DOI：10.16285/j.rsm.2016.2226

考虑不完全土拱效应的浅层地基竖向应力计算

赖丰文[1]，陈福全[1]，万梁龙[2]

（1. 福州大学 土木工程学院，福建 福州 350116；2. 武汉大学 土木建筑工程学院，湖北 武汉 430072）

摘 要：浅层岩溶土洞塌陷和浅埋隧道施工等时常会引发浅层地基出现局部沉陷，导致地基可能承受不完全土拱效应作用。如何定量分析不完全土拱效应对浅层地基竖向应力的影响尤为重要。统计了国内外浅层活动门试验，将浅层地基滑移面概化为塔形，同时考虑了浅层地基不同深度处土层差异沉降及主应力偏转过程。通过建立主应力偏转角与活动门相对位移之间的数量关系，量化了浅层地基不同深度对应的不完全土拱效应发挥程度，优化了考虑不完全土拱效应的浅层地基竖向应力计算方法。分析了主要参数对不完全土拱效应的影响，结果表明，随着浅层活动门高宽比及相对位移的增大，应力转移量增加，土体有效内摩擦角及滑移面倾角则相反。可为局部沉降作用下的浅层地基竖向应力计算提供理论指导。

关 键 词：浅层地基；不完全土拱效应；塔形滑移面；主应力偏转；差异沉降

中图分类号：TU 432 **文献标识码：**A **文章编号：**1000－7598 (2018) 07－2546－09

Vertical stress calculation of shallow foundations based on partially developed soil arching effect

LAI Feng-wen[1], CHEN Fu-quan[1], WAN Liang-long[2]

（1. College of Civil Engineering, Fuzhou University, Fuzhou, Fujian 350116, China;
2. School of Civil Engineering, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China）

Abstract: Karst collapse and shallow tunnel construction frequently cause partially ground settlement of shallow foundations, resulting in partially developed soil arching effect. Development of approaches to quantitatively analyze the influence of partially developed arching on vertical stresses is of much importance. Through shallow trapdoor tests, it is summarized that the shape of slip plane of shallow trapdoor may be tower-shape under plane strain conditions. Analytical solutions to coefficients of lateral and vertical stresses for any depth of the shallow foundation under the action of partially developed soil arching effect are deduced and proved, which are based on the principal stress rotation and the differential settlement of soil layers. The influence of main parameters about partially developed soil arching effect is investigated. The results reveal that the larger depth-width ratio and the displacement-width ratio of trapdoor are needed to fully develop the arch. In addition, the vertical stress of fill increases with the increase in the effective angle of internal friction and angle of slip plane. The corresponding results can provide theoretical guidance for the calculation of vertical stress of shallow subsoil subject to local settlements.

Keywords: shallow foundation; partially developed soil arching effect; tower-shape slip plane; principle stress rotation; differential settlement

1 引 言

下伏浅层岩溶土洞塌陷、浅埋隧道施工、地下管道锈蚀、地下结构超挖及自身变形等原因时常引发浅层地基中出现局部沉陷的情形；对于地下构筑物，其竖向变形需要控制在设计范围内，导致土体位移受到极大限制，土体剪应力往往无法达到屈服状态，此时浅层地基土由于不均匀沉降引发应力转移与重分布，通常将此现象称为不完全土拱效应[1−3]。工程实践证明，考虑应力转移的影响，能使

收稿日期：2016-09-21
基金项目：国家自然科学基金资助项目(No. 41572253)，高等学校博士学科点专项科研基金博导类资助课题(No. 20133514110004)。
This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (41572253) and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (20133514110004).
第一作者简介：赖丰文，男，1992 年生，硕士研究生，主要研究方向为土力学与基础工程。E-mail: laifengwen@163.com
通讯作者：陈福全，男，1971 年生，工学博士，教授，从事岩土工程教研工作。E-mail: phdchen@fzu.edu.cn

设计经济化、节约化，因此，如何定量分析不完全土拱效应对浅层地基竖向应力的影响显得尤为重要。

Terzaghi[4]基于砂土通过著名的 Trapdoor 试验证明了土拱效应的存在，解释了土拱效应原理，由此 Trapdoor 成为了土拱效应的代名词；同时给出了土拱效应完全发挥后作用在活动门表面的竖向应力 σ_{v} 的计算表达式：

$$\sigma_{\mathrm{v}}=\frac{\gamma B-2c'}{2K_{\mathrm{h}}\tan\varphi'}(1-\mathrm{e}^{-2K_{\mathrm{h}}\frac{H}{B}\tan\varphi'})+p\mathrm{e}^{-2K_{\mathrm{h}}\frac{H}{B}\tan\varphi'} \quad (1)$$

式中：γ、φ'、c' 分别为上覆填土重度、土体有效内摩擦角和有效黏聚力；H 为填土高度；B 为活动门宽度；p 为顶部竖向荷载；K_{h} 为侧向土压力系数。

尽管 Terzaghi 土拱理论[5]在岩土工程界被广泛应用，但仍存在一些不足之处需要进一步探讨：

（1）Terzaghi 提出活动门表面竖向应力计算表达式是基于土体处于极限平衡状态推导而得。事实上，已有学者提出，在浅层活动门试验中，当活动门相对位移 $\Delta h/B$（活动门差异沉降与宽度比值）较小时，上覆填土将承受不完全土拱效应[6]。针对此种情况，若仍考虑 Terzaghi 土拱效应，显然不够准确。

（2）关于浅层活动门滑移面的选择，不同理论对应的滑移面均有差异，但不可否认上覆填土滑移面与活动门相对位移 $\Delta h/B$ 密切相关。当 $\Delta h/B$ 较小时，滑移面更多呈现的是塔形或三角形[7−13]。那么，Terzaghi 土拱效应假设滑移面竖直进行竖向应力计算明显存在一定的误差。

（3）针对侧向土压力系数，Terzaghi 将 K_{h} 简化为 1。研究表明，K_{h} 并非定值，它与土体内摩擦角、土体位置、土体强度发展等众多因素有关[3]。

（4）分析上覆填土应力状态时，Terzaghi 土拱理论忽略了主应力偏转过程。土体单元在天然状态下，σ_1 和 σ_3 分别对应竖直和水平方向应力，随着活动门下移，土体持续变形，主应力逐渐发生了偏转，将对上覆填土竖向应力、土体侧压力系数产生重要的影响[14−15]。

针对上述研究不足之处，本文以浅层地基为研究对象，考虑浅层地基土体单元强度不完全发展时，首先概括浅层地基滑移面形状，以此为基础，阐述浅层地基主应力偏转过程并基于土体应力状态的变化，建立水平微分土层平衡方程，考虑土层差异沉降，推导浅层地基滑移面任意深度处侧向土压力系数及竖向应力计算方程，并通过结果对比验证解的合理性和正确性，经参数分析进一步了解不完全土拱效应对浅层地基竖向应力的影响。

2　浅层地基滑移面的选择

基于剪切面法[16−17]提出的土拱理论中，国内外学者对土层中形成的滑移面（剪切面）提出了不同的观点（见表 1）。Koutsabeloulis 等[18]通过有限元分析提出 $H/B<2.5$ 为浅层活动门试验，而 Dewoolkar 等[6]则认为划分浅层与深层的标准大约是 $H/B=2.0$，这一点与 Stone[7]、Papamichos[8]、Santichaianaint[9]等试验成果的很好的吻合；据此，提出活动门 H/B <2.0 时划分为浅层地基。

表 1　浅层地基滑移面统计

Table 1　Sliding planes of shallow foundation

研究人员	研究手段	研究对象	滑移面描述	参考文献
Terzaghi (1936)	模型试验	深层活动（$H/B=4.2$）	竖直滑移面（$\alpha=0°$）	[4]
Stone (1992)	模型试验	浅层活动门（$H/B<2.0$）	塔形滑移面（$\alpha=\psi$）	[7]
Papamichos (2001)	模型试验	浅层活动门（$H/B<2.0$）	塔形滑移面（$\alpha_{\max}=45°+\varphi/2$）	[8]
Santichaianaint (2002)	模型试验	浅层活动门（$H/B<2.0$）	塔形滑移面（$\alpha=\psi$）	[9]
Chevalier (2008)	离散元	浅层活动门（$H/B=0.75$）	三角形扩展至塔形，最后形成竖直滑移面	[10]
Chevalier (2012)	模型试验结合离散元	浅层活动门（$H/B=1.0$）	塔形滑移面	[11]
Shukla (2009)	解析假定	活动门	盆形滑移面	[16]
Rui (2016)	模型试验	桩承低路堤/浅层活动门（$H/B<2.0$）	三角形至塔形滑移面（$\alpha_{\max}=45°-\varphi/2$）	[19]
芮瑞（2014）	模型试验	桩承低路堤（$H/B<1.8$）	三角形至塔形滑移面（$\alpha_{\max}=45°-\varphi/2$）	[13]
吕伟华（2012）	解析假定	桩承式加筋低路堤	盆形滑移面	[2]
Chevalier (2010)	离散元	桩承式加筋低路堤（$H/B=0.23$ 或 0.47）	塔形滑移面（$\alpha=\varphi\pm3°$）	[12]

注：α 为滑移面与竖直面倾角，$\alpha_{\max}$ 为最大倾角，φ 为土体内摩擦角，ψ 为土体剪胀角。

对深层地基而言，当活动门相对位移足够大时，滑移面不断向上延伸，填土最终形成接近竖直的滑移面；然而对于浅层地基，H/B 太小以至于无法形成完整的变形土拱，土层以整体下移为主，若相对位移较小，土体未屈服，土体将受不完全土拱效应影响，滑移面范围从下往上应当是逐渐减小的。关于土拱效应滑移面的相关计算和数值模拟中，吕伟华[2]、Shukla[17]等提出了盆形滑移面计算假定，这与 Chevalier[10–12]、芮瑞[13]、Rui[19]等通过模型试验及离散元等研究桩承低路堤及浅层活动门得到的塔形滑移面恰恰相反。Papamichos 等[8]分别进行了浅层、深层活动门试验，试验现象表明，浅层活动门滑移面更加接近于塔形。总结大量试验及数值模拟结果，提出浅层地基在相对位移较小时（$H/B<2$），滑移面可概化为塔形。引入角度 α 即理论滑移面与竖直面的夹角，改变 α 值可以调整滑移面形状，该值与 H/B、土体应力水平、土体颗粒级配及膨胀性质等有关[20]。本文将地下构筑物下沉或地下洞室开挖及岩溶塌陷等原因引起的地基土局部沉陷均简化为活动门计算模型，如图 1 所示。其中，*abc* 表示厚度为 dz 的水平微分土层。

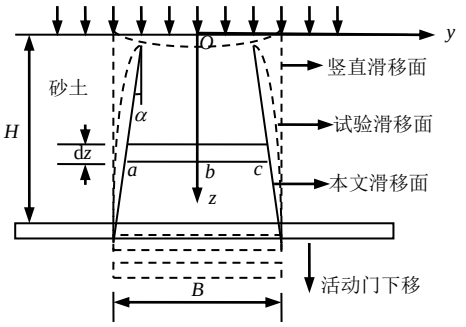


图 1 浅层地基竖向应力计算模型（浅层活动门）
Fig.1 Calculating diagram of shallow foundation (shallow-trapdoor)

3 应力状态分析

为定量分析浅层地基在不完全土拱效应作用下土体应力状态的变化，对上述模型作出如下基本假定：

（1）假设地基土为无黏性土，土层均匀分布，忽略地下水作用。

（2）浅层活动门埋深与宽度比值小于 2（$H/B<2$），土体剪应力始终小于其抗剪强度，滑移面贯穿活动门上方地基土，但未形成完整的变形拱，土层受不完全土拱效应影响。

（3）活动门下移过程中，滑移面土体剪切作用使主应力方向发生了偏转，并且越靠近滑移面偏转角度越大，应力偏转迹线为圆弧状大主应力轨迹线且关于中心线对称，σ_{ns} 与 τ_s 分别为作用于滑移面的正应力与切应力，σ_h 与 σ_v 分别为作用于土体的水平应力与竖向应力，θ 为滑移面土单元小主应力方向与水平面的夹角亦为主应力偏转角，β 为水平微分土层任意位置土单元小主应力方向与水平面的夹角，如图 2 所示。

（4）地基土在塔形滑移面内同一深度处填土竖向应力均匀分布。

（5）土体仅发生沿倾斜滑移面的相对摩擦，而不存在水平摩擦。

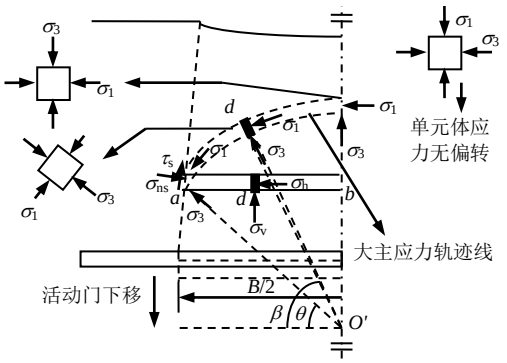


图 2 水平微分土层应力偏转示意图
Fig.2 Principal stresses rotation of horizontal differential soil layers

如图 3 所示，活动门未下移时，土体的竖向应力大于水平应力，即 $\sigma_v=\sigma_1$，$\sigma_h=\sigma_3$；活动门下移伴随着土体应力的偏转，引起应力转移，导致竖向应力减小，水平应力增大。当应力偏转角足够大时，$\sigma_v<\sigma_h$，水平微分土层主应力轴将发生偏转[21]，$K_h>1$。图 3 描述了滑移面 *a* 点的应力状态，τ_w 为滑移面土体单元剪应力，从图中可看出，大主应力方向相应地发生偏转角 θ，由基本假定可知，β 始终大于 $45°-\varphi/2$，当 $\theta=45°-\varphi/2$ 时，滑移面土体发生屈服，S 表示滑移面面积，η 为大主应力方向与水平面的夹角，与主应力偏转角互补，即 $\eta=|\pi/2-\theta|$。

考虑滑移面土体单元平衡关系 $\sum F_z=0$ 可得

$$-\sigma_{ns}S\sin\alpha+\tau_sS\cos\alpha-\sigma_1S\cos(\eta+\alpha)\sin\eta+\sigma_3S\cos(\eta+\alpha)\cos\eta=0 \tag{2}$$

消除 S 可得

$$-\sigma_n\sin\alpha+\tau_w\cos\alpha-\sigma_1\cos(\eta+\alpha)\sin\eta+\sigma_3\cos(\eta+\alpha)\cos\eta=0 \tag{3}$$

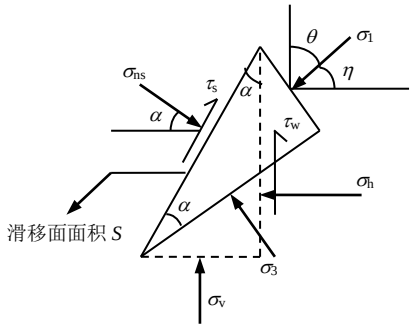


图 3　滑移面 *a* 点应力状态变化示意图

Fig.3　Changes of stress state of point "*a*" on slip surface

同理 $\sum F_x = 0$，整理可得

$$\sigma_{ns}\cos\alpha + \tau_w \sin\alpha - \sigma_1 \cos(\eta+\alpha)\cos\eta - \sigma_3 \cos(\eta+\alpha)\sin\eta = 0 \quad (4)$$

联立式（3）、（4），消除 τ_w 整理得

$$\sigma_{ns} = \sigma_1 \cos^2(\eta+\alpha) + \sigma_3 \sin^2(\eta+\alpha) \quad (5)$$

联立式（3）、（4），消除 σ_w 整理得

$$\tau_s = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2(\eta+\alpha) \quad (6)$$

因浅层地基差异沉降引起的滑移面剪应力大小与活动门相对位移直接相关，因此如基本假定所述，当活动门埋深较浅且相对位移较小时，将出现地基土滑移面土体单元剪应力 τ_w 小于极限抗剪强度 τ_f 的情形（$\eta > 45° + \varphi/2$），如图 4 中 *N* 点所示，此时地基土便受不完全土拱效应影响。应该强调，本文研究的不完全土拱效应是基于浅层地基未形成完整变形拱，针对浅埋隧道、岩溶区下伏浅层土洞加筋低路堤、软基上方桩承加筋低路堤等实际工程具有一定的参考价值。

图 4 中的应力莫尔圆表示滑移面 *a* 点应力状态，由应力圆的几何关系可得

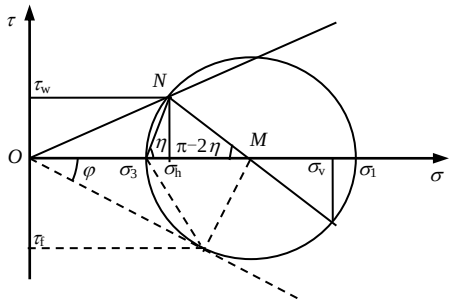


图 4　滑移面 *a* 点剪应力不完全发展示意图

Fig.4　Schematic diagram of partially developed soil shear stresses of point *a* on slip surface

$$\sigma_v = \sigma_1 \sin^2\eta + \sigma_3 \cos^2\eta \quad (7)$$

$$\sigma_h = \sigma_1 \cos^2\eta + \sigma_3 \sin^2\eta \quad (8)$$

土体被动土压力系数为

$$K_p = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \tan^2(45° + \varphi'/2) \quad (9)$$

分别将式（5）、（6）、（7）、（8）除以 σ_3，并联立式（9）得

$$\frac{\sigma_{ns}}{\sigma_3} = K_p \cos^2(\eta+\alpha) + \sin^2(\eta+\alpha) \quad (10)$$

$$\frac{\tau_s}{\sigma_3} = \frac{1}{2}(K_p - 1)\sin 2(\eta+\alpha) \quad (11)$$

$$\frac{\sigma_v}{\sigma_3} = K_p \sin^2\eta + \cos^2\eta \quad (12)$$

$$\frac{\sigma_h}{\sigma_3} = K_p \cos^2\eta + \sin^2\eta \quad (13)$$

4　修正侧向土压力系数

目前，不完全土拱效应作用下的水平微分土层荷载分布形式尚未明晰。已有文献[1－3]在计算不完全土拱效应作用下侧向土压力系数时，采用滑移面处竖向应力作为单元体平均应力，可能将产生较大的误差。基于主应力偏转，通过积分求得作用在土层表面竖向应力总和，再根据基本假定，求得作用在土层的平均竖向应力。

设 ζ 为 $\frac{\pi}{2} - \beta$，则作用在图 2 中点 *d* 处用阴影表示的微单元体上的竖向力

$$\begin{aligned} dF_z &= \sigma_v dA = \sigma_3 (K_p \sin^2\zeta + \cos^2\zeta) dA = \\ &\sigma_3 (K_p \cos^2\beta + \sin^2\beta) R \sin\beta d\beta = \\ &\sigma_3 (K_p \cos^2\beta + \sin^2\beta) R \sin\beta d\beta \end{aligned} \quad (14)$$

式中：dA 为阴影部分面积，$dA = R\sin\beta d\beta$；R 为大主应力偏转轨迹线圆弧半径，$R = B_z / 2\cos\theta$。

因此，土层平均竖向应力

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_v &= \frac{F_z}{B_z} = \frac{2\int_\theta^{\frac{\pi}{2}} (\sigma_1 \cos^2\beta + \sigma_3 \sin^2\beta) R \sin\beta d\beta}{B_z} = \\ &\frac{2\sigma_3 R\left[\cos\theta + \frac{1}{3}(K_p - 1)\cos^3\theta\right]}{2R\cos\theta} = \\ &\sigma_3\left[1 + \frac{1}{3}(K_p - 1)\cos^2\theta\right] = \\ &\sigma_3\left[1 + \frac{1}{3}(K_p - 1)\sin^2\eta\right] \end{aligned} \quad (15)$$

定义侧向土压力系数 K_h 为滑移面土体侧应力 σ_{ns} 与土层平均竖向应力 $\bar{\sigma}_v$ 的比值[14, 16–17]，则

$$K_h=\frac{\sigma_{ns}}{\bar{\sigma}_v}=\frac{\sigma_{ns}/\sigma_3}{\bar{\sigma}_v/\sigma_3} \tag{16}$$

将式（10）、（15）代入式（16），联立并整理得

$$K_h=\frac{3K_p\cos^2(\eta+\alpha)+3\sin^2(\eta+\alpha)}{3+(K_p-1)\sin^2\eta} \tag{17}$$

当 $\eta=0°$，$\alpha=0°$ 即 $\theta=90°$ 且滑移面竖直时，即认为主应力轴发生了旋转，同时忽略主应力偏转过程，此时 $K_h=K_P$，这与文献[1—3，21]得到的结论完全一致，验证了公式的正确性；而式（17）考虑了滑移面倾斜角、主应力偏转过程显然更具合理性。值得注意的是式（5）与式（8）在滑移面竖直即 $\alpha=0°$ 时，表达式完全一致，因此，用 σ_{ns} 代替 σ_h 计算侧向土压力系数更为准确。

5 滑移面间竖向应力

对水平微分土层 abc 进行受力分析，如图 5 所示。水平微分土层作用力包括土层上表面压力 F_z，下表面压力 $F_z+\mathrm{d}F_z$，滑移面 F_n，滑移面剪力 F_s，土体水平微分单元自重力 $\mathrm{d}W$。

考虑滑移面间土体水平微分单元平衡关系 $\sum F_z=0$ 可得

$$-\mathrm{d}F_z+\mathrm{d}W+2F_{ns}\sin\alpha-2F_s\cos\alpha=0 \tag{18}$$

其中：

$$\left.\begin{aligned}&F_z=\bar{\sigma}_vB_z\\&\mathrm{d}F_z=B_z\mathrm{d}\bar{\sigma}_v+2\bar{\sigma}_v\tan\alpha\mathrm{d}z\\&F_{ns}=\sigma_{ns}\mathrm{d}z\cdot\sec\alpha=K_h\bar{\sigma}_v\mathrm{d}z\cdot\sec\alpha\\&F_s=\tau_s\mathrm{d}z\cdot\sec\alpha\\&\mathrm{d}W=B_z\gamma\mathrm{d}z\\&B_z=(B+2z\tan\alpha-2H\tan\alpha)\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

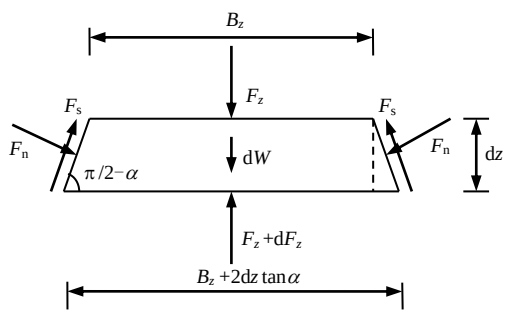


图 5 水平微分土层受力分析示意图

Fig.5 Forces applied to horizontal differential soil layers

联立式（11）、（15）可得

$$\frac{\tau_s}{\bar{\sigma}_v}=\frac{\frac{1}{2}(K_p-1)\sin2(\eta+\alpha)}{1+\frac{1}{3}(K_p-1)\sin^2\eta}=\frac{3(K_p-1)\sin2(\eta+\alpha)}{6+2(K_p-1)\sin^2\eta}=C_1 \tag{20}$$

将式（19）、（20）中对应的数值代入式（18）得

$$\begin{aligned}&-B_z\mathrm{d}\bar{\sigma}_v-2\bar{\sigma}_v\tan\alpha\mathrm{d}z+B_z\gamma\mathrm{d}z+\\&2K_h\bar{\sigma}_v\tan\alpha\mathrm{d}z-2C_1\bar{\sigma}_v\tan\alpha\mathrm{d}z=0\end{aligned} \tag{21}$$

将式（21）两边同除 $\mathrm{d}z$ 可得

$$\frac{\mathrm{d}\bar{\sigma}_v}{\mathrm{d}z}+\frac{2\left[C_1+\tan\alpha(1-K_h)\right]}{2H\tan\alpha-B-2z\tan\alpha}\bar{\sigma}_v=\gamma \tag{22}$$

因此，土层竖向平均应力的表达式为

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_v=&(B+2z\tan\alpha-2H\tan\alpha)^{C_2}\cdot\\&\left[C_3+\frac{\gamma(B+2z\tan\alpha-2H\tan\alpha)^{(1-C_2)}}{2(1-C_2)\tan\alpha}\right]\end{aligned} \tag{23}$$

式中：$C_2=K_h-1-C_1/\tan\alpha$；C_3 为未知常数。已知边界条件为 $z=0$，$\bar{\sigma}_v=p$ 时，代入式（23）解得

$$C_3=p(B-2H\tan\alpha)^{-C_2}-\frac{\gamma(B-2H\tan\alpha)^{(1-C_2)}}{2(1-C_2)\tan\alpha} \tag{24}$$

上述即为浅层地基在不完全土拱效应作用下任意深度土层竖向应力计算表达式。为方便计算活动门表面竖向应力，令 $z=H$ 便可得到活动门表面竖向应力计算表达式：

$$\bar{\sigma}_v=C_3B^{C_2}+\frac{\gamma B^{(1-C_2)}}{2(1-C_2)\tan\alpha} \tag{25}$$

注意到竖向应力计算式中存在唯一的未知参数即角度 η，应力偏转角的大小与地基竖向变形息息相关，亦即不完全土拱效应的发挥程度与地基竖向变形相关，同时决定着应力偏转角的大小，因此不同深度土拱效应发挥程度不一致。η 可通过图 6 的几何关系进行确定，Δh 为活动门差异沉降，可以列出下式：

$$L=\frac{B_z}{2\cos\eta}=\Delta h+\frac{B_z\tan\eta}{2} \tag{26}$$

化简并整理得

$$\frac{1-\sin\eta}{2\cos\eta}=\frac{\Delta h}{B_z} \tag{27}$$

引入相对位移 $\lambda=\dfrac{\Delta h}{B_z}$，解得

$$\eta=\arcsin\left(\frac{1-4\lambda^2}{1+4\lambda^2}\right) \tag{28}$$

$$\theta=\frac{\pi}{2}-\arcsin\left(\frac{1-4\lambda^2}{1+4\lambda^2}\right) \tag{29}$$

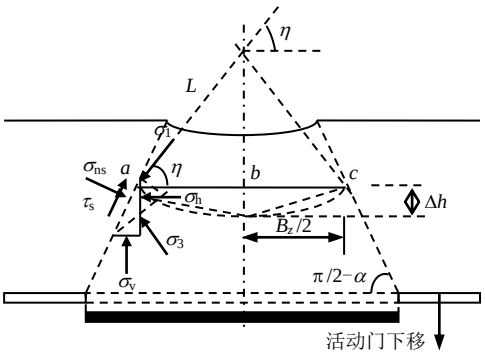


图 6　偏转角 η 计算示意图

Fig.6　Schematic diagram of rotation angle η calculation

因此，在设计过程中，考虑不完全土拱效应引起的应力转移，只需给出地基允许变形值，经式（28）换算得到偏转角 η，再利用式（23）即可计算得到地基土受不完全土拱效应作用下的地基竖向应力设计值。

6　结果对比与参数分析

将上述计算方法与国内外学者计算方法及模型试验进行对比，以验证其合理性和正确性；同时分析主要参数包括 H/B、φ'、α、λ、对浅层地基在不完全土拱效应作用下的竖向应力影响，进一步了解浅层地基在不完全土拱效应作用下的工作性状。分析过程选用浅层活动门实验模型，以无黏性土为研究对象，其计算参数为：$\gamma=18$ kN/m^3，$c'=0$ kPa，$\varphi'=30°$，$p=0$ kPa，$H=0.1$ m，$B=0.1$ m，滑移面倾角 $\alpha=\psi=5°$，$\lambda=\Delta h/B=0.1$，$\eta=64.7°>60°$，应力偏转角 $\theta=25.3°<30°$（滑移面土体未屈服）。分析过程中，除特别声明外，其他参数均保持一致。为明晰浅层地基应力传递规律，定义应力转移比 ρ：

$$\rho=\frac{\Delta\sigma_v}{\sigma_v}=\frac{\sigma_v-\bar{\sigma}_v}{\sigma_v} \tag{30}$$

式中：$\Delta\sigma_v$ 为应力转移量；$\bar{\sigma}_v$ 为作用在土层上方的平均竖向应力。

6.1　理论解析对比

6.1.1　归一化竖向应力对比

图 7 给出了本文计算方法与 Terzaghi[5]、吕伟华[2]、黎春华[3]、陈国舟[14]等计算方法的对比结果。从图中可以看出，本文计算方法与其他解析方法得到的结果规律近似即土压力随着填土深度的增加呈非线性增大。本文计算结果介于黎春华法与吕伟华法之间，且均大于 Terzaghi 法，说明浅层地基考虑不完全土拱效应是十分必要的；而三者计算结果的差异与提出的滑移面直接相关；注意到本文计算结果与黎春华[3]计算结果较为接近，虽然滑移面不同，但考虑主应力偏转过程使得土体竖向应力增大，因此认为本文计算方法较为合理。陈国舟法假定抛物形滑面同时考虑主应力偏转过程研究地基土拱效应得到的计算结果较本文计算结果大，原因是其计算时低估了应力偏转角，造成竖向应力偏大。另外，从图中应力变化规律亦可得到，在地基趋向于深层时，竖向应力与自重应力差值越大，应力转移现象越明显。

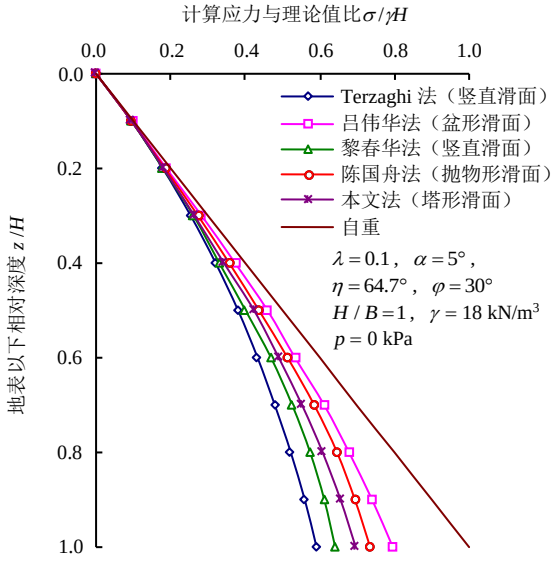


图 7　归一化竖向应力计算结果对比

Fig.7　Comparison between different analytical solutions of normalized vertical stress

6.1.2　侧向土压力系数对比

对于无黏性土，图 8 为不同理论获得的地基土侧向压力系数。Terzaghi 土拱理论认为侧向土压力系数为经验值，并建议取值为 1.0。认为主应力发生偏转后，K_h 并非定值，而是随着 φ' 的增大，K_h 逐渐减小，竖向应力增大，不利于土体应力转移。本文得到的侧向土压力系数与静止土压力系数、文献[3]及文献[22]得到的变化趋势一致且计算结果相

当接近，而与陈若曦修正的 K_h 值变化趋势相反且差异较大。活动门下移是一个过程，伴随着土体应力的偏转，同时引起应力转移，将会导致竖向应力减小，水平应力增大，因此 K_h 值有可能从小于 1 发展至大于 1，但依赖于土拱效应的发挥程度。陈若曦修正的侧向土压力系数认为土体扰动区内主应力偏转角均为 90°，主应力轴发生旋转，而浅层地基在不完全土拱效应作用下，主应力偏转角有限，那么直接考虑主应力轴发生偏转，将会造成 K_h 偏大，最终导致竖向应力偏小。文献[3]与本文同样考虑不完全土拱效应，但其分析过程采用小主应力轨迹线，计算得到的 K_h 值偏小。

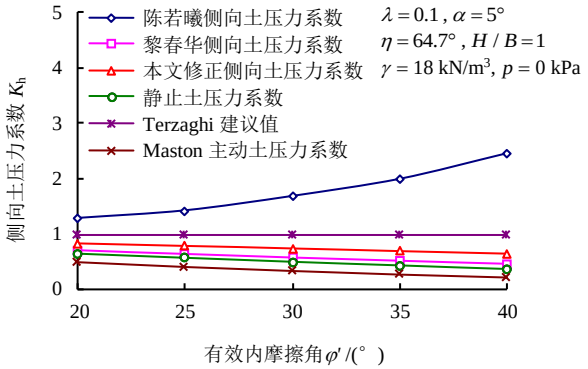


图 8 侧向土压力系数对比及 φ' 对 K_h 的影响

Fig.8 Comparison and influence of coefficient of lateral earth pressure on effective internal friction angle

6.2 活动门高宽比的影响

Papamichos 等[8]通过模型试验，以无黏性土为研究对象，进行了平面应变浅层活动门试验，试验过程保持 B 不变而 H 逐渐增大。图 9 给出了通过本文计算方法、Terzaghi 计算方法得到的活动门上表面应力转移比 ρ 与 Papamichos 模型试验的结果对比。从图中可以看出，随着 H/B 的增大，ρ 逐渐增大并逐渐趋于稳定；H/B 较小时，本文计算方法与 Terzaghi 法、Papamichos 模型试验吻合良好，但随着 H/B 的增大，本文计算结果与 Terzaghi 计算结果差值较大，原因是当 H/B 较小时，无论采用何种计算方法，应力转移均不明显，当 H/B 达到一定数值后，由于 Terzaghi 计算理论建立在极限平衡理论的基础，土体剪应力完全发展，填土内部形成完整土拱，荷载转移比例增大。事实上，由于浅层地基相对位移较小，土体未达到屈服，土层受不完全土拱效应，故 Terzaghi 计算结果偏小。对于浅层地下构筑物，设计中若直接采用 Terzaghi 法，偏不安全；而本文的计算方法基于塔形滑移面，考虑了浅层地基主应力的偏转过程，对比试验结果，较为准确，具有一定的参考价值。

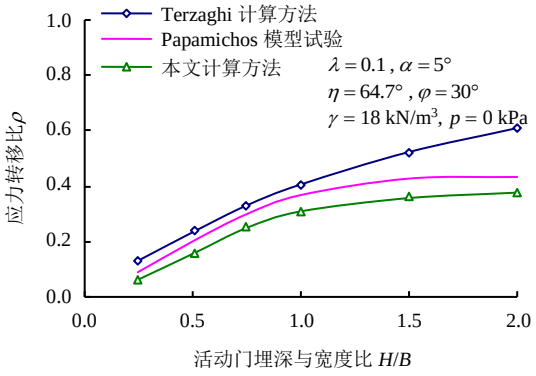


图 9 模型试验结果对比及 H/B 对 ρ 的影响

Fig.9 Comparison between different model test results and influence of H/B on stress ratio ρ

6.3 活动门相对位移的影响

图 10 给出了不同的活动门相对位移 λ 对活动门上表面应力转移比 ρ 的影响，同时与文献[2，5]计算方法进行了对比。从图中可以看出，随着 λ 的增大，ρ 也随之增大并逐渐趋于稳定。这表明不完全土拱效应作用下，浅层地基不均匀沉降越大，土体越接近抗剪强度，主应力偏转角也随之增大，导致应力转移比增大。本文计算结果与吕伟华法计算结果存在差异的直接原因如前所述即滑移面假设的差别，而 Terzaghi 土拱理论无法反映地基的应力-变形状态，明显不足。本文计算结果却与吕伟华模型试验更吻合，说明采用塔形滑移面并考虑主应力偏转过程能提高不完全土拱效应作用下的浅层地基竖向应力计算精度。

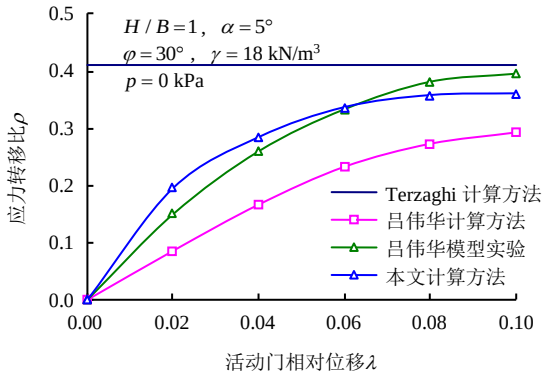


图 10 活动门相对位移的影响

Fig.10 Influence of trapdoor relative displacement on ρ

6.4 滑移面倾斜角 α 的影响

关于浅层地基不完全土拱效应的研究，国内外

尚无学者考虑塔形滑移面，但滑移面倾斜角对浅层地基竖向应力计算的影响却不容忽视。图 11 给出了不同 α 对活动门上表面应力转移比 ρ 的影响。从图中可以看出，随着 α 的增大，应力转移现象弱化，ρ 逐渐减小。观察式（17）可知，α 越大，侧向土压力系数越小，同时滑移面往内收缩，浅层地基滑移面土颗粒之间摩阻力显然较竖直滑移面小，应力转移较不明显，导致作用在活动门上表面竖向应力也随之增大。

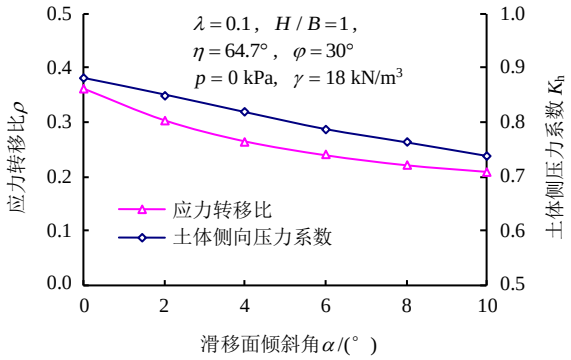


图 11　滑移面倾斜角的影响

Fig.11　Influence of slip surface slant angle on ρ

7　结　论

（1）本文研究围绕不完全土拱效应作用下的浅层地基竖向应力计算，地基滑移面可概化为塔形，推导过程考虑了地基土不同深度处差异沉降及主应力偏转过程，揭示了浅层地基土应力转移规律，量化了浅层地基不同深度的不完全土拱效应发挥程度，通过对比分析验证了浅层地基任意深度处侧向土压力系数及竖向应力的计算表达式。

（2）采用 Terzaghi 法计算浅层地基竖向应力偏不安全，建议采用本文考虑不完全土拱效应的浅层地基竖向应力计算方法。本文计算方法是对已有计算方法的优化，可应用于浅层隧道盾构开挖的顶层土体应力计算或塌陷土洞上方浅层顶板应力计算等。

（3）不完全土拱效应作用下，浅层活动门高宽比及相对位移的增大使土体应力转移量增加，而土体有效内摩擦角与滑移面倾角则相反。

参 考 文 献

[1] 王非，缪林昌．落水洞上覆路堤土工加筋设计新方法[J]．东南大学学报(自然科学版), 2009, 39(6): 1217－1221.
WANG Fei, MIAO Lin-chang. New design method of geosynthetic-reinforced embankment over sinkholes[J]. **Journal of Southeast University (Natural Science Editon)**, 2009, 39(6): 1217－1221.

[2] 吕伟华，缪林昌，王非．基于不完全土拱效应的土工格栅加固机制与设计方法[J]．岩石力学与工程学报, 2012, 31(3): 632－639.
LU Wei-hua, MIAO Lin-chang, WANG Fei. Mechanism of geogrid reinforcement based on partially developed soil arch effect and design method[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2012, 31(3): 632－639.

[3] 黎春林．盾构隧道施工松动土压力计算方法研究[J].岩土工程学报, 2014, 36(9): 1714－1720.
LI Chun-lin. Method for calculating loosening earth pressure during construction of shield tunnels[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2014, 36(9): 1714－1720.

[4] TERZAGHI K. Stress distribution in dry and in saturated sand above a yielding trap-door[C]//Proceedings of First International Conference Soil Mechanics and Foundation Engineering. Mass: Harvard University Press, 1936: 35－39.

[5] TERZAGHI K. Theoretical soil mechanics[M]. New York: John Wiley and Sons,1943. 37－42.

[6] DEWOOLKAR M M, SANTICHAIANant K, KO H Y. Centrifuge modeling of granular soil response over active circular trapdoors[J]. **Soils and Foundations**, 2007, 47(5): 931－945.

[7] STONE K, WOOD D. Effects of dilatancy and particle size observed in model tests on sand[J]. **Soils and Foundations**, 1992, 32(4): 43－57.

[8] PAPAMICHOS E, VARDOULAKIS I, HEIL L. Overburden modeling above a compacting reservoir using a trap door apparatus[J]. **Physics and Chemistry of the Earth, Part A: Solid Earth and Geodesy**, 2001, 26(1): 69－74.

[9] SANTICHAIANANT K. Centrifuge modeling and analysis of active trapdoor in sand[D]. Boulder:University of Colorado at Boulder, 2002.

[10] CHEVALIER B, COMBE G, VILLARD P. Experimental and numerical studies of load transfers and arching effect[C]//Proceedings 12th International Conference of the Int. Association for Computer and Advances in Geomechanics (IACMAG). Goa: IACMAG Tucson, 2008:

273－280.

[11] CHEVALIER B, COMBE G, VILLARD P. Experimental and discrete element modeling studies of the trapdoor problem: influence of the macro-mechanical frictional parameters[J]. **Acta Geotechnica**, 2012, 7(1): 15－39.

[12] CHEVALIER B, VILLARD P, COMBE G. Investigation of load-transfer mechanisms in geotechnical earth structures with thin fill platforms reinforced by rigid inclusions[J]. **International Journal of Geomechanics**, 2010, 11(3): 239－250.

[13] 芮瑞, 胡港, 夏元友, 等. 砂填料桩承式路堤宏观土拱形态与演化模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(2): 396－404.
RUI Rui, HU Gang, XIA Yuan-you, et al. Macroscopic soil arch shape and evolution model of sand filling piled embankment[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2014, 33(2): 396－404.

[14] 陈国舟, 周国庆.考虑土拱效应的滑移面间竖向应力研究[J]. 中国矿业大学学报, 2014, 43(3): 374－379.
CHEN Guo-zhou, ZHOU Guo-qing. Study of vertical stress between slip planes considering soil arching effect[J]. **Journal of China University of Mining & Technology**, 2014, 43(3): 374－379.

[15] 汪丁建, 唐辉明, 李长冬, 等. 考虑主应力偏转的土体浅埋隧道支护压力研究[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(5): 804－810.
WANG Ding-jian, TANG Hui-ming, LI Chang-dong, et al. Theoretical study on earth pressure on shallow tunnel considering principal stress rotation[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2014, 43(3): 374－379.

[16] SHUKLA S, SIVAKUGAN N. A simplified extension of the conventional theory of arching in soils[J]. **International Journal of Geotechnical Engineering**, 2009, (3): 353－359

[17] SHUKLA S K, LOUGHRAN J G, SIVAKUGAN N. Stress within a cohesionless granular fill in a storage vessel with sloping walls during initial static loading[J]. **Powder Technology**, 2009, 192(3): 389－393.

[18] KOUTSABELOULIS N, GRIFFITHS D. Numerical modelling of the trap door problem[J]. **Geotechnique**, 1989, 39(1): 77－89.

[19] RUI R, VAN TOL A, XIA Y, et al. Investigation of soil-arching development in dense sand by 2D model tests[J]. **Geotechnical Testing Journal**, 2016, 39(3): 1－16.

[20] COSTA Y D, ZORNBERG J G, BUENO B S, et al. Failure mechanisms in sand over a deep active trapdoor[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2009, 135(11): 1741－1753.

[21] 陈若曦, 朱斌, 陈云敏, 等. 基于主应力轴旋转理论的修正 Terzaghi 松动土压力[J]. 岩土力学, 2010, 31(5): 1402－1406.
CHEN Ruo-xi, ZHU Bin, CHEN Yun-min, et al. Modified Terzaghi loozening earth pressure based on theory of main stress axes rotation[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(5): 1402－1406.

[22] MARSTON A. The theory of external loads on closed conduits in the light of the latest experiments[C]// Highway Research Board Proceedings. [S. l.]: [s. n.], 1930: 138－170.

上接第 2508 页

[28] SASSA S, SEKIGUCHI H. Analysis of wave-induced liquefaction of sand beds[J]. **Géotechnique**, 2001, 51(2): 115－126.

[29] LI X S, WANG Y. Linear representation of steady-state line for sand[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 1998, 124(12): 1215－1217.

[30] KLOTZ E U, COOP M R. An investigation of the effective of soil state on the capacity of driven piles in sands[J]. **Géotechnique**, 2001, 51(9): 733－751.

[31] 刘星, 王睿, 张建民. 液化地基中群桩基础地震响应分析[J]. 岩土工程学报, 2015, 37(12): 2326－2331.
LIU Xing, WANG Rui, ZHANG Jian-min. Seismic response analysis of pile groups in liquefiable foundations[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2015, 37(12): 2326－2331.

[32] 栾茂田, 张晨明, 王栋, 等. 波浪作用下海床孔隙水压力发展过程与液化的数值分析[J]. 水利学报, 2004, 32(2): 94－100.
LUAN Miao-tian, ZHANG Chen-ming, WANG Dong, et al. Numerical analysis of residual pore water pressure development and evaluation of liquefaction potential of seabed under wave loading[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2004, 32(2): 94－100.