[7]的思路直接对式（10）在流场内积分，有

$$\int_{P_k}^{P_0}\mathrm{d}P=\frac{-C_c}{2\pi kB\rho_0}\left(\int_{r_{well}}^{R_c}\frac{1}{\lambda_1 r}\mathrm{d}r+\int_{R_c}^{R_{max}}\frac{1}{\lambda_2 r}\mathrm{d}r+\int_{R_{max}}^{R_0}\frac{1}{\lambda_3 r}\mathrm{d}r\right)\tag{13}$$

式中：P_k 为储层井壁处的注入压力（Pa）；P_0 为地层初始压力（Pa）；R_c 和 R_{max} 可由式（9）得到，即

$$R_c=\sqrt{\frac{\lambda_{w,2w}V_c(t)}{\lambda_{c,2c}\phi\pi B}}\,,\quad R_{max}=\sqrt{\frac{\lambda_{c,2c}V_c(t)}{\lambda_{w,2w}\phi\pi B}}\tag{14}$$

将式（12）代入到式（13）中，可以得到：

$$P_k-P_0=\frac{C_c}{2\pi kB\rho_0}\left[\frac{1}{\lambda_{c,1}}\ln\frac{R_c}{r_{well}}+(\frac{1}{\lambda_{w,2w}}-\frac{1}{\lambda_{c,2c}})+\frac{1}{\lambda_{w,3}}\ln\frac{R_0}{R_{max}}\right]\tag{15}$$

因此，储层中某一点处在某一注入时刻的流体压力可表示为

$$P(r,t)=P_0+\begin{cases}\dfrac{C_c}{2\pi kB\rho_0}\left[\dfrac{1}{\lambda_{c,1}}\ln\dfrac{R_c}{r}+(\dfrac{1}{\lambda_{w,2w}}-\dfrac{1}{\lambda_{c,2c}})+\dfrac{1}{\lambda_{w,3}}\ln\dfrac{R_0}{R_{max}}\right], & r_{well}\leqslant r<R_c\\ \dfrac{C_c}{2\pi kB\rho_0}\left[(\dfrac{1}{\lambda_{w,2w}}-\sqrt{\dfrac{\phi\pi B}{\lambda_{c,2c}\lambda_{w,2w}V_c(t)}}r)+\dfrac{1}{\lambda_{w,3}}\ln\dfrac{R_0}{R_{max}}\right], & R_c\leqslant r<R_{max}\\ \dfrac{C_c}{2\pi kB\rho_0}(\dfrac{1}{\lambda_{w,3}}\ln\dfrac{R_0}{r}), & R_{max}\leqslant r<R_0\end{cases}\quad(16)$$

式（16）的表达形式与文献[7]中的式（20）十分相似，但二者却有质的不同。最本质的区别在于两式中饱和度的确定方法。正如前文所述，文献[7]中的饱和度是通过参数敏感性得到的，具有一定的不确定性。而本文中各相流体的饱和度是通过渗流体积守恒方程得到的，有着严密的理论依据，这相比文献[7]要进步很多，因此，式（16）在理论上更为准确可靠。下文的案例分析中将详细对比二者的计算精度，以更为直观地说明本文模型的优越性。

至于式（16）中的R_0，本文采用与文献[7]中一样的方法来求解，即采用泰斯井函数 $W(u)$[18]来确定，经过一些简单的数学推导可以得到如下的表达式：

$$R_0=\sqrt{\frac{4Ttu_0}{u^*}}+R_{max}=\sqrt{\frac{4u_0kt}{\mu_w\phi(\alpha_p+\beta_w)}}+R_{max}\quad(17)$$

式中：u^*为多孔介质的储水系数；T为多孔介质的渗透系数（m^2/s）；β_w为卤水的压力系数（m^2/N）；α_p为孔隙压力系数（m^2/N）；$u_0=0.56$为足够小的井函数自变量u。

4　对比验证

文献[7]在导出储层流体压力演化的显示积分解后从两个方面对其进行了可靠性验证：①将其与Nordbotten 等[5]的近似解进行了对比；②将其与TOUGH2/ECO2N[15]的模拟结果进行对比。验证结果表明，其显示积分解在理论上是科学可靠的，但与数值解相比，其计算精度有待提高。而本文的研究工作主要是对文献[7]的进一步发展与完善，旨在提高其计算精度，因此，对于本文所提解析模型的验证只需要将其与文献[7]的显示积分解及TOUGH2/ECO2N 的模拟结果进行对比，即可同时验证其可靠性及相对于文献[7]的显示积分解在精度方面的优越性。

对比验证仍以文献[7]中的案例作为分析对象，储层与流体的基本计算参数如表 1 所示（参数取值与文献[7]保持一致），将其中部分参数代入到上述V-G 模型中，即可得到CO_2与卤水随卤水饱和度变化的相对渗透率曲线，如图 2 所示。按照上述关于饱和度的确定方法，将$\bar{k}_{rc,2c}=0.5$和$\bar{k}_{rw,2w}=0.5$代入到 V-G 模型中，可以得到区域 2 中各相流体的平均饱和度参数$\bar{S}_{l,2c}=0.531\,8$和$\bar{S}_{l,2w}=0.983\,6$，再将该平均饱和度参数代入 V-G 模型中，又可得到相对应的$\bar{k}_{rw,2c}=0.000\,2$和$\bar{k}_{rc,2w}=0$。这有效地验证了上文中所引用的文献[7]中关于参数$\bar{k}_{rw,2c}$和$\bar{k}_{rc,2w}$近乎为 0 的结论，当然也可直观地从图 2 中读取这几个参数的近似值。TOUGH2/ECO2N 中设置的远端边界距离注入井 30 km，以连续注入 10 000 d 作为模拟工况。不同计算模型的储层流体压力随注入时间的变化曲线见图 3，相对误差分析见图 4。不同计算模型的储层流体压力随径向距离的变化曲线见图 5，相对误差分析见图 6。

表 1　基本计算参数

Table 1　Basic calculation parameters

参数	取值	参数	取值
r_{well} / m	0.2	C_c / (kg/s)	2
B / m	10	η	0.44
k / m^2	6×10^{-15}	S_{ls}	1.00
P_0 / MPa	20	S_{lr}	0.38
ϕ	0.15	S_{gr}	0.05
α_p / (m^2/N)	4.5×10^{-10}	$S_{l,3}$	1.00
β_w / (m^2/N)	4.5×10^{-10}	μ_c / (kg/(m·s))	88
ρ_0 / (kg/m^3)	900	μ_w / (kg/(m·s))	552

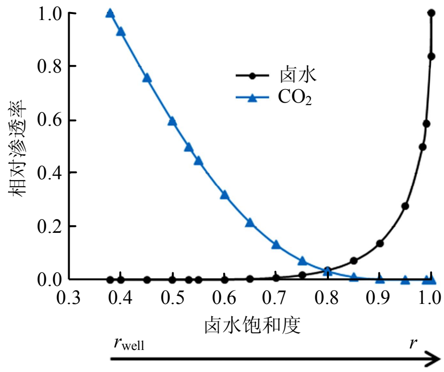


图 2　CO_2与卤水的相对渗透率随卤水饱和度变化曲线

Fig.2　Curves of relative permeability of CO_2 and brine with the saturation of brine

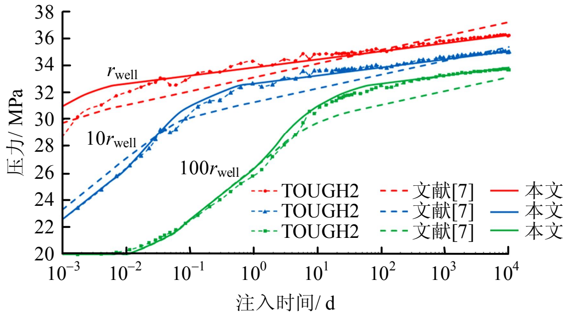


图 3 不同计算模型的储层流体压力随注入时间变化的预测结果对比

Fig.3 Comparison of predicted fluid pressure profiles in the reservoir with injection time under different calculation models

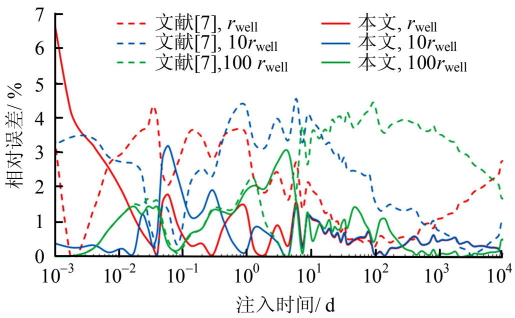


图 4 不同计算模型的相对误差随注入时间变化曲线

Fig.4 Curves of relative errors with injection time under different calculation models

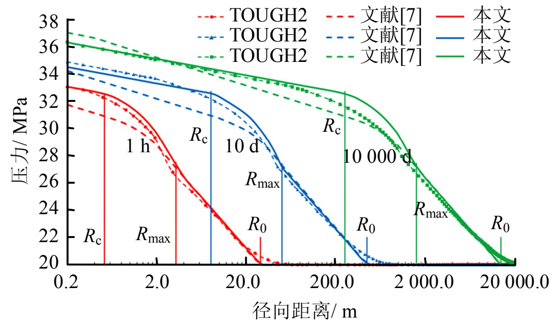


图 5 不同计算模型的储层流体压力随径向距离变化的预测结果对比

Fig.5 Comparison of predicted fluid pressure profiles in the reservoir with radial distance under different calculation models

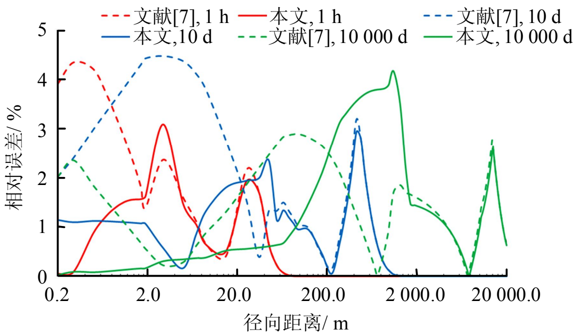


图 6 不同计算模型的相对误差随径向距离变化曲线

Fig.6 Curves of relative errors with the radial distance under different calculation models

图 3 中给出了分别根据 TOUGH2/ECO2N、文献[7]的显式积分解及本文的模型计算得到的储层中 3 个不同位置处的流体压力分布随注入时间变化的对比图。类似地，图 5 中给出了对应的 3 个不同注入时刻下储层流体压力随径向距离变化的分布对比图。进一步以 TOUGH2/ECO2N 的数值解为基准，在图 4 和图 6 中绘出了上述两个解析解关于压力预测结果的相对误差在时间和空间上的分布曲线。由图可知：

（1）图 3 和图 5 表明不同计算模型得到的流体压力分布变化趋势基本一致：不同位置处的储层流体压力随注入时间的增大而增大，并且初始阶段变化较快，尔后逐渐稳定；不同注入时刻的储层流体压力随径向距离的增大而减小，并且注入井附近压降较小，当径向距离增大到一定程度时，压降突然增大直至降于地层初始压力。这充分验证了本文模型的可靠性。

（2）图 4 中文献[7]的显式积分解的相对误差普遍要高于本文计算模型的相对误差，前者大致是后者的两倍，而后者仅初始时刻的井壁处较大，尔后呈波动式减小，绝大部分时间下的相对误差都小于 2%，尤其是当注入 100 d 后，后者基本都小于 1%；图 6 显示在井壁附近，前者普遍高于后者，随着径向距离的增大，二者逐渐相等，并且注入时间越长，二者相等时所对处的位置距离井壁越远，这是因为注入时间越长，渗流影响范围越大。这说明本文的模型具有更好的计算精度，计算结果更符合实际。

（3）进一步观察图 3 可知，虽然本文的解析模型是在稳态流的假定条件下推导得到的，但其对储层流体压力的预测即使是在初始注入阶段也能与 TOUGH2/ECO2N 的模拟结果（非稳态）吻合得很好（图 3 中最小注入时刻已放大至 90 s，但二者的结果都比较吻合，仅井壁处的结果相差较大，而这主要是由于井壁附近的非达西流效应导致的[18]，后续研究中将再对此作进一步分析）。这一方面归功于本文模型中的饱和度确定的较为准确，另一方面也反映出在初始的非稳态过程中，其波动幅度较小且很快便趋向于准稳态，说明基于稳态流假定而发展的本文模型是可以应用到实际工程中的。

（4）将图 5 中相应注入时刻下的 3 个特征半径（R_c、R_{max} 和 R_0）绘入图中。对比可知，任一注入时刻下流体压力变化曲线的 3 个压降转折点分别对应于该时刻下储层流场中的 3 个特征半径，即压降突然变大的位置对应于 R_c，然后在 R_{max} 的位置压降略有减小，最后在 R_0 的位置压降变为 0。这说明储

层中两相流体混合流动区的渗流阻力最大且沿着渗流方向不断增大，其次为单一卤水渗流，而单一 CO_2 流体在多孔介质中渗流基本无阻力，沿程压力损失很小，这主要是由于 CO_2 流体黏度小的缘故，因而被作为驱替介质广泛应用于地热与油气资源的开发中。

5 结　论

本文通过重新划分渗流区域，然后根据渗流体积守恒方程反演储层中两相流体混合流动区的各相流体饱和度，进而依据新的渗流分区推导出了一个更为精确的表征储层流体压力演化规律的解析模型。最后，通过案例分析，将该解析模型的计算结果与文献[7]的显式积分解及 TOUGH2/ECO2N 的数值解进行对比验证，得到了以下结论：

（1）验证结果表明，本文发展的储层流体压力演化解析模型是科学可靠的，并且相对于前人的研究成果具有更好的计算精度，说明了本文假定条件的合理性与理论推导的严谨性。

（2）在流体注入阶段，储层流体压力分布的基本演化规律是：储层流体压力随注入时间的增大而增大，并且初始阶段变化较快，尔后逐渐稳定；储层流体压力随径向距离的增大而减小，并且注入井附近压降较小，当径向距离增大到一定程度时，压降突然增大直至降于地层初始压力。

（3）本文发展的解析模型虽然是在稳态流的假定条件下推导得到的，但对于实际储层流体压力演化的全过程均具有很强的表征能力。这主要归功于本文模型中的饱和度确定的较为科学准确，同时也反映出在初始的非稳态过程中，其波动幅度较小且很快便趋向于准稳态，因此，本文模型可以推广到工程中应用。

（4）当以 CO_2 流体作为介质来驱替储层中的其它流体时，由于 CO_2 流体的黏度较小，因此，在以 CO_2 为主的渗流区域内，流体沿程压力损失很小，因而 CO_2 流体被作为驱替介质广泛应用于地热与油气资源的开发中。

（5）计算结果也反映出井壁附近的非达西流效应对于井壁附近的流体压力在初始注入阶段的影响较为明显，而随着注入时间与径向距离的增大，该影响迅速减弱。后续研究中将进一步对此进行深入的分析，以使本文的模型更接近实际情况。

致谢：本文研究工作得到了科技部重点研发计划国际合作项目的支持，雷宏武博士的指导有效地提高了本文的质量，在此一并致谢！

参 考 文 献

[1] STREIT E E, HILLIS R R. Estimating fault stability and sustainable fluid pressures for underground storage of CO_2 in porous rock[J]. **Energy**, 2004, 29(9−10): 1445－1456.

[2] ELLSWORTH W L. Injection-induced earthquakes[J]. **Science**, 2013, 341(6142):1225942.

[3] WANG L, BAI B, LI X C, et al. An analytical model for assessing stability of pre-existing faults in caprock caused by fluid injection and extraction in a reservoir[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2016, 49(7): 2845－2863.

[4] NORDBOTTEN J M, CELIA M A. Geological storage of CO_2: modeling approaches for large-scale simulation[M]. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2012: 66－193.

[5] NORDBOTTEN J M, CELIA M A, BACHU S. Injection and storage of CO_2 in deep saline aquifers: Analytical solution for CO_2 plume evolution during injection[J]. **Transport in Porous Media**, 2005, 58(3): 339－360.

[6] NORDBOTTEN J M, CELIA M A. Similarity solutions for fluid injection into confined aquifers[J]. **Journal of Fluid Mechanics**, 2006, 561(10): 307－327.

[7] WU H Q, BAI B, LI X C, et al. An explicit integral solution for pressure build-up during CO_2 injection into infinite saline aquifers[J]. **Greenhouse Gases Science and Technology**, 2016, 6(5): 633－647.

[8] BUCKLEY S E, LEVERETT M C. Mechanism of fluid displacement in sands[J]. **Transaction of the Aime**, 1942, 146(1): 107－116.

[9] BACHU S, NORDBOTTEN J M, CELIA M A. Evaluation of the spread of acid-gas plumes injected in deep saline aquifers in Western Canada as an analogue for CO_2 injection into continental sedimentary basins[J]. **Energy Procedia**, 2005, 30(6): 479－487.

[10] MATHIAS S A, HARDISTY P E, TRUDELL M R, et al. Approximate solutions for pressure buildup during CO_2 injection in brine aquifers[J]. **Transport in Porous Media**, 2009, 79(2): 265－284.

[11] WIESE B, MATHIAS S A. Semi-analytical solution for constant pressure injection of CO_2 in saline aquifers[J]. **Nergy Procedia**, 2010, 12(6): 2－8.

下转第 **2114** 页