

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.0596

颗粒离散单元法动力人工边界设置方法

周兴涛^{1,2}, 盛 谦^{1,2}, 崔 臻¹, 冷先伦¹, 付晓东¹, 马亚丽娜^{1,2}

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘 要: 采用颗粒离散单元法进行动力计算时, 人工截断边界上需设置吸收边界条件, 以防止波的反射。鉴于颗粒离散单元数值计算模型的人工边界上颗粒单元半径大小不一、边界面凹凸不平, 在连续介质的黏性、黏弹性、自由场边界条件方程基础之上, 推导出适用于离散介质的等效方程。在离散介质的黏性边界条件等效方程中引入微调系数, 提出比值迭代法以快速确定其最优值, 以实现对其的最佳吸收。采用二维颗粒离散单元计算软件 PFC^{2D}, 分别建立黏性、黏弹性、自由场边界条件相关数值分析模型, 探讨颗粒分布模式对黏性边界上颗粒单元半径、速度分布及比值迭代过程的影响; 采用外源波动算例及经典 Lamb 问题算例验证黏弹性边界设置方法的正确性; 通过隧洞算例检验提出的自由场边界条件设置方法的正确性。

关 键 词: 颗粒离散单元法; 动力人工边界; 黏性边界; 黏弹性边界; 自由场边界

中图分类号: O 242

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2018) 07-2671-11

Dynamic artificial boundary setting methods for particle discrete element method

ZHOU Xing-tao^{1,2}, SHENG Qian^{1,2}, CUI Zhen¹, LEN Xian-lun¹, FU Xiao-dong¹, MA Ya-li-na^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: When dynamic time-history calculations are carried out by using the particle discrete element method (DEM), the absorption boundary condition must be applied to avoid the reflection of outward propagating waves back into the model at artificial boundaries. By considering the various radius of particle elements on the artificial boundaries and their uneven boundary surfaces, the equivalent equations for DEM is obtained based on the boundary conditions of the viscous and viscoelastic continuum and free field. Calibration factors are introduced into the equivalent equation of viscous boundary condition for DEM, and a ratio-iterative method is proposed to determine the values for optimum waves absorption quickly. Numerical models for the viscous, viscoelastic and free-field boundaries are established using the 2D particle flow code (PFC^{2D}). We also analyze the effects of particle distribution patterns on the radius and velocity of particles on the viscous boundary and the process of the ratio-iterative method. The validity of the setting method for viscoelastic boundary condition is verified with examples of the external source problem and the Lamb problem. The free-field boundary for DEM is applied to a tunnel example for the validation.

Keywords: particle discrete element method; dynamic artificial boundaries; viscous boundary; viscous-spring boundary; free-field boundary

1 引 言

数值计算研究岩土体地震动力响应规律及灾变机制的有效方法, 计算工作的关键之一就是设置合理动力人工边界条件。动力人工边界理论上应当

实现对原介质应力应变场的精确模拟, 保证波在人工边界处的传播特性与原介质一致, 使外行散射波通过人工边界时无反射效应, 发生完全的透射或被人工边界完全吸收^[1]。动力人工边界可以分为全局边界和局部边界。全局人工边界保证穿出整个人工

收稿日期: 2017-04-01

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)项目(No. 2015CB057905); 国家重点研发计划(No. 2016YFC0401803); 国家自然科学基金资助项目(No.51409263, No. 11472292)。

This work was supported by the National Program on Key Basic Research Project of China (973 Program) (2015CB057905), the National Key Research and Development Program of China (2016YFC0401803) and the National Natural Science Foundation of China (51409263, 11472292).

第一作者简介: 周兴涛, 男, 1987 年生, 博士研究生, 主要从事地下工程抗震及边坡动力稳定性方面的研究工作。E-mail: 525017432@qq.com

边界的外行波满足无限域内的所有场方程和物理边界条件,可以采用边界元法^[2]、薄层法^[3]及波函数展开法^[4]等建立。局部人工边界用于保证射向外凸人工边界任一点的外行波从该点穿出,仅模拟外行波穿过人工边界向无穷远传播的性质,并不严格满足所有的物理方程和辐射条件^[5]。Alterman 等^[6]应用远置人工边界法,对单层覆盖弹性半空间爆炸内源产生的近场波动进行了数值模拟。远置人工边界法往往要求边界设置非常远,在一般情况下无疑将使问题的自由度数目呈几何级数增长,求解计算量是计算机所无法接受的,因此,需要采用局部人工边界。局部人工边界包括 Clayton-Engquist 边界^[7]、BGT 边界^[8]、多次透射边界^[1]、黏性边界^[9]、黏弹性边界^[10-11]、基于黏性边界(或黏弹性边界)和自由场的自由场边界^[12-13]等。人工边界条件对无限域模拟的准确与否将直接影响近场波动数值模拟的精度,因此,人工边界条件的研究具有重要意义。

颗粒离散单元法(DEM)由于对每个颗粒单元应用牛顿第二定律,在接触位置应用力-位移定律并不断更新,颗粒单元运动不受变形量的限制,在研究岩土体失稳大变形问题时优越性显著。基于颗粒离散单元法理论,Cundall 等^[14]开发了颗粒程序 PFC^{2D}/PFC^{3D},并将其广泛用于岩土体相关工程问题的研究。当在颗粒单元间的接触上设置一定的胶结模型时,该法可以用来有效模拟岩石及岩体的损伤破坏过程^[15-16]。近些年来,有部分学者开始采用颗粒离散单元法研究由地震诱发的滑坡、岩崩等岩土体破坏运动大变形机制。Tang 等^[17]基于 2D 颗粒离散单元程序 PFC^{2D}研究了台湾 Tsaoiling 滑坡在 1941 年 Chiayi 地震下的触发机制。滑床基岩地形用墙(wall)生成,在滑床墙上用两排线性均匀分布且固定的圆盘单元来模拟滑面,给滑床墙指定初始速度,以实现地震波的输入。Zhou 等^[18]采用 PFC^{2D}探讨了汶川地震区杨家沟滑坡的形成机制,同样采用墙单元模拟滑面,在滑面上生成滑体颗粒单元,通过指定滑面墙的速度来输入地震动。以上建模方法中,墙单元无法提供合理的动力人工边界来模拟上部坡体震裂破坏过程。因此,为了能够采用颗粒离散单元法(DEM)正确有效地模拟斜坡等岩土体震裂破坏及运动大变形的全过程,建立合理的 DEM 动力人工边界显得尤为关键。

基于 PFC^{2D} 软件,本文对颗粒离散单元法黏性人工边界条件设置机制进行了系统研究,提出了比值迭代法,以快速确定微调系数的最优值,使得基于黏性边界的垂直入射体波输入和吸收具有高精

度;建立了颗粒离散单元数值模型的黏弹性边界条件设置方法;提出了基于黏性边界和自由场的颗粒离散单元法自由场人工边界设置机制。相关成果对岩土地震工程问题数值模拟具有重要意义。

2 黏性边界条件研究

2.1 黏性边界的实现

连续介质力学模型的黏性人工边界由边界上的法向和切向阻尼器组成,法、切向黏性面力与质点振动速率之间存在如下关系:

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= -c_p \rho \frac{du_n}{dt} \\ \tau &= -c_s \rho \frac{du_s}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: σ 为施加于人工边界上的法向黏性面力; c_p 为连续介质 P 波波速; u_n 为边界上质点法向振动位移; t 为质点振动时间; τ 为施加于人工边界上的切向黏性面力; c_s 为连续介质 S 波波速; u_s 为边界质点切向振动位移; ρ 为介质密度。

PFC^{2D} 计算模型由圆盘颗粒单元构成,不存在连续介质应力概念;人工截断边界由半径大小不一的圆盘颗粒单元构成,边界面凸凹不平。为了能在人工边界上施加黏性边界条件,必须将连续介质黏性边界条件表达式(1)进行等效离散,将应力等效为接触力。等粒径二维矩形规则排列颗粒单元集合边界上的单元具有相同半径,且排列规则,则其在单轴均匀受压条件下的轴向应力与轴向接触力合力间的关系为

$$\sigma_a = \frac{\sum F_{ai}}{\sum D_i \times 1} = \frac{F}{D} \quad (2)$$

式中: σ_a 为单元体内部等效的轴向应力; $\sum F_{ai}$ 为单元边界所受的轴向接触力合力; $\sum D_i$ 为边界单元直径总和;1 表示圆盘单元垂直纸面方向的长度为单位长度; F 为单个圆盘颗粒单元所受轴向接触压力; D 为单个圆盘颗粒单元直径。

将式(2)代入式(1)得到等粒径二维矩形规则排列圆盘颗粒单元集合人工边界上离散形式黏性边界条件为

$$\left. \begin{aligned} F_n &= -Dc_p \rho \frac{du_n}{dt} \\ F_s &= -Dc_s \rho \frac{du_s}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: F_n 为人工边界上颗粒单元所受外力在边界法向上分量; F_s 为人工边界上颗粒单元所受外力在边界切向上分量。

式 (3) 只适用于等粒径二维矩形规则排列颗粒单元集合的黏性边界设置。由于一般的 PFC^{2D} 数值计算模型人工边界上颗粒半径大小不一、随机分布, 为了保证黏性边界对地震波的最佳吸收, 需引入微调系数:

$$\left. \begin{aligned} F_n &= -\beta_{2P} Dc_n \rho \frac{du_n}{dt} \\ F_s &= -\beta_{2S} Dc_s \rho \frac{du_s}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: β_{2P} 为 P 波无量纲微调系数; β_{2S} 为 S 波无量纲微调系数。在等粒径二维矩形规则排列颗粒单元分布模式下, $\beta_{2P} = \beta_{2S} = 1$; 当单元为其他分布模式时, β_{2P} 与 β_{2S} 不等于 1。从式 (4) 可看出, β_{2P} 与 β_{2S} 的取值可对人工边界上法向和切向黏性面力产生影响。

进行地震动力时程计算时, 一般先进行初始地应力场计算。初始地应力场计算完成后, 解除人工边界上的静力约束, 在人工边界上设置动力边界条件, 进行动力时程计算。为了减少或消除外行波在人工边界处的反射效应, 需要: ①把静力计算阶段人工边界处的位移约束移除; ②在人工边界处施加数值上等于约束反力大小且方向相同的支撑力来保证模型初始地应力场平衡; ③在人工边界处设置动力边界条件。以此来实现静、动力边界的统一, 使得动力计算以初始地应力场为基础, 与实际情况相一致。

对于非输入边界, 边界上每一个圆盘单元所需施加的总力为

$$\left. \begin{aligned} F_n^* &= -F_{eqn} - \beta_{2P} Dc_P \rho v_n \\ F_s^* &= -F_{eqs} - \beta_{2S} Dc_S \rho v_s \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: F_n^* 为给每个边界圆盘单元施加的法向外力总和; F_s^* 为给每个边界圆盘单元施加的切向外力总和; F_{eqn} 为去掉位移约束后每个边界圆盘单元所受到法向不平衡力; F_{eqs} 为去掉位移约束后每个边界圆盘单元所受到切向不平衡力; v_n 为边界上每个圆盘单元法向振动速率; v_s 为边界上每个圆盘单元切向振动速率。

对于输入边界, 采用波场分解法和等效节点力法可得边界上每一个圆盘单元所需施加的总力为

$$\left. \begin{aligned} F_n^* &= -F_{eqn} - \beta_{2P} Dc_P \rho v_n + 2\beta_{2P} Dc_P \rho v_{ni} \\ F_s^* &= -F_{eqs} - \beta_{2S} Dc_S \rho v_s + 2\beta_{2S} Dc_S \rho v_{si} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: v_{ni} 为在入射边界所施加入射波的法向速度时程; v_{si} 为在入射边界所施加入射波的切向速度时程。

2.2 微调系数最优值的确定方法—比值迭代法

由式 (3) 可知, 当圆盘颗粒单元具有相同半径且矩形规则排列时, 微调系数 β_{2P} 、 β_{2S} 都取 1, 此时黏性边界对垂直入射体波理论上可完全吸收, 人工边界上无反射波; 由式 (4) 可知, 当圆盘颗粒单元具有不同半径且随机排列时, 若微调系数 β_{2P} 、 β_{2S} 都取 1, 则由于人工边界上颗粒分布随机性及粒径非一致性, 该边界上会存在反射波。为了对垂直入射的体波进行充分吸收, 微调系数 β_{2P} 、 β_{2S} 的取值方法需进行研究。

建立如图 1 所示, 1 000 m×50 m (长×高) 的长杆状数值计算模型, 图 1 中模型左侧采用固定边界, 模型右侧采用黏性边界 (简称 LF-RV), 黏性边界条件由式 (3) 建立。图 1 中所有颗粒单元 Y 向位移进行固定约束。图 1 采用两种类型颗粒单元分布模式: ①颗粒半径相等且矩形排列, 颗粒单元半径为 0.25 m (见图 2(a), 简称模式 Pattern A); ②颗粒半径服从均匀分布且随机排列, 最大颗粒径是最小颗粒径的 1.5 倍 (见图 2(b), 颗粒单元最小径为 0.2 m, 简称模式 Pattern B)。

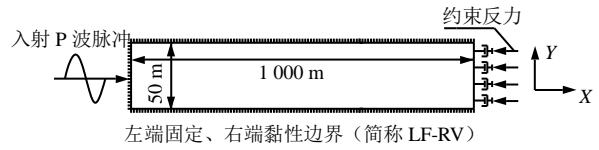
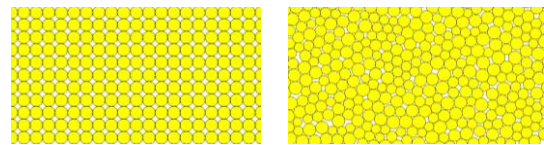


图 1 长杆状计算模型及其边界设置

Fig.1 Long bar calculation model and its boundary settings



(a) Pattern A

(b) Pattern B

图 2 两种类型颗粒单元分布模式

Fig.2 Two types of particle distribution patterns

对于图 2(a)所示的颗粒半径相等且矩形排列颗粒集合, 由于只有 X 向运动存在, 则可以建立颗粒细观参数与波速之间的定量关系。设颗粒集合由单位厚度 (垂直纸面) 圆盘组成, 则可得^[15]

$$\left. \begin{aligned} E_c &= k^n = \frac{1}{2} k_n \\ \bar{E}_c &= 2R\bar{k}^n \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: E_c 为接触弹性模量; \bar{E}_c 为平行黏结弹性模量; k^n 为接触刚度; k_n 为颗粒刚度; \bar{k}^n 为平行黏结刚度;

R 为颗粒半径。

当图 2(a) 中颗粒集合受到沿 X 向 ΔF 增量力作用时, 可得

$$\left. \begin{aligned} \Delta\sigma &= \frac{\Delta F}{(2R)(1)} \\ \Delta\varepsilon &= \frac{\Delta u}{2R} \\ E &= \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中: $\Delta\sigma$ 为 ΔF 产生的 X 向应力增量; $\Delta\varepsilon$ 为 ΔF 产生的 X 向应变增量; Δu 为 ΔF 产生的 X 向位移增量; 1 表示圆盘颗粒单元垂直纸面方向尺寸为一个单位; E 为颗粒集合弹性模量。

由式 (8) 进一步可得

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{\Delta F}{\Delta u} = K = \alpha_c K + \alpha_p K = \alpha_c E + \alpha_p E \\ \alpha_c K &= k^n \\ \alpha_p K &= A_p \bar{k}^n \\ \alpha_c + \alpha_p &= 1 \\ A_p &= 2\eta R \times 1 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: K 为颗粒集合总刚度; α_c 为颗粒接触刚度占总刚度的比值, 取 0.5; α_p 为平行黏结刚度占总刚度的比值, 取 0.5; A_p 为平行黏结面积; η 为平行黏结半径乘子, 取 1.0。

当一维 P 波沿 X 正向传播时, 波速与弹性常数和密度间关系为

$$c_p = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (10)$$

由式 (7)、(9)、(10) 可得

$$\left. \begin{aligned} E_c &= \alpha_c \rho (c_p)^2 \\ \bar{E}_c &= \frac{\alpha_p \rho (c_p)^2}{\eta} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

由式 (11) 可看出: 颗粒半径相等且矩形排列颗粒集合的宏观波速 c_p 受弹性模量 E_c 、 \bar{E}_c 及颗粒集合的宏观等效密度 ρ 所控制。

在图 1 中, 模型左侧输入沿 X 正向传播的简谐 p 波脉冲, 其表达式为

$$vel = \begin{cases} 0.5M(1 - \cos(2\pi t/T)) & t \leq T \\ 0 & t > T \end{cases} \quad (12)$$

式中: vel 为输入 P 波脉冲时程; M 为输入 P 波脉冲振幅, 取 0.5 m/s; T 为输入 P 波脉冲持时, 取 0.5 s; 当时间 t 大于 T 时, 输入波形为 0。

从左侧边界开始, 在中轴线上沿着 X 方向每隔 250 m 设置一个速率监测点, 记录波传播过程中模型内各点沿 X 向的振动速率, 共 5 个点, 从左到右编号依次为 P1、P2、P3、P4、P5 (见图 3)。模型局部阻尼系数设置为 0, 颗粒间平行黏结法向强度和切向强度设置为高值, 以防止计算过程中黏结破裂, 颗粒集合宏观密度取 2 500 kg/m³、颗粒刚度比及平行黏结刚度比取 1、摩擦系数取 0。采用式 (11) 及 P 波波速 $c_p=1\ 000$ m/s 和其他参数反算出颗粒接触间的弹性模量 $E_c=\bar{E}_c=1.25 \times 10^9$ Pa。

图 3 为左侧采用固定端、右侧采用黏性边界情况下, 采用两种颗粒分布模式, 在模型左侧输入 P 波脉冲后, 各监测点 X 向速率时程。图中 LF-RV-Pattern A-P1 表示“计算模型左侧采用固定端、右侧采用黏性边界, 颗粒集合采用半径相等且矩形排列颗粒分布模式, 监测点 P1”, 其他类似表达含义依此类推。由图可知, 对于颗粒分布模式 Pattern A, 行波到达右侧黏性边界后无反射波存在, 说明采用式 (3) 建立的黏性边界可对垂直入射的 P 波进行完全吸收; 对于颗粒分布模式 Pattern B, 行波到达右侧黏性边界后有反射波存在 (见椭圆画线框内), 说明采用式 (3) 建立的黏性边界对垂直入射 P 波无法完全吸收。因此, 对于一般颗粒分布模式, 需要采用式 (4) 来建立黏性吸收边界, 如何确定微调系数 β_{2P} 、 β_{2S} 的最优值是关键。

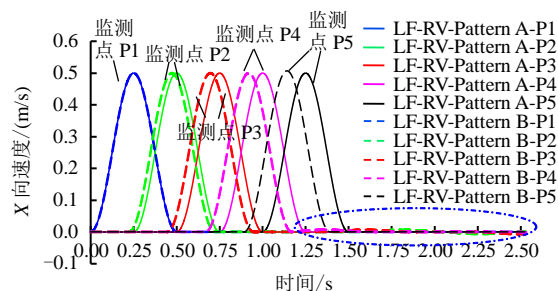


图 3 各监测点 X 方向速率

Fig.3 Velocity histories at each monitoring point

设输入 P 波脉冲速度峰值为 M_{input} , 图 1 右侧黏性吸收边界上颗粒单元的速度响应峰值为 M_{out} 。对于颗粒分布模式 Pattern B, 应当存在一个最优值 β_{2P0} , 使得 $M_{out}=M_{input}$, 此时右侧黏性边界对垂直入射 P 波脉冲可完全吸收。然而, 最优值 β_{2P0} 无法预知。图 4 为黏性吸收边界上微调系数 β_{2P} 取值范围示意图。由图 4 可看出, 当 $\beta_{2P}=0$ 时, 式 (4) 中黏性力 $F_n=0$, 此时, 黏性边界实际上为无约束自由端, 入射 P 波脉冲在此反射, 边界颗粒单元振动

速度峰值加倍, $M_{out} = 2M_{input}$; 当 $\beta_{2P} = \beta_{2P0}$ 时, 黏性边界可对垂直入射 P 波脉冲完全吸收, 边界颗粒单元振动速度峰值等于入射 P 波脉冲峰值, $M_{out} = M_{input}$; 当 $\beta_{2P} = +\infty$ 时, 式 (4) 中 $F_n = +\infty$, 此时, 黏性边界实际上为固定端, 入射 P 波脉冲在此反射, 边界颗粒单元振动速度始终为 0, $M_{out} = 0$; 当 $0 < \beta_{2P} < \beta_{2P0}$ 时, 黏性边界对入射 P 波欠吸收, 导致 $1 < (M_{out}/M_{input}) < 2$, 此时需要提高 β_{2P} 的值来减小 M_{out} , 可以通过将 β_{2P} 乘上 (M_{out}/M_{input}) 来实现 β_{2P} 提高; 当 $\beta_{2P} > \beta_{2P0}$ 时, 黏性边界对入射 P 波过吸收, 导致 $0 < (M_{out}/M_{input}) < 1$, 此时需要折减 β_{2P} 值来增大 M_{out} , 可以通过将 $\beta_{2P} \times (M_{out}/M_{input})$ 来实现 β_{2P} 折减。因此, 无需事先知道最优值 β_{2P0} , 可以通过将原 β_{2P} 不断乘上 (M_{out}/M_{input}) 来进行连续迭代计算, 逐渐逼近最优值 β_{2P0} , 此法可称为比值迭代法, 具体实施流程见图 5, 图中 ε 为迭代终止条件。

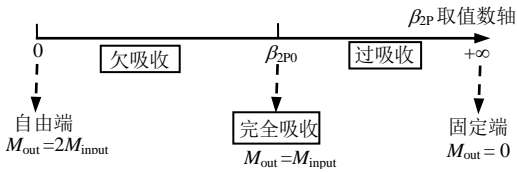


图 4 黏性吸收边界微调系数 β_{2P} 取值范围

Fig.4 Range of calibration factor β_{2P} for viscous boundary

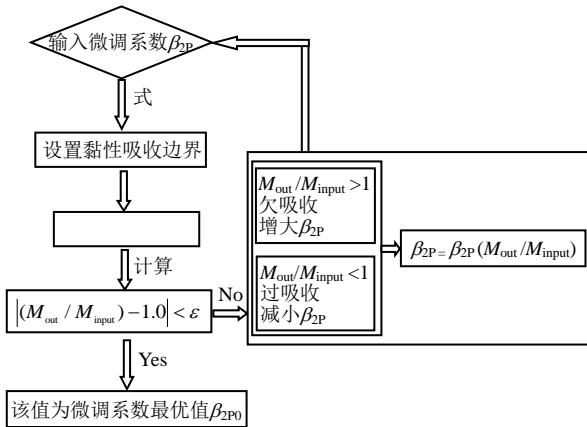


图 5 比值迭代法确定黏性边界微调系数 β_{2P} 取优值 (ε 为迭代终止条件)

Fig.5 Ratio-iterative method for determining the optimum value of calibration factor β_{2P} for viscous boundary

现分别取 β_{2P} 初值为 0.5、2.0, 采用图 5 所示流程对 β_{2P} 进行优化。图 6 为右侧黏性边界上监测点 P5 的振动速度峰值 M_{out} 随迭代次数变化。图 7 为 β_{2P} 初值为 0.5 时, 不同迭代阶段右侧黏性边界上监测点 P4 的振动速度时程。图 8 为 β_{2P} 初值为 2.0 时, 不同迭代阶段右侧黏性边界上监测点 P4 的振动速

度时程。

由图 6 可知, 当 β_{2P} 的初值为 0.5 时, 监测点 P5 振动速度峰值 $M_{out} >$ 输入波振动速度峰值 M_{input} , 说明 β_{2P} 最优值大于 0.5, 处于欠吸收状态, 该初值需要乘上 (M_{out}/M_{input}) 来进行增大。由图 6 可看出, 随着迭代次数的增加, P5 振动速度峰值 M_{out} 不断减小, 且逐渐向 M_{input} 收敛, 经过 10 次迭代后, 满足迭代终止条件 $\varepsilon = 0.001$ 。由图 7 可看出, 迭代次数为 1 次时, 由于右侧黏性边界对入射 P 波脉冲吸收效果差, 入射 P 波脉冲在右侧边界产生部分反射, 导致 P4 振动速度时程存在明显的二次峰值现象, 迭代次数越大, 二次峰值现象越弱, 当迭代次数为 11 次时, 二次峰值现象几乎消失, 说明此时右侧黏性边界可对入射 P 波脉冲进行完全吸收; 对于 β_{2P} 初值为 2.0 的情况, 可得到与 β_{2P} 初值为 0.5 类似结论, 只不过此时处于过吸收状态, 监测点 P5 振动速度峰值 $M_{out} <$ 输入波振动速度峰值 M_{input} , 随着迭代次数的增加, P5 振动速度峰值 M_{out} 从下向上且逐渐收敛于 M_{input} , 不同迭代次数下监测点 P4 振动速度时程 (见图 8) 也存在明显二次峰值现象, 迭代次数越大, 二次峰值现象越弱, 当迭代次数为 11 时, 二次峰值现象几乎消失, 说明此时右侧黏性边界可对入射 P 波脉冲进行完全吸收。

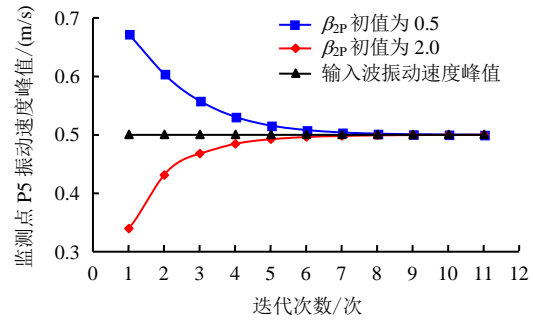


图 6 β_{2P} 取不同初值条件下, 右侧黏性边界监测点 P5 振动速度峰值随迭代次数变化

Fig.6 Variation of velocity peak value of P5 on right viscous boundary with the number of iteration

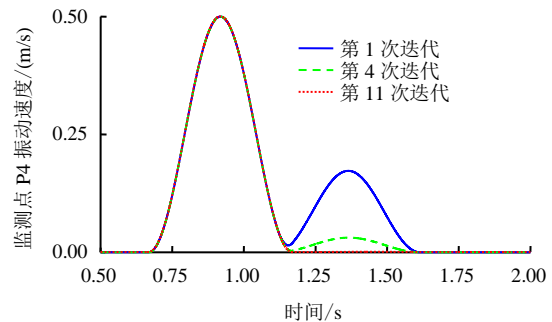


图 7 β_{2P} 取 0.5 初值条件下, 监测点 P4 振动速度时程
Fig.7 Velocity history of P4 with β_{2P} of 0.5

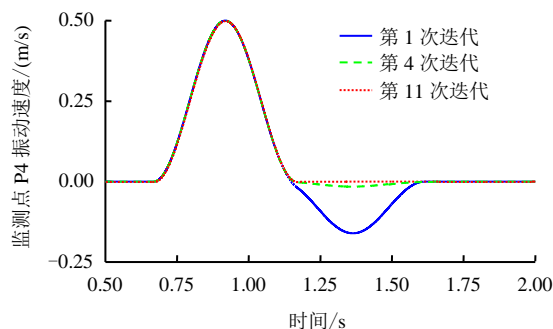


图 8 β_{2p} 取 2.0 初值条件下, 监测点 P4 振动速度时程
Fig.8 Velocity history of P4 with β_{2p} of 2.0

2.3 颗粒集合分布模式对黏性边界的影响

式 (5) 和式 (6) 是针对黏性人工边界上某一个颗粒单元而建立。针对某个颗粒单元, 采用比值迭代法获得 β_{2p} 的最优值是否也适用于该边界上其他颗粒单元黏性边界条件设置呢? 如果适用, 则当该边界上颗粒单元数目很多时, 只需要选取边界上某个颗粒单元进行比值迭代计算, 确定该颗粒单元 β_{2p} 的最优值, 然后将该值用于该边界上每一个颗粒单元黏性人工边界条件设置, 可节约大量计算时间。

2.3.1 数值建模方法

由于要系统探讨颗粒集合分布模式对黏性边界的影响, 因此, 需要选择合适的 PFC 数值模型生成方法, 以快速高效生成不同分布模式的颗粒集合。本文采用 PFC^{2D} 中内置的周期空间 (periodic space) 建模方法^[19]以快速生成各向同性、性质均匀颗粒集合。周期空间建模方法原理及过程如下: 首先, 将要生成 PFC 模型的几何空间划分成若干个小矩形边框; 其次, 选择小矩形边框的尺寸, 在其内部生成密实、胶结、内力平衡的颗粒集合, 将该颗粒集合做为基块 (pbrick), 用于构建大规模复杂模型。一个基块 (见图 9) 由 3 部分组成: 边界控子 (图 9(a)中蓝色颗粒)、边界从子 (图 9(a)中红色颗粒)、内部颗粒 (图 9(a)中黄色颗粒)。最后, 将生成的基块进行复制拼装, 以快速生成各向同性、性质均匀颗粒集合。

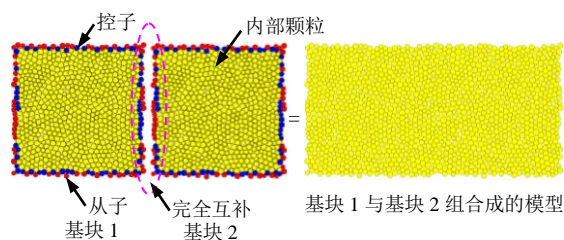


图 9 采用基块 (pbrick) 快速构建各向同性、性质均匀颗粒集合^[19]

Fig.9 Isotropic, homogeneous particle assembly produced by the pbricks method^[19]

本文采用 3 种颗粒分布模式: 等粒径二维矩形规则排列颗粒单元集合 (图 10(a)), 简称模式 Pattern A; 颗粒半径服从均匀分布且随机排列颗粒单元集合 (图 10(b)), 简称模式 Pattern B; 模型内部由颗粒半径服从均匀分布且随机排列的单元组成, 模型边界由等粒径规则排列颗粒单元构成的颗粒集合 (图 10(c)), 简称模式 Pattern C, 该模式在模型外部边界上具有模式 Pattern A 的颗粒半径一致且规则排列的优势, 在模型内部具有模式 Pattern B 颗粒半径服从均匀分布且随机排列的优势, 该类分布模式定义为一致粒径边界模式。模式 Pattern B 的颗粒粒径服从均匀分布, 计算过程保持平均粒径为 0.5 m 不变, 不断改变最大粒径与最小粒径的比值一粒径比 λ , 以研究颗粒集合半径分布对黏性边界影响。模式 Pattern C 内部颗粒的平均粒径为 0.5 m, $\lambda=1.5$, 四周边界颗粒粒径为 0.52 m。3 种颗粒集合分布模式都采用 2.2 节的细观参数, 但是模式 Pattern B 的最小颗粒半径随着 λ 而变。采用这 3 种颗粒分布模式生成图 1 所示计算模型, 模型右侧黏性边界上颗粒分布特征见图 10, 模型内颗粒监测点布置与 2.2 节中一样, 模型局部阻尼系数设置为 0, 颗粒间平行黏结法向强度和切向强度设置为高值, 以防止计算过程中黏结破裂, 在模型左侧施加如式 (12) 所定义的 P 波脉冲, 进行动力时程计算。

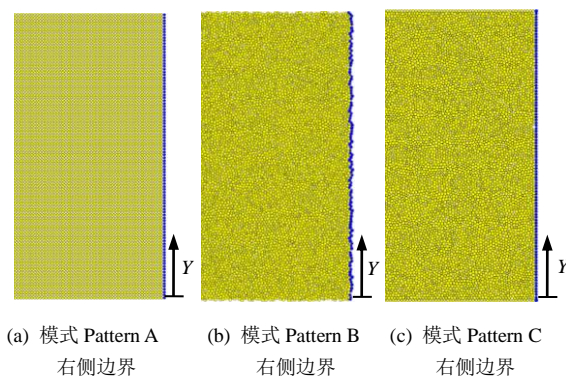


图 10 计算模型右侧边界颗粒单元分布 (蓝色线条)
Fig.10 Distribution of particles on right side of model (the blue line)

2.3.2 边界颗粒单元半径分布和速度分布

图 11 为不同颗粒分布模式下计算模型右侧黏性边界上颗粒单元粒径沿边界分布。由图 11 可见, 模式 Pattern A 与模式 Pattern C 右侧黏性边界上颗粒单元粒径不随颗粒位置变化而变, 各颗粒单元粒径一样; 模式 Pattern B 右侧黏性边界上颗粒单元粒径随颗粒位置变化而变化, 粒径服从均匀分布, 其平均值与模式 Pattern A 的粒径值一样。

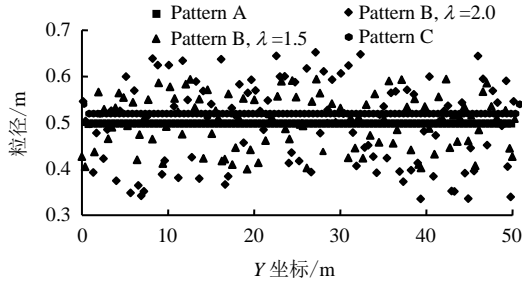


图 11 不同模式下计算模型右侧边界上颗粒单元粒径分布特征

Fig.11 Characteristics of particles radius on right side of model under different modes

图 12 为不同颗粒分布模式下计算模型右侧边界上颗粒单元振动速度峰值沿边界分布。由图 12 可看出, 模式 Pattern A 的各颗粒单元振动速度峰值与输入 P 波脉冲的峰值一样, 模式 Pattern C 的各颗粒单元振动速度峰值比输入 P 波脉冲的峰值要大, 但是其不随颗粒位置变化而变化; 模式 Pattern B 粒径比 $\lambda=1.5$ 的右侧黏性边界上颗粒单元振动速度峰值大于输入 P 波脉冲的峰值, 颗粒位置变动而使其值改变幅度很小; 模式 Pattern B 粒径比 $\lambda=2.0$ 的右侧黏性边界上颗粒单元振动速度峰值大于输入 P 波脉冲的峰值, 颗粒位置变动而使其值改变幅度很小。模式 Pattern C 右侧黏性边界上颗粒单元振动速度峰值 > 模式 Pattern B 粒径比 $\lambda=1.5$ 的右侧黏性边界上颗粒单元振动速度峰值 > 模式 Pattern B 粒径比 $\lambda=2.0$ 的右侧黏性边界上颗粒单元振动速度峰值 > 模式 Pattern A 右侧黏性边界上颗粒单元振动速度峰值。由此可以得, 颗粒分布模式对人工边界上颗粒振动速度的峰值有影响, 同一直线人工边界上各颗粒单元的速度峰值差别很小, 只需要选取该边界上某个颗粒单元进行比值迭代计算, 确定其 β_{2p} 的最优值 β_{2p0} , 然后将该值用于该边界上每一个颗粒单元黏性人工边界条件的设置, 无需对边界上每一个颗粒单元进行比值迭代。

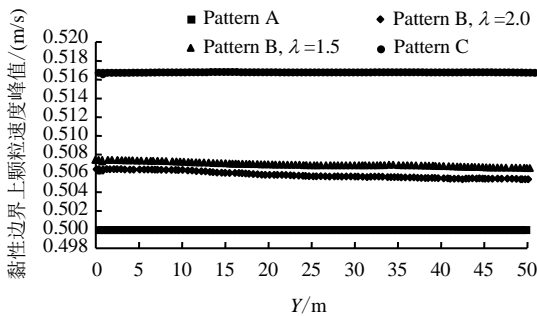


图 12 不同模式下计算模型右侧边界上颗粒单元速度峰值分布特征

Fig.12 Characteristics of velocity peak value on right side of model under different modes

2.3.3 颗粒分布模式对比值迭代法迭代过程影响

颗粒分布模式对确定右侧黏性吸收边界 β_{2p} 最优值的比值迭代过程影响见图 13, 图中各种颗粒分布模式下的 β_{2p} 初始值都取 1.0。由图可看出, 不同颗粒分布模式下右侧黏性吸收边界颗粒单元的振动速度峰值迭代收敛曲线不同, 但收敛趋势一样, 经过 9 次迭代后, 各曲线都收敛于输入 P 波脉冲的峰值 (0.500 m/s)。

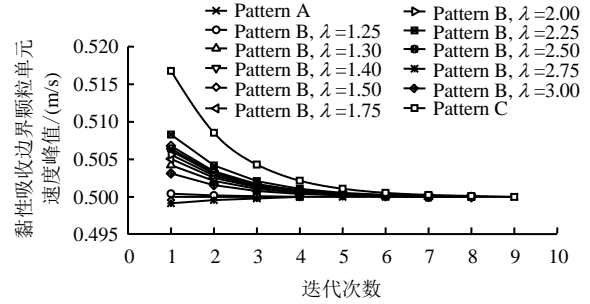


图 13 颗粒分布模式对右侧黏性吸收边界比值迭代过程影响

Fig.13 Influences of particle distribution patterns on ratio-iterative process of right viscous boundary

当黏性边界作为入射波输入边界时, 由式 (6) 可知, 若 $\beta_{2p}=0$, 则入射边界颗粒单元只受到静态平衡力作用, 会一直处于静止状态; 随着 β_{2p} 增大, 入射边界颗粒单元振动速度峰值会越来越大; 存在某一最优值 β_{2p0} 使得此时入射边界颗粒单元振动速度与输入 P 波脉冲时程一致。最优值 β_{2p0} 同样可以采用比值迭代法逐步逼近, 此时需要把 (M_{out}/M_{input}) 换成 (M_{input}/M_{out}) 。

3 黏弹性边界条件研究

黏弹性边界具有能同时模拟散射波辐射和半无限地基的弹性恢复能力的优点, 且能克服黏性边界引起的低频漂移问题, 稳定性好、概念清晰、公式简单, 具有较高的精度和良好的稳定性及鲁棒性。黏弹性人工边界相当于在人工边界的法向和切向上设置一系列由线性弹簧与黏滞阻尼器并联的弹簧-阻尼物理元件, 二维黏弹性边界提供的面力分量为

$$\begin{cases} \sigma = -K_n u_n - C_n v_n \\ \tau = -K_s u_s - C_s v_s \end{cases} \quad (13)$$

式中: K_n 、 K_s 为线性弹簧法向与切向刚度; C_n 、 C_s 为法向与切向阻尼系数。

K_n 、 K_s 、 C_n 、 C_s 可由下面两式计算:

$$\begin{cases} K_n = \alpha_n \frac{E}{2L(1+\nu)} \\ K_s = \alpha_s \frac{E}{2L(1+\nu)} \end{cases} \quad (14)$$

式中: ν 为泊松比; L 为波源到人工边界点的距离。

$$\left. \begin{aligned} C_n &= \rho c_p \\ C_s &= \rho c_s \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中: α_n 、 α_s 为法向与切向黏弹性人工边界系数。

PFC^{2D} 计算模型由圆盘颗粒单元构成, 不存在连续介质应力概念; 人工截断边界由半径大小不一的圆盘颗粒单元构成, 边界面凹凸不平。为了能在人工边界上施加黏弹性边界条件, 必须将连续介质黏弹性边界条件表达式 (13) 进行等效离散, 将应力等效为接触力。在等粒径二维矩形规则排列模式下, 采用式 (2) 可将式 (13) 离散为

$$\left. \begin{aligned} F_n &= -K_n u_n D - C_n v_n D \\ F_s &= -K_s u_s D - C_s v_s D \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式 (16) 只适用于等粒径二维矩形规则排列颗粒单元集合的黏弹性边界设置, 式 (16) 中与速率相关的第 2 项即为黏性边界条件表达式。因此, 根据前述黏性边界条件设置思路, 对于一般颗粒分布模式, 为了保证黏弹性边界对地震波的最佳吸收, 同样需引入微调系数。对于非输入边界, 边界上每一个圆盘颗粒单元所需施加的总力为

$$\left. \begin{aligned} F_n^* &= -F_{eqn} - \beta_{2p} D c_p \rho v_n - K_n D u_n \\ F_s^* &= -F_{eqs} - \beta_{2s} D c_s \rho v_s - K_s D u_s \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

对于输入边界, 采用波场分解法和等效节点力法可得边界上每一个圆盘颗粒单元所需施加的总力为

$$\left. \begin{aligned} F_n^* &= -F_{eqn} - \beta_{2p} D c_p \rho v_n - K_n D u_n + 2\beta_{2p} D c_p \rho v_{ni} + K_n D u_{ni} \\ F_s^* &= -F_{eqs} - \beta_{2s} D c_s \rho v_s - K_s D u_s + 2\beta_{2s} D c_s \rho v_{si} + K_s D u_{si} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式中: u_{ni} 为在入射边界所施加入射波的法向位移时程; u_{si} 为在入射边界所施加入射波的切向位移时程。

3.1 外源波动算例

为了验证所提出黏弹性边界条件设置方法的正确性, 建立了如图 1 所示类似的 1 000 m×50 m (长×宽) 的长杆状数值计算模型, 模型左侧采用黏性边界做为输入边界, 模型右侧采用黏弹性吸收边界, 所有颗粒单元 Y 向位移进行固定约束, 模型颗粒单元半径服从均匀分布且随机排列, $\lambda=1.5$, 颗粒集合细观参数与 2.2 节一样, 在模型左侧输入沿 X 正向传播的简谐 P 波脉冲, 其表达式见式 (12)。理论上, 式 (14) 中颗粒集合的弹性模量 E 、泊松比 ν 需要通过双轴数值试验来获得, 实际上为了简化

计算, 可将颗粒集合弹性模量 E 取为接触弹性模量 E_c , 泊松比 ν 设置为 0, 由此引起的偏差可以通过选取合适的黏弹性人工边界系数 α_n 来进行修正, 本算例属于一维波动问题, 通过研究发现 $\alpha_n=2.5$ 时, 黏弹性边界的位移恢复性能就很好, 式 (14) 中 L 取左侧入射边界到右侧黏弹性边界距离 1 000 m。

图 14 为各监测点位移时程。由图可知, 入射 P 波依次到达各监测点, 由于各监测点间距相等, 则各监测点开始振动的时间间隔相同; 各监测点位移的位移最大值与理论计算结果一致, 说明左侧黏性边界设置正确; 各监测点的永久位移为 0, 说明右侧黏弹性边界设置正确。

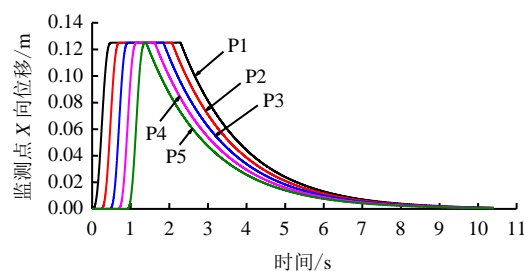


图 14 各监测点 X 向位移时程

Fig.14 Displacement histories at each monitoring point

3.2 Lamb 问题算例

考虑经典二维 Lamb 问题^[11]: 均匀、各向同性半空间, 在地表受竖向集中垂直荷载 $F(t)$ 作用下的弹性地基变形问题。由于待研究问题具有对称性, 截取 100 m×100 m 的一半有限区域进行计算, 见图 15。同时以 500 m×500 m 有限区域的固定边界模型的解作为扩展解。地表集中荷载作用于 PFC 模型的地表中心处 (左上角处), 在距集中荷载作用点 10 m 处设置一位移监测点。输入集中荷载为一单脉冲波荷载, $F(t) = P_0 f(t)$, 其中 $P_0=450$ kN, $f(t)$ 的表达式为

$$f(t) = 16 \left[G\left(\frac{t}{T_0}\right) - 4G\left(\frac{t}{T_0} - \frac{1}{4}\right) + 6G\left(\frac{t}{T_0} - \frac{1}{2}\right) - 4G\left(\frac{t}{T_0} - \frac{3}{4}\right) + G\left(\frac{t}{T_0} - 1\right) \right] \quad (19)$$

式中: $G(x) = (x)^3 H(x)$, $H(x)$ 为 Heaviside 阶梯函数; T_0 为集中荷载持续时间, 取 0.5 s。

图 15 中颗粒单元采用等粒径且矩形排列分布模式。为了保证扩展解的可靠性, 进行扩展解计算时, 需要将模型边界设置的足够远, 以防止边界反射波对监测点的干扰, 由于模型尺寸为 500 m×

500 m, 因此, 将 P 波波速设置为 300 m/s, 采用式 (11) 及 P 波波速值可反算出颗粒接触弹性模量 E_c 、 \bar{E}_c , 其他细观参数与 2.2 节一样。

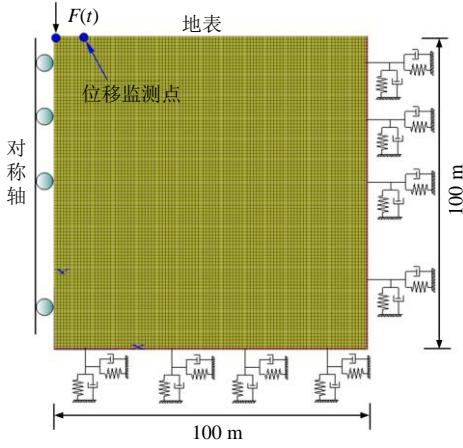


图 15 二维 Lamb 问题颗粒离散单元模型
Fig.15 DEM model of 2D Lamb problem

图 16 为不同边界条件下监测点竖向位移时程。由图可看出, 黏性边界存在明显的永久位移, 黏弹性边界永久位移很小, 黏弹性边界与扩展解吻合较好, 说明黏弹性人工边界可以较好地反映无限地基的弹性恢复性能。

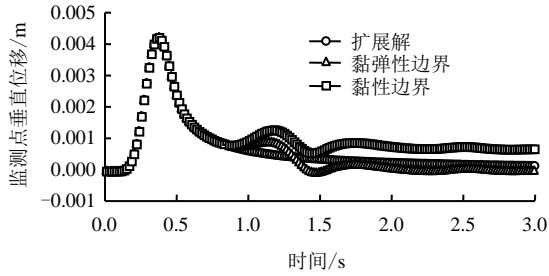


图 16 监测点竖向位移时程
Fig.16 Displacement histories of monitoring point

4 自由场边界条件研究

4.1 自由场边界设置方法

地震动力计算属于外源波动问题, 地震波一般从模型底部边界垂直向上输入, 此时模型两侧边界外的地基无限域存在自由场运动, 为了真实反映地震波在模型左右两侧人工边界附近的传播规律, 需要在黏性边界或黏弹性边界的基础上, 强制模型左右两侧人工边界产生自由场运动。采用自由场边界时, 主网格侧边界上的面力由黏壶提供的黏性力和自由场土柱自由场运动提供的面力组成。边界上的

法向面力 f_x 和切向面力 f_y 计算如下

$$\left. \begin{aligned} f_x &= -\rho c_p (v_x^m - v_x^{ff}) + l_x \sigma_x^{ff} \\ f_y &= -\rho c_s (v_y^m - v_y^{ff}) + l_x \tau_{xy}^{ff} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中: f_x 、 f_y 为主网格两侧网格点所需施加的 X、Y 方向外力; v_x^m 、 v_y^m 为主网格网格点 X、Y 向速度; v_x^{ff} 、 v_y^{ff} 为自由场网格点 X、Y 向速度; σ_x^{ff} 为自由场土柱侧边 X 向正应力; τ_{xy}^{ff} 为自由场土柱侧边剪应力; 当边界外法向与 X 轴正方向一致时, $l_x = 1$; 当边界外法向与 X 轴负方向一致时, $l_x = -1$; PFC^{2D} 计算模型由圆盘颗粒单元构成, 不存在连续介质应力概念; 为了能在人工边界上施加自由场边界条件, 必须将连续介质自由场边界条件表达式 (20) 进行等效离散, 将应力等效为接触力。考虑到动力计算一般在初始地应力场静力计算阶段之后, 边界上每一个圆盘颗粒单元所需施加的总力为

$$\left. \begin{aligned} F_x^* &= -F_{eqx} - \beta_{2p} \rho c_p D(v_x^m - v_x^{ff}) + F_x^{ff} \\ F_y^* &= -F_{eqy} - \beta_{2s} \rho c_s D(v_y^m - v_y^{ff}) + F_y^{ff} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中: F_x^* 、 F_y^* 为给每个边界圆盘单元施加的 X (法)、Y (切) 向外力总和; F_{eqx} 、 F_{eqy} 为去掉位移约束后每个边界圆盘单元所受到 X 向、Y 向不平衡力; F_x^{ff} 、 F_y^{ff} 为两侧土柱单元节点由于自由场波动而提供给主网格节点的 X、Y 向外力。

4.2 算例：隧洞

建立如图 17 所示的自由场边界隧洞计算模型, 模型底边宽为 300 m、高为 300 m, 圆形隧洞半径为 20 m, 在模型底部垂直入射如式 (12) 所表达的 SV 波, 在左边墙中心、拱顶分别布设水平速率监测点 P1、P2。整个模型采用 2.3.1 节所述建模方法生成隧洞两侧自由场土柱同样由基块拼接而成, 土柱和主网格之间采用黏性边界条件, 采用比值迭代法分别获得左、右、底 3 条人工边界上微调系数 β_{2p} 、 β_{2s} 的最优值, 以保证波的最佳吸收。通过计算发现基块颗粒分布采用模式 Pattern C (见图 10(c)) 可以很好实现自由场边界的设置; 基块颗粒最小半径为 0.4 m, $\lambda=1.5$, 其他细观参数与 2.2 节一样。为了对计算结果进行验证, 同时采用 FLAC 建立同样的弹性模型, 弹性模量直接采用 PFC 模型接触模量 E_c , 为了简化, 将泊松比设置为 0。

图 18 为监测点 P1、P2 水平速率时程, 由图可见, PFC 计算结果与 FLAC 计算结果吻合较好, 说明了本文提出的颗粒离散单元法自由场边界设置方法的正确性。

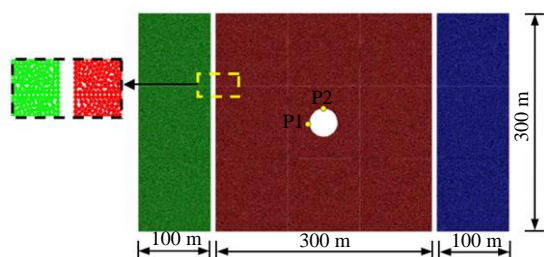


图 17 隧洞计算模型

Fig.17 DEM model for free-field tunnel

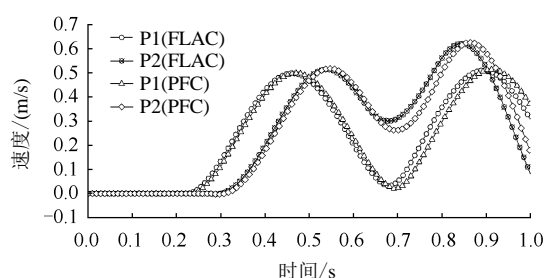


图 18 算例各监测点速度

Fig.18 Velocity histories of two monitoring points

5 结 论

(1) 在连续介质黏性吸收边界条件表达式基础之上, 推导出适用于离散介质的等效方程, 并引入微调系数。针对黏性吸收边界和黏性输入边界提出比值迭代法以快速确定黏性边界微调系数最优值。研究了颗粒分布模式对颗粒离散单元计算模型人工边界上颗粒单元半径、速度及比值迭代法迭代过程的影响。不同颗粒分布模式下人工边界上颗粒振动速度的峰值不同, 同一分布颗粒模式、同一线形人工边界上各颗粒单元的速度峰值差别很小, 只需要选取该边界上某个颗粒单元进行比值迭代计算, 确定其微调系数最优值, 然后可将该值用于该边界上每一个颗粒单元黏性人工边界条件的设置。

(2) 提出了颗粒离散单元计算模型黏弹性人工边界设置方法, 采用一维外源波动算例和经典二维 Lamb 问题算例验证了所提方法的正确性。采用黏弹性边界后, 在消除边界反射波的同时, 可以很好反映介质的弹性恢复能力。

(3) 为了考虑外源波动计算时模型两侧边界外地基无限域的自由场运动, 提出了颗粒离散单元计算模型自由场人工边界设置方法, 采用地下洞室算例进行了验证, 将 PFC 计算结果与 FLAC 计算结果进行了对比。

文中采用的输入波为频率为 2 Hz 的简谐波, 实际地震动的频率成分复杂, 主要频率一般位于 0~

10 Hz 段内, 笔者下一步将探讨提出的颗粒离散单元法黏性、黏弹性、自由场边界对实际地震动的吸收效率。

参 考 文 献

- [1] 廖振鹏. 工程波动理论导论[M]. 北京: 科学出版社, 2002: 141—143.
LIAO Zhen-peng. Introduction to engineering wave theory[M]. Beijing: Science Press, 2002: 141—143.
- [2] BESKOS D E. Boundary element methods in dynamic analysis[J]. *Applied Mechanics Reviews*, 1987, 40(1): 1—23.
- [3] KAUSEL E, ROESSET J M. Dynamic stiffness of circular foundations[J]. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1975, 101(6): 771—785.
- [4] LEE V W, TRIFUNAC M D. Response of tunnels to incident SH-waves[J]. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1979, 105(4): 643—659.
- [5] 赵密. 近场波动有限元模拟的应力型时域人工边界条件及其应用[D]. 北京: 北京工业大学, 2009.
ZHAO Mi. Stress-type time-domain artificial boundary condition for finite element simulation of near-field wave motion and its engineering application[D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2009.
- [6] ALTERMAN Z, KARAL F C. Propagation of elastic waves in layered media by finite difference methods[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1968, 58(1): 367—398.
- [7] ENGQUIST B, MAJDA A. Absorbing boundary conditions for numerical simulation of waves[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 1977, 74(5): 1765—1766.
- [8] BAYLISS A, GUNZBURGER M, TURKEL E. Boundary conditions for the numerical solution of elliptic equations in exterior regions[J]. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 1982, 42(2): 430—451.
- [9] LYSMER J. Finite dynamic model for infinite media[J]. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1969, 95(4): 859—878.
- [10] DEEKS A J, RANDOLPH M F. Axisymmetric time-domain transmitting boundaries[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1994, 120(1): 25—42.