

偏心荷载下溶洞顶板冲切破坏上限分析

尹君凡^{1,2}, 雷 勇¹, 陈秋南¹, 刘一新¹, 邓加政¹

(1. 湖南科技大学 岩土工程稳定控制与健康监测湖南省重点实验室, 湖南 湘潭 411201; 2. 重庆市市政设计研究院, 重庆 400020)

摘 要: 针对冲切破坏模式下溶洞顶板极限承载力问题, 进行了不同顶板厚度以及不同荷载偏心距下溶洞顶板极限承载力室内试验研究, 依据试验结果将偏心荷载作用下的溶洞冲切破坏假定为轴对称问题, 引入 Griffith 强度准则, 基于极限分析上限法, 提出了一种适用于轴对称和偏心荷载作用下溶洞顶底板极限承载力的计算方法, 并给出了能发生冲切破坏范围的估算方法。试验结果表明: 在同一偏心距下, 随着顶板厚度的增加, 在达到基岩极限承载力之前, 顶板极限承载力呈线性增长; 当顶板厚度一定时, 顶板极限承载力随着偏心距的增加呈非线性增长, 偏心距 e 在能发生冲切破坏的范围之外时趋于平缓, 并逐渐达到基岩极限承载力; 理论计算结果与试验结果吻合较好。

关 键 词: 岩溶区; 极限分析法; 极限承载力; 破坏模式; 试验研究

中图分类号: TU 473

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2018)08-2837-07

Upper bound analysis of the punching shear failure of cave roof in karst area

YIN Jun-fan^{1,2}, LEI Yong¹, CHEN Qiu-nan¹, LIU Yi-xin¹, DENG Jia-zheng¹

(1. Hunan Provincial Key Laboratory of Geotechnical Engineering for Stability Control and Health Monitoring,

Hunan University of Science and Technology, Xiangtan, Hunan 411201, China;

2. Chongqing Municipal Research Institute of Design, Chongqing 400020, China)

Abstract: Under the punching shear failure mode, the experiments were conducted on the karst cave roof to study the bearing capacity under different roof thicknesses and load eccentricities in the laboratory. The failure mode of karst cave under eccentric loading was assumed to be axisymmetric according to the experimental results. Based on the upper bound limit analysis method and Griffith strength criterion, a new method was proposed for calculating the ultimate bearing capacity of karst cave roof both under axial symmetrical and eccentric loading. Besides, a method was given for estimating the range of the punching failure area. The experimental results show that at the same eccentric distance, the ultimate bearing capacity of the roof increases linearly with the increase of the roof thickness before reaching the ultimate bearing capacity of the bedrock. When the roof thickness is constant, the ultimate bearing capacity increases nonlinearly with the increase of eccentricity. In addition, the eccentricity e tends to be gentle and reaches the ultimate bearing capacity of the bedrock at the outside the range of punching shear failure. The theoretical calculation results are in good agreement with the experimental results.

Keywords: karst area; limit analysis method; ultimate bearing capacity; failure mode; experimental study

1 引 言

大量的研究表明, 溶洞顶板的破坏模式主要是冲切破坏^[1]。赵明华等^[2-4]在极限平衡法的基础上, 进行了大量关于岩溶地区溶洞顶板承载力问题计算方法的研究。刘辉等^[5]基于极限分析上限法, 针对空洞上方浅基础地基承载力问题, 分析了空洞大小

和顶板厚度对顶板破坏模式和承载力的影响。赵明华^[6]、雷勇^[7-8]等基于极限分析上限法, 假定溶洞顶板为一固支的刚性底板, 冲切体是母线为未知曲线的旋转体, 利用变分法以及求偏导的方法, 分别得出了以 Griffith 和 Hoek-Brown 强度准则为破坏判据的溶洞顶板冲切体的母线形式以及相应的极限承载力。但其研究只针对轴对称荷载作用下的溶洞顶板。

收稿日期: 2016-12-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 51208195, No. 41372303); 岩土工程稳定控制与健康监测湖南省重点实验室开放基金资助 (No. E21618)。This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51208195, 41372303) and the Open Fund of Stability Control and Health Monitoring of Geotechnical Engineering of Key Laboratory of Hunan Province (E21618).

第一作者简介: 尹君凡, 男, 1992 年生, 硕士, 主要从事地下结构工程方面的研究工作。E-mail: leiyonghnu@163.com

对于偏心荷载作用下的球形溶洞顶板极限承载力问题,目前仅有一些数值模拟和室内模型试验方面的研究。Waltham 等^[9]针对诺丁汉的若干人工洞穴承载力问题,基于模型试验和 FLAC 数值模拟,研究了偏心荷载作用对洞穴顶板承载力的影响,并得到了最不利荷载位置。2010 年王华牢等^[10]针对下覆溶洞的嵌岩单桩承载力的问题,采用三维有限元数值模拟法分析了偏心荷载对承载力的影响。张慧乐等^[11-12]在溶洞桩基的室内模型试验的基础上,研究了桩底存在球形或椭圆形溶洞时,溶洞偏移位置对承载力和破坏模式的影响。目前偏心荷载作用下溶洞顶板极限承载力的理论计算方法鲜见报道。

本文进行了轴对称及偏心圆形分布荷载作用下溶洞顶板极限承载力的模型试验研究,针对不同的顶板厚度以及不同的偏心距,得到了各加载点破坏冲切体以及相应的极限承载力。并基于极限分析上限法,以试验结果为依据,将冲切破坏简化成轴对称问题,引入 Griffith 强度准则,推导出偏心荷载作用下溶洞顶板极限承载力计算方法,并估算出冲切破坏范围。

2 模型试验

2.1 试验方案

为得到偏心荷载作用下的破坏模式,进行了下伏溶洞的顶板极限承载力试验。本试验使用门式框架作为反力装置,其由反力梁、立柱和底座组成,将模型箱置于底座之上,加载时整体为自平衡系统,如图 1 所示。溶洞采用石膏、水泥、砂以及黏土以一定配合比进行模拟,砂浆试块的单轴抗压强度经试验测得为 2.97 MPa,摩擦角 $\varphi = 30^\circ$,抗拉强度为 0.25 MPa。

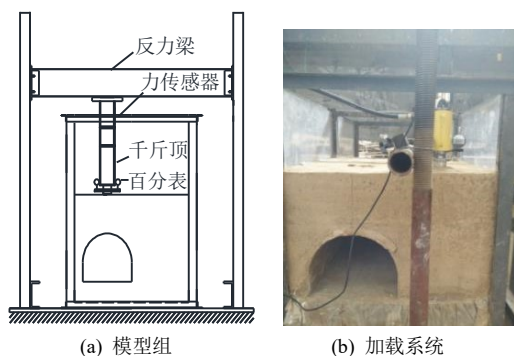


图 1 模型箱及加载系统

Fig.1 The model box and loading system

溶洞的直径 $l = 33$ cm, 模型箱宽 80 cm, 长 160 cm, 圆形荷载板的直径 $D = 5.75$ cm, 根据溶洞

顶板厚度的不同,分别以顶板厚度 $h = 1D$ 、 $2D$ 、 $3D$ 、 $4D$,做了 4 组试验,每一组按偏心距 $e = 0.00$ 、 $0.25l$ 、 $0.50l$ 、 $0.75l$ 、 $1.00l$ 设加载点。图 2 为加载点布置图,其中加载点编号“A-B”表示第 A 组第 B 个加载点。

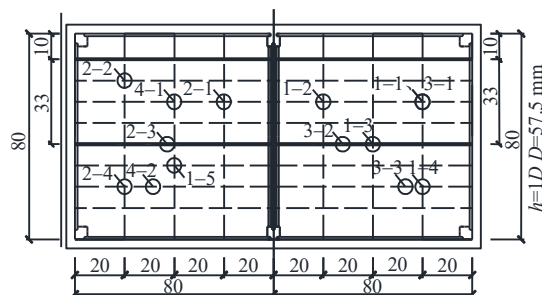


图 2 荷载试验加载点位图 (单位: cm)

Fig.2 Diagram of points in loading test (unit: cm)

2.2 试验结果

试验共有 8 个加载点发生了冲切破坏,并成功将冲切体取出,具体的冲切体大样图见图 3~5,另外在顶板厚度为 $4D$,偏心距 $e = 0$ 时的洞顶处(加载点 4-1),发生了不完全的冲切破坏,如图 6 所示,未能取出冲切体。

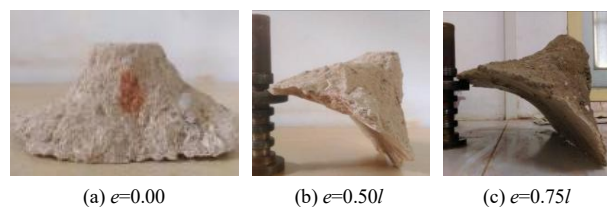


图 3 $h=1D$ 时破坏冲切体

Fig.3 The failure mode when $h=1D$

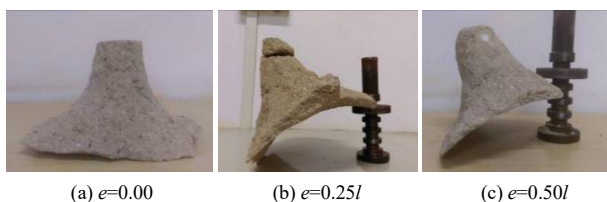


图 4 $h=2D$ 时不同加载点冲切体大样图

Fig.4 The punching detail drawing of different points when $h=2D$

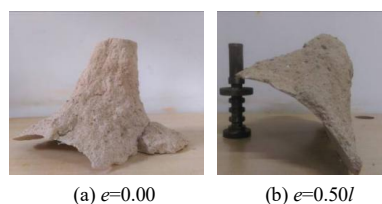


图 5 $h=3D$ 时不同加载点冲切体大样图

Fig.5 The punching detail drawing of different points when $h=3D$



(a) 边缘裂缝 (b) 洞顶破坏

图 6 $h=4D$ 时破坏现象

Fig.6 The damage phenomenon when $h=4D$

顶板的各加载点极限承载力以发生冲切破坏或沉降达到 16 mm 为判断准则确定。表 1 为不同顶板厚度及偏心距下各加载点极限承载力的值。

表 1 不同顶板厚度、偏心距下的顶板极限承载力 (单位: kN)

Table 1 Bearing capacity of the roof at different h and e (unit: kN)

顶板厚度 h	不同偏心距正反极限承载力			
	0.00	0.25 l	0.50 l	1.00 l
1 D	10		27	77
2 D	28	32	44	75
3 D	40		60	72
4 D	66			77

3 极限承载力计算方法

3.1 基本假定

由模型试验结果可以发现, 轴对称处的冲切体是轴对称的, 偏心位置的冲切体, 除去顶端整体也基本是轴对称的, 因此, 将破坏模式假定为如图 7 所示的对称模式。

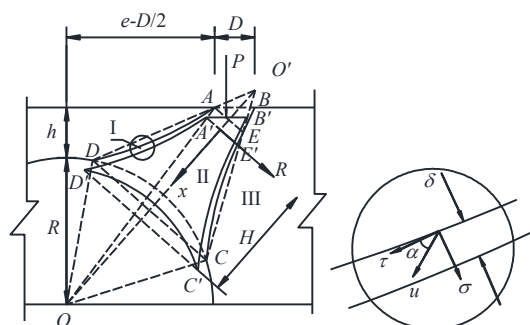


图 7 顶板冲切破坏模式

Fig.7 Failure mode of the roof

图中冲切体为 $A'B'C'D'$ 部分, 除去 $A'B'E'$ 部分, 冲切体为一对称的旋转体, 其母线是一条未知曲线, e 为偏心距, $D=AB$ 表示圆形荷载板的直径, $D_1=DC$ 为冲切体底面直径, h 为顶板厚度, R 为溶洞半径, H 为冲切体的高, u 为冲切体位移方向, δ 为塑性区的厚度。

为了使计算简便且严谨可行, 作如下假定:

(1) 溶洞为球形溶洞。

(2) 不考虑 $A'B'E'$ 提供的承载力 (偏于保守), 除去 $A'B'E'$ 冲切体为一轴对称旋转体, 且其母线是一条未知曲线。

(3) 假定 $D'=D$, 其中 D' 为 AE 的长度。

(4) 土体为理想刚塑性材料, 顶板基岩完整且服从 Griffith 强度准则, 如图 8 所示。当处于极限状态时, 沿破坏面出现厚度为 δ 的塑性区 I, 其余部分为刚性区(II、III), 如图 7 所示。

(5) 在 (τ, σ) 平面内, 应力、应变所对应轴重合, 且服从相关联流动法则。

(6) 冲切体位移方向沿 $O'O$, 不发生转动。

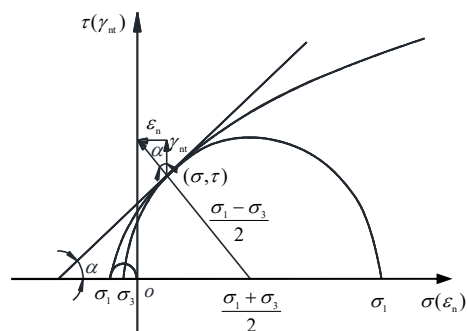


图 8 Griffith 强度准则剪应力 (应变) 形式

Fig.8 The shear stress(strain) form of Griffith strength criterion

3.2 上限分析

3.2.1 基于 Griffith 强度准则的极限承载力求解
服从 Griffith 强度准则的材料的塑性势为

$$f = \tau - 2\sqrt{\sigma_t(\sigma + \sigma_t)} \quad (1)$$

塑性应变率根据相关联流动法则表示为

$$\dot{\epsilon}_n = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} = -\lambda \frac{\sigma_t}{\sqrt{\sigma_t(\sigma + \sigma_t)}} \quad (2)$$

$$\dot{\gamma}_n = \lambda \frac{\partial f}{\partial \tau} = \lambda \quad (3)$$

式中: $\lambda > 0$ 为比例系数。

由图 7 可知, 可将塑性区任一点的应变率和运动速率关系表示^[6]为

$$\dot{\epsilon}_n = \frac{\dot{u}}{\delta} \sin \alpha \quad (4)$$

$$\dot{\gamma}_n = \frac{\dot{u} \cos \alpha}{\delta} \quad (5)$$

将式 (1)~(5) 联立求解, 得到应力的表达式:

$$\sigma = \sigma_t (\cot^2 \alpha - 1) \quad (6)$$

$$\tau = 2\sigma_1 \cot \alpha \quad (7)$$

外力做功率与塑性区耗散功率相等, 即

$$\dot{W}_e = \dot{W}_i \quad (8)$$

不考虑冲切体自重, 外力做功率为

$$\dot{W}_e = P \dot{u} \cos \theta \quad (9)$$

式中: P 为作用在顶板基岩上的外部荷载; $\theta = \angle BAE$ 。

塑性区耗散功率为

$$\dot{W}_i = \int_A d\dot{W}_i \quad (10)$$

式中: $d\dot{W}_i$ 为塑性区单位面积上的内能耗散率, 其表达式为

$$d\dot{W}_i = \delta(\sigma_n \dot{\epsilon}_n + \tau \dot{\epsilon}_s) dA = u(\sigma \sin \alpha + \tau \cos \alpha) dA \quad (11)$$

由图 7 中 R - x 坐标系下冲切体的几何关系可知:

$$dA = \frac{2\pi r(x)}{\cos \alpha} dx \quad (12)$$

$$\tan \alpha = \frac{dr}{dx} = r' \quad (13)$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+(r')^2}} \quad (14)$$

$$\sin \alpha = \frac{r'}{\sqrt{1+(r')^2}} \quad (15)$$

将式 (13) 代入式 (12) 有

$$dA = 2\pi r(x) \sqrt{1+(r')^2} dx \quad (16)$$

联立式 (8) ~ (11) 及式 (14) 可得

$$P = \frac{2\pi\sigma_1}{\cos \theta} \int_0^h \left(\frac{3}{r'} - r' \right) r dx \quad (17)$$

3.2.2 破坏模式 r 的求解

由变分原理求 P 的极小值, 令:

$$F(r, r') = \left(\frac{3}{r'} - r' \right) r \quad (18)$$

欧拉方程:

$$F - r'F_{r'} = c \quad (19)$$

将式 (16) 代入式 (17) 求解可得母线方程为

$$r(x) = c_2 e^{c_1 x} \quad (20)$$

式中: c_1 、 c_2 为待定参数; e 为自然底数, 由假定

(3) 可知 $D' = D$, 因此, 有边界条件 $r(0) = D/2$, $r(H) = D_1/2$, 将其代入式 (20), 求得母线方程为

$$r(x) = \frac{D}{2} \left(\frac{D_1}{D} \right)^{x/H} \quad (21)$$

再将式 (21) 代入式 (17), 得到溶洞顶板的极限承载力为

$$P = \frac{2\pi\sigma_1}{\cos \theta} \left(\frac{D_1^2 - D^2}{8} + \frac{H^2}{\ln(D_1/D)} \right) \quad (22)$$

式中: 有 3 个未知量分别为锥体顶面 $A'E'$ 与溶洞顶板面 $A'B'$ 的夹角 θ 、锥体底面直径 D_1 、锥体高度 H 。又因为 H 由 e 、 R 、 D' 、 D_1 、 D 、 h 以及 θ 确定, 即 H 是关于 $(D_1, D, D', e, h, R, \theta)$ 的函数, 因此实际未知量只有 θ 和 D_1 两个。

3.2.3 冲切体高 H 的求解

如图 7 所示将 $\angle ODA$ 与 $\angle DAO$ 用 $\angle ADC$ 表示, 在 $\triangle ODA$ 中利用正弦定理, 求出 $\angle ADC$, 然后由式 (23) 求出 H 。

$$H = \left(\frac{D_1 - D}{2} \right) \tan \angle ADC \quad (23)$$

在 $\triangle ODC$ 中, 由余弦定理有

$$R^2 = R^2 + D_1^2 - 2RD_1 \cos \angle ODC \quad (24)$$

在 $\triangle ODA$ 中有

$$\angle DAO = \arctan \frac{h+R}{e-D/2} - (\angle ADC - \theta) \quad (25)$$

在 $\triangle ODA$ 中由正弦定理有

$$\frac{OD}{\sin \angle DAO} = \frac{OA}{\sin \angle ODA} \quad (26)$$

其中:

$$OD = R \quad (27)$$

$$OA = \sqrt{(e-D/2)^2 + (h+R)^2} \quad (28)$$

$$\angle ODA = \angle ODC + \angle ADC \quad (29)$$

联立式 (23) ~ (29) 解得

$$H = \left(\frac{D_1 - D}{2} \right) \tan \angle ADC = (D_1 - D) \cdot \frac{[(e-D/2)\cos\theta - (h+R)\sin\theta + D_1/2]}{2(h+R)\cos\theta + (2e-D)\sin\theta - \sqrt{4R^2 - D_1^2}} \quad (30)$$

因此, 将式 (30) 代入式 (22) 就得到极限承载力计算公式, 其中未知量有 θ 和 D_1 两个, 然后令:

$$\partial P / \partial \theta = 0 \quad (31)$$

$$\partial P / \partial D_1 = 0 \quad (32)$$

即可求出相应的 θ 和 D_1 的值, 将其值代入式 (30) 和式 (22) 就得到 P 的极小值, 也即极限承载力的上限解。

3.2.4 简化计算

式 (30) 的表达过于复杂繁琐, 为简化计算, 将 H 近似取为图中 MN 的长度 (M 为 AB 的中点, N 为 OM 与球面 DC 的交点) 如图 9 所示。

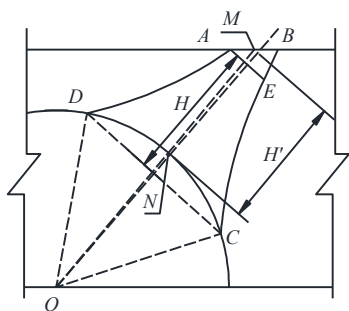


图 9 冲切体近似高度 H' 示意图

Fig.9 Approximate height H' of the punching body

则 θ 相应地近似取为 $\angle AMO$ 的余角, 即

$$H \approx H' = MN = OM - R = \sqrt{e^2 + (h + R)^2} - R \quad (33)$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{h + R}{e} \quad (34)$$

将式 (33)、(34) 代入式 (22) 有

$$P = \frac{2\pi\sigma_t \sqrt{e^2 + (h + R)^2}}{h + R}.$$

$$\left\{ \frac{D_1^2 - D^2}{8} + \frac{\left[\sqrt{e^2 + (h + R)^2} - R \right]^2}{\ln(D_1 / D)} \right\} \quad (35)$$

式 (35) 中只有 D_1 一个未知量。因此, 为了得到顶板极限承载力, 只要将式 (35) 代入式 (32) 求出 D_1 的值, 再将 D_1 的值以及已知量 h 、 e 、 D 、 R 、 σ_t 的值代入式 (35) 便得到了极限承载力的上限解。

特别的, 当取 $e = 0$ 时, 式 (35) 变为

$$P = 2\pi\sigma_t \left(\frac{D_1^2 - D^2}{8} + \frac{h^2}{\ln(D_1 / D)} \right) \quad (36)$$

3.3 冲切范围估算

由本文假定可知, 偏心加载点处若能发生冲切

破坏, 其破坏模式是对称的 (忽略顶部 $A'B'E'$ 的影响), 且冲切体位移方向指向圆心 O , 不发生转动, 因此, 当顶板厚度为 h 时, 如图 10 所示, 若轴对称加载点处能发生冲切破坏, 则相同顶板径向厚度的偏心加载点处, 只要竖向外部荷载 P 在径向的分力达到一定的值, 该处就能发生冲切破坏。

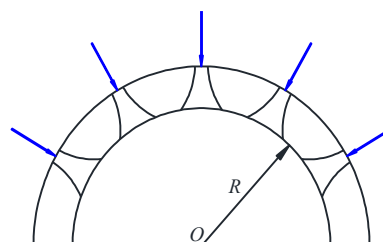


图 10 相同顶板径向厚度示意图

Fig.10 Roof with the same radial thickness

假设能发生冲切破坏的顶板临界厚度为 h_t , 则当加载点在以点 O 为圆心, $R + h_t$ 为半径的圆内时, 就能发生冲切破坏, 即能发生冲切破坏的范围为

$$e \leq \sqrt{(R + h_t)^2 - (R + h)^2} \quad (37)$$

本文试验当顶板厚度为 $4D$ 时, 轴对称加载点处发生不完全的冲切破坏, 未能取出冲切体, $3D$ 时, 发生了冲切破坏且取出了冲切体, 因此, 能发生冲切破坏的临界高度 h_t 在 $3D \sim 4D$ 之间, 取 $h_t = 4D$ 。图 11 将所有加载点位置表示在 $(R + h) - e$ 坐标系中, 其中 \times 表示发生冲切破坏的加载点, O 表示未发生冲切破坏的加载点, 加载点 4-1 则处于能发生冲切破坏的临界点, 可以发现, 所有发生冲切破坏的加载点均在式 (37) 表示的范围内。

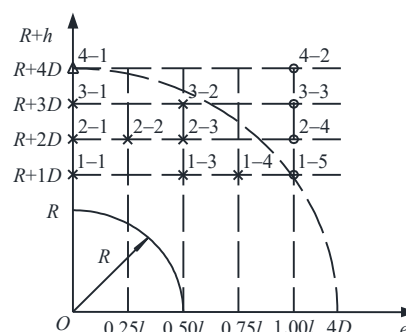


图 11 $(R+h)-e$ 坐标系中加载点位置及冲切范围

Fig.11 Position of load point in $(R+h)-e$ coordinate system and range of punching shear failure mode

4 参数分析及结果对比

以上求得了冲切破坏下溶洞顶板极限承载力 P

的表达式,给出了计算顶板极限承载力的方法,以及冲切范围的估算方法,由表达式(35)可知,影响顶板极限承载力的因素有抗拉强度 σ_t 、桩径 D 、顶板厚度 h 、溶洞半径 R 以及偏心距 e 。本文试验抗拉强度 σ_t 、桩径 D 以及溶洞半径 R 为定值,因此,主要讨论顶板厚度 h 以及偏心距 e 对极限承载力的影响。

4.1 顶板厚度 h 对 P 的影响

图12为偏心距一定时,顶板极限承载力 P 随顶板厚度 D 的变化曲线,以及与试验结果的对比。图中 $l=2R$,表示溶洞的直径。

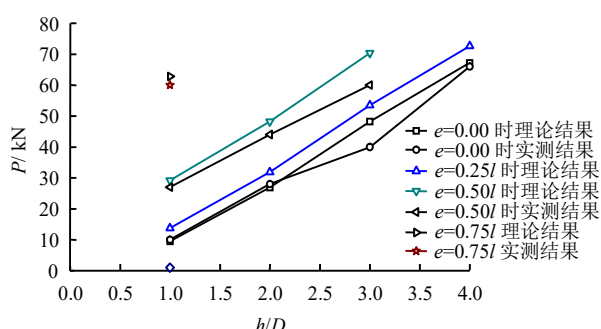


图12 理论及实测极限承载力随顶板厚度 h 变化曲线
Fig.12 Theoretical and experimental results of ultimate bearing capacity with the change of h

由于 $e=l$ 处的加载点均在冲切范围之外,顶板承载力在不同顶板厚度下均已达到基岩承载力,以及 $e=0.75l$ 除去 $h=1D$ 时的加载点,均未发生冲切破坏,本文计算方法不再适用,因此,其理论结果未在图12中作出。由图可见,当偏心距 e 一定时,顶板极限承载力 P 随厚度 D 的增加呈线性增长,总体上理论计算结果与实测结果吻合较好。

4.2 P 随偏心距 e 的变化规律

图13为顶板厚度一定时,顶板极限承载力 P 随偏心距 e 的变化曲线,以及与试验结果的对比。

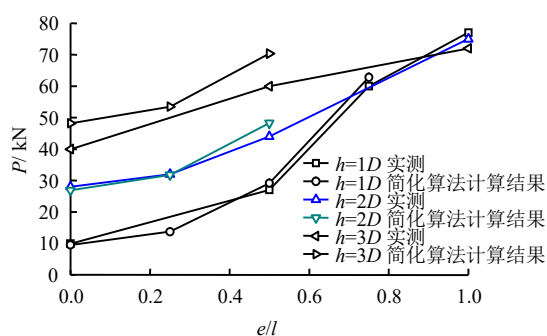


图13 理论及实测极限承载力随偏心距 e 变化曲线
Fig.13 Theoretical and experimental results of ultimate bearing capacity with the change of e

由图可知,同一顶板厚度下,顶板极限承载力随着偏心距的增加呈非线性增长, e 在能发生冲切破坏的范围之外时趋于平缓,并逐渐达到基岩承载力。理论计算结果与实测结果吻合较好。

5 结 论

本文进行了溶洞顶板极限承载力的室内试验研究,并依据室内模型试验结果对溶洞顶板破坏模型作出假定,提出了一种适用于冲切破坏模式下偏心及轴对称圆形分布荷载作用下球形溶洞顶板极限承载力的计算方法以及能发生冲切破坏范围的估算方法,得到结论如下:

- (1) 在同一偏心距下,随着顶板厚度的增加,在达到基岩极限承载力之前,顶板极限承载力呈线性增长。
- (2) 当顶板厚度一定时,顶板极限承载力随着偏心距的增加呈非线性增长,偏心距 e 在能发生冲切破坏的范围之外时趋于平缓,并逐渐达到基岩极限承载力。
- (3) 当溶洞顶板发生冲切破坏时,偏心圆形荷载作用下得到的冲切体除去顶端部分,整体基本为一对称旋转体,以此基于极限分析法以及Griffith强度准则得到的理论计算结果与实测结果吻合较好。

参 考 文 献

- [1] WYLLIEDC. Foundations on rock[M]. London: Chapman and Hall, 1992.
- [2] 赵明华, 曹文贵, 何鹏祥, 等. 岩溶及采空区桥梁桩基桩端岩层安全厚度研究[J]. 岩土力学, 2004, 24(1): 64—68.
ZHAO Ming-hua, CAO Wen-gui, HE Peng-xiang, et al. Study on safe thickness of rock mass at end of bridge foundation's pile in karst and worked-out mine area[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 24(1): 64—68.
- [3] 赵明华, 张锐, 胡柏学, 等. 岩溶区桩端下伏溶洞顶板稳定性分析研究[J]. 公路交通科技, 2009, 26(9): 13—16, 31.
ZHAO Ming-hua, ZHANG Rui, HU Bo-xue, et al. Analysis of stability of cave roof under pile tip in karst area[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2009, 26(9): 13—16, 31.
- [4] 赵明华, 周磊, 雷勇. 基于H-B强度理论的桩端岩层安全厚度确定[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2010, 37(6): 1—5.

- ZHAO Ming-hua, ZHOU Lei, LEI Yong. Study on the safe thickness of the rock mass at the end of the pile based on Hoek-Brown Strength criterion[J]. **Journal of Hunan University(Natural Sciences)**, 2010, 37(6): 1—5.
- [5] 刘辉, 杨峰, 阳军生. 空洞上方浅基础地基破坏模式与极限承载力分析[J]. 岩土力学, 2010, 31(11): 3373—3378.
- LIU Hui, YANG Feng, YANG Jun-sheng. Failure mechanism and ultimate bearing capacity of strip footing above void[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(11): 3373—3378.
- [6] 赵明华, 雷勇, 张锐. 岩溶区桩基冲切破坏模式及安全厚度研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(2): 524—230.
- ZHAO Ming-hua, LEI Yong, ZHANG Rui. Study of punching failure mode and safe thickness of pile foundation in karst region[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(2): 524—230.
- [7] 雷勇, 尹君凡, 陈秋南, 等. 基于极限分析法的空洞顶板极限承载力研究[J]. 岩土力学, 2017, 38(7): 1926—1932.
- LEI Yong, YIN Jun-fan, CHEN Qiu-nan, et al. Study on the ultimate bearing capacity of karst roof based on limit analysis[J]. **Geotechnical Mechanics**, 2013, 38(7): 1926—1932.
- [8] 雷勇, 陈秋南, 马缤辉. 基于极限分析的桩端岩层冲切分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(3): 631—638.
- LEI Yong, CHEN Qiu-nan, MA Bin-hui. Punching analysis of rock at pile tip on limit analysis[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2014, 33(3): 631—638.
- [9] WALTHAM A C, SWIFT G M. Bearing capacity of rock over mined cavities in Nottingham[J]. **Engineering Geology**, 2004, 75: 15—31.
- [10] 王华牢, 张鹏, 李宁. 岩溶洞穴对嵌岩单桩承载力的影响研究[J]. 西安理工大学学报, 2010, 26(1): 31—36.
- WANG Hua-lao, ZHANG Peng, LI Ning. Research on the single rock-socketed pile bearing capacity influenced by karst caves[J]. **Journal of Xi'an University of Technology**, 2010, 26(1): 31—36.
- [11] 张慧乐, 张智浩, 王述红, 等. 岩溶区嵌岩桩的试验研究与分析[J]. 土木工程学报, 2013, 46(1): 92—103.
- ZHANG Hui-le, ZHANG Zhi-hao, WANG Shu-hong, et al. Experimental study and analysis on rock-socketed pile in karst area[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2013, 46(1): 92—103.
- [12] 张慧乐, 马凛, 张智浩, 等. 岩溶区嵌岩桩承载特性影响因素试验研究[J]. 岩土力学, 2013, 34(1): 92—100.
- ZHANG Hui-le, MA Lin, ZHANG Zhi-hao, et al. Test research on factors influencing bearing capacity of rock-socketed piles in karst area[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2013, 34(1): 92—100.

上接第 2828 页

- [7] 周嵩, 陈益峰, 张勤, 等. 非饱和膨润土的有效热传导特性模型[J]. 岩土力学, 2014, 35(4): 1041—1048.
- ZHOU Song, CHEN Yi-feng, ZHANG Qin, et al. A model for effective thermal conductivity of unsaturated bentonite[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2014, 35(4): 1041—1048.
- [8] 叶为民, 王琼, 潘虹, 等. 高压实高庙子膨润土的热传导性能[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(6): 821—826.
- YE Wei-min, WANG Qiong, PAN Hong, et al. Thermal conductivity of compacted GMZ01 bentonite[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2010, 32(6): 821—826.
- [9] 谢敬礼, 刘月妙, 周宏伟. 砂-膨润土混合物热传导特性研究[C]//第十一次全国岩石力学与工程学术大会论文集. 武汉: 湖北科学技术出版社, 2010.
- XIE Jing-li, LIU Yue-miao, ZHOU Hong-wei. Measurement of thermal properties of sand-bentonite mixtures[C]//Proceeding of the 11th China National Congress on Rock Mechanics and Engineering. Wuhan: Hubei Science and Technology Press, 2010.
- [10] KNUTSSON S. On the thermal conductivity and thermal diffusivity of highly compacted bentonite[R]. [S. l.]: SKB Report, 1983, 83—72.
- [11] SAKASHITA H, KUMADA T. Heat transfer model for predicting thermal conductivity of highly compacted bentonite[J]. **Journal- Atomic Energy Society of Japan**, 1998, 40(3): 235—240.
- [12] FRICKE H. A mathematical treatment of the electric conductivity and capacity of disperse systems[J]. **Physical Review**, 1924, 24(5): 575—587.
- [13] XIE J L, LIU Y M, JIANG W J. Measurement on thermal conductivity of compacted GMZ001 bentonite[M]//CAI M F. Rock Mechanics: Achievements and Ambitions. London: Taylor and Francis Group, 2012: 211—214.
- [14] MAXWELL J C. A treatise on electricity and magnetism[M]. New York: Oxford University Press, 1954: 16—31.
- BRUGGEMAN D A G. Dielectric constant and conductivity of mixtures of isotopic materials[J]. **Annalen der Physik**, 1935, 24: 636—664.