

DOI: 10.16285/j.rsm.2018.0538

采空区建筑地基适宜性及沉降变形 计算工程实例分析

任连伟¹, 周桂林¹, 顿志林¹, 何停印², 杨权威³, 张敏霞¹

(1. 河南理工大学 土木工程学院, 河南 焦作 454000; 2. 河南省焦作地质勘察设计有限公司, 河南 焦作 454000;
3. 中国矿业大学 深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 江苏 徐州 221116)

摘 要: 基于稳定采空区场地并结合某一工程实例进行建筑地基沉降变形计算分析, 并对采空区地基适宜性进行综合评判。提出一种适合于采空区地基的荷载影响深度 H_{Dz} 确定方法, 采用概率积分法对采空区场地不同区域剩余变形进行预测, 提出考虑活化变形、剩余变形、附加变形的采空区建筑地基沉降变形计算方法, 研究结果表明: (1) 建筑荷载相同时判别系数越小 ($0.10 \sigma_{cz}$ (自重应力)、 $0.08 \sigma_{cz}$ 、 $0.07 \sigma_{cz}$ 、 $0.05 \sigma_{cz}$) , 荷载影响深度越大; 判别系数相同时建筑荷载越大, 荷载影响深度也随之非线性增大。(2) 对于一般采空区地基, 宜采用 σ_z (附加应力) = $0.10 \sigma_{cz}$ 判别标准确定荷载影响深度; 对于复杂采空区地基, 宜采用 $\sigma_z = 0.05 \sigma_{cz}$ 判别标准确定荷载影响深度。(3) 在常规方法上 ($\sigma_z = 0.20 \sigma_{cz}$) 确定的荷载影响深度 H_{Dz-5} , 对于采空区地基经对比分析, $1.4 H_{Dz-5}$ 和 $1.8 H_{Dz-5}$ 荷载影响深度可作为一般采空区地基和复杂采空区地基工程设计参考。(4) 在不引起活化变形的最高层数建筑荷载下, 地表剩余变形量非常小可忽略不计, 采空区建筑地基沉降变形主要是土层附加压缩变形。(5) 数值模拟结果表明, 采空区内边缘沉降较大、不均匀沉降明显, 不宜作为建设场地; 采空区中央沉降较小, 没有明显不均匀沉降, 宜作为建设场地。

关 键 词: 采空区建筑地基; 荷载影响深度; 沉降计算; 适宜性评价

中图分类号: TU 433

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2018) 08-2922-12

Case study on suitability and settlement of foundation in goaf site

REN Lian-wei¹, ZHOU Gui-lin¹, DUN Zhi-lin¹, HE Ting-yin², YANG Quan-wei³, ZHANG Min-xia¹

(1. School of Civil Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo, Henan 454000, China;

2. Henan Jiaozuo Geological Survey and Design Co., Ltd., Jiaozuo, Henan 454000, China;

3. State Key Laboratory for Geomechanics & Deep Underground Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou, Jiangsu 221116, China)

Abstract: The settlement of foundation in stable goaf site is analyzed to evaluate its suitability. One calculation method of load influence depth for goaf ground is proposed. The residual deformation of goaf ground is predicted by the probability integral method, and the settlement calculation method of building ground on goaf is put forward considering the activated deformation, the residual deformation and the additional deformation. Research results show that: 1) The less the coefficient of standard ($0.10 \sigma_{cz}$ (self-weight stress of ground), $0.08 \sigma_{cz}$, $0.07 \sigma_{cz}$, $0.05 \sigma_{cz}$) under the same building load, the greater the influence depth. The larger the building load under the same coefficient, the influence depth is increased non-linearly. 2) The standard of σ_z (additional stress of ground) = $0.10 \sigma_{cz}$ should be used to determine the influence depth for normal goaf ground, and the standard of $\sigma_z = 0.05 \sigma_{cz}$ for complicated goaf ground. 3) The influence depth H_{Dz-5} is determined by the conventional standard ($\sigma_z = 0.20 \sigma_{cz}$), and the $1.4 H_{Dz-5}$ and $1.8 H_{Dz-5}$ can be used as goaf building design for the normal goaf and complicated goaf. 4) The residual deformation of goaf ground is very small and can be negligible under the maximum building load without the activated deformation, and the settlement deformation of building ground is mainly the additional compression deformation. 5) Numerical results show that the ground settlement at the edge of goaf is large, and its uneven settlement is obvious, so the edge of goaf is not suitable as construction sites; however, the ground

收稿日期: 2018-04-04

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 51508166)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51508166).

第一作者简介: 任连伟, 男, 1980 年生, 博士, 副教授, 主要从事地基基础相关方面的研究工作。E-mail: renhpu@163.com

通讯作者: 顿志林, 男, 1964 年生, 硕士, 教授, 主要从事矿井建设与岩土工程相关方面的研究工作。E-mail: dzl1964@163.com

settlement at the central of goaf is small, and there is no obvious uneven settlement, so the central of goaf is suitable as construction sites.

Keywords: buliding ground on goaf; load influence depth; ground settlement calculation; suitability evaluation

1 引言

随着经济的快速发展和城镇化建设的深入推进,城市土地资源日益紧张,在采空区场地上进行工业建设已成为不可避免的趋势,研究采空区建筑地基变形对保证建筑物的安全使用具有重要意义。徐平等^[1]通过分析附加应力与塌陷区残余空洞裂隙区的分布,研究了采动塌陷区建筑物地基变形特征。王磊等^[2]基于关键层理论并分析研究影响采空区“活化”的机制,得出砌体梁结构的失稳是造成地基不均匀沉降的主要机制。朱广轶^[3]和王磊^[4]等从采空区覆岩结构形态及其演变出发,研究引起采空区地表不均匀移动变形的机制。Li 等^[5]采用相似材料模型试验研究了废弃老采空区在建筑物荷载作用下地基变形规律。张兵^[6]、Liu^[7]、孙闯^[8]等通过提出考虑时间因素的函数模型研究了地表移动变化规律。陈晓斌等^[9]基于随机介质理论,建立了高速公路下伏采空区地面变形计算模型。汪吉林等^[10-11]通过建立地质模型及概率积分法和数值模拟相结合等手段研究了在地面建筑荷载作用下采空区地基沉降变形。Shahriar 等^[12]采用 FLAC^{3D} 模拟倾斜浅层开采条件下采空区地表的沉降量,指出 FLAC^{3D} 预计的最大下沉值比实测和剖面函数法小 3%。张以龙^[13]结合某一工程实例对老采空区上方建筑地基稳定性进行了评价,为采空区场地上新建建筑物提供理论参考。

本文以河南焦作市焦西矿区为工程背景,对采空区场地上建筑物适宜性判别标准进行研究,提出一种考虑活化变形、剩余变形和附加变形的采空区建筑地基沉降变形计算方法。

2 采空区场地分析

河南焦作市西部某采空区场地地层主要为二叠系下统山西组、二叠系下统下石盒子组、第三系及第四系,共含煤 9 层,其中可能对建筑物产生影响的主要是一₅煤、二₁煤。一₅煤,采厚 0~1.4 m,平均采厚 0.78 m,煤层属于极不稳定煤层,由于评价区内当初勘察水平不够,煤层连续性较差,一₅煤未进行开采。主采煤层二₁煤,采深 155~220 m,倾角 12°,目前二₁煤已经大面积开采,仅留有煤柱,开采方法为长壁下行分层全部垮落法采煤。

为研究采空区不同区域建筑地基稳定性及其

变形,根据勘察结果及采掘情况将评价区内分成 A、B、C、D、E、F 6 个区域,如图 1 所示。A 区域,采深 155~165 m,平均采深 160 m,采厚 6 m; B 区域,采深 165~175 m,平均采深 170 m,采厚 7 m; C 区域,采深 175~220 m,平均采深 197.5 m,采厚 8 m; D 区域,采深 190~220 m,平均采深 205 m,采厚 8.5 m; E 区域,未采,为采空区的影响半径范围内的区域。F 区域,未采,位于采空区影响半径范围之外,不受采空区影响。此外,为了进一步验证采空区情况,从图 1 可知,在 C、B、E、F 区域布置了 4 个勘察钻孔分别为 ZK1、ZK2、ZK3、ZK4。

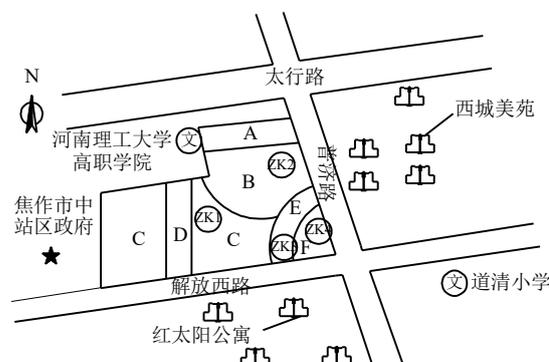


图 1 采空区评价分区
Fig.1 Evaluation zone on goaf

3 采空区建筑适宜性判别

一般来说,煤层被开采以后,上覆岩层自下而上形成垮落带、断裂带、弯曲带^[14],如图 2 所示。在采空区场地进行建筑物建设,当新建建筑荷载较大时会影响采空区上方覆岩稳定性^[15],对建筑物的安全使用造成很大影响,因此,需要对采空区场地建筑地基适宜性进行评价分析。

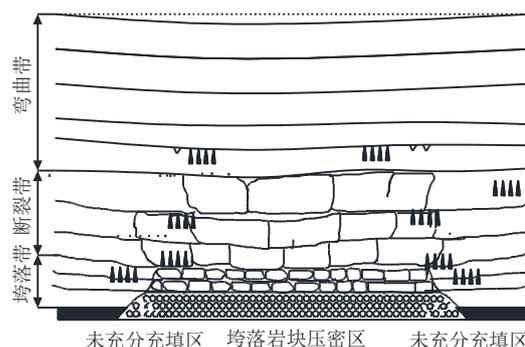


图 2 采空区覆岩移动分区
Fig.2 Moving boundary of overlying strata in goaf

3.1 覆岩破坏高度

3.1.1 理论计算

根据场地勘察结果和有关规范^[16], 上覆岩层考虑坚硬覆岩, 垮落带高度(H_m)和断裂带高度(H_{ii})计算公式如下:

$$H_m = \frac{100\sum M}{2.1\sum M + 16} + 2.5 \quad (1)$$

$$H_{ii} = 30\sqrt{\sum M} + 10 \quad (2)$$

式中: $\sum M$ 为煤层的累计开采厚度 (m)。

3.1.2 实际勘查

根据采空区探测报告及 4 个采空区勘察钻孔钻探情况, “三带” (垮落带、断裂带、弯曲带) 目前的实际情况见表 1。

3.1.3 覆岩破坏高度的确定

根据评价区 4 个钻探孔结果, 并与理论公式计算值相结合, 确定二₁煤采空区垮落断裂带发育高度见表 2。

表 1 探测孔三带范围及划分依据

Table 1 Range and division of three zones on detection holes

孔号	孔深 / m	第四系厚度 / m	弯曲带范围 / m	断裂带范围 / m	垮落带范围 / m	采空区钻探情况及三带划分依据
ZK1	199.6	53.2	0~99.8	99.8~176.8	176.8~199.3	自 99.8 m 钻探岩芯发育竖向裂缝, 175、176.8 m 见较大裂缝, 为断裂带特征; 176.8 m 以后岩芯变得破碎, 180.1 m 掉钻 30 cm, 并出现大量漏浆, 198.3 m 掉钻 40 cm, 为垮落带特征。孔底取出煤矸, 为煤层底板。
ZK2	188.9	32.3	0~95.3	95.3~178.8	178.8~188.9	自 95.3 m 钻探岩芯发育竖向裂缝, 泥浆消耗量增加; 为断裂带特征。178.8 m 后岩芯较破碎, 随后出现大量漏浆, 185.4 m 全漏。187.8 m 掉钻 15 cm, 188.5 m 掉钻 10 cm, 为垮落带特征。
ZK3	237.2	34.8				二 ₁ 煤深度 231.0~237.2 m, 没有开采。
ZK4	238.7	49.5				二 ₁ 煤深度 232.5~238.4 m, 没有开采。

表 2 二₁煤采空区垮落断裂带发育高度

Table 2 The development height of caving zone in Two 1 coal mining goaf

区域	钻孔	垮落断裂带 勘察高度 / m	垮落断裂带理论 计算高度 / m	综合 确定值 / m
A			107.0	107.0
B	ZK2	93.6	114.7	114.7
C	ZK1	99.5	121.7	121.7
D			125.1	125.1
E	ZK4			
F	ZK3			

3.2 采空区建筑荷载影响深度计算

对于一般地基而言, 当地表建筑物在地基中产生的附加应力等于相应深度处地基自重应力的 20% 时, 即可认为地表建筑物对该深度处地基产生的影响可忽略不计。但当其下方有不稳定性因素存在时, 如采空区断裂带、垮落带, 则计算附加应力至地基自重应力 10% 位置处, 即 $\sigma_z = 0.10\sigma_{cz}$ (其中, σ_z 为计算深度处土层的附加应力, σ_{cz} 为计算深度处土层自重应力), 方可认为附加应力对该深度处的地基产生较小的影响^[17], 该深度减去基础埋深后的值即为建筑荷载影响深度 (H_{Dz})。

该采空区场地第四系地层厚度取 40 m, 重度取

20 kN/m³, 主要为黄土层; 第三系地层厚度取 10 m, 重度取 22 kN/m³, 主要为砖红黏土及砂质黏土; 以下地层重度取 25 kN/m³, 主要为砂岩、页岩及砂质泥岩。

本文通过提出 2 种不同的判别方法来研究建筑荷载大小与影响深度之间的关系, 并确定合适的建筑荷载影响深度, 进一步评价采空区建筑地基适宜性并计算建筑荷载作用下土层压缩变形。2 种判别方法分别见 3.2.1 节和 3.2.2 节。

3.2.1 判别方法 1

通过计算不同判别标准即 $\sigma_z = 0.10\sigma_{cz}$ 、 $\sigma_z = 0.08\sigma_{cz}$ 、 $\sigma_z = 0.07\sigma_{cz}$ 和 $\sigma_z = 0.05\sigma_{cz}$, 考虑单倍建筑荷载 ($1P$, P 为建筑物荷载) 5、6、7、8、10、16、20、24、28、32、36、56、64 层楼建筑荷载作用, 建筑荷载考虑 20 kPa (单层建筑面积)。考虑建筑物平面尺寸为 48 m, 宽度为 16 m, 基础埋深为 4 m。不同判别标准下地基附加应力与自重应力的关系如图 3 所示。不同比例自重应力线与附加应力线的交点对应的深度减去基础埋深后即为荷载影响深度。各标准对应的不同楼层荷载作用下的影响深度计算结果见表 3。从图 3 和表 3 可以得出, 不同判别标准下建筑荷载大小与影响深度之间的关系如图 4 所示。

3.2.2 判别方法 2

同一般地基一样，在考虑采空区地基时，亦采取 $\sigma_z=0.20\sigma_{cz}$ 这个常规判别标准进行荷载影响深度计算，但考虑到采空区地基的特殊复杂性及安全稳定性，现通过施加 1P、2P、3P 和 4P 的楼层建筑物荷载（区别于判别方法 1）来确定常规标准下的

建筑荷载影响深度，计算结果汇总于表 4。不同倍数、不同层数建筑荷载大小与影响深度之间关系，如图 5 所示。

3.2.3 影响深度确定方法

由图 4 可知，当判别系数相同，荷载不同时，随着荷载的增大，荷载影响深度也随之非线性增

表 3 不同判别标准下楼层荷载影响深度
Table 3 Influential depths of loading under different standards

判别标准	荷载影响深度/m												
	5 层	6 层	7 层	8 层	10 层	16 层	20 层	24 层	28 层	32 层	36 层	56 层	64 层
$\sigma_z=0.10\sigma_{cz}$	17.5	18.8	20.7	23.0	25.3	31.3	34.5	38.0	40.4	42.4	44.2	52.5	54.4
$\sigma_z=0.08\sigma_{cz}$	20.0	21.5	23.5	25.0	28.5	34.8	38.5	41.0	44.0	46.0	48.2	56.3	59.2
$\sigma_z=0.07\sigma_{cz}$	21.7	23.5	26.0	27.5	30.0	36.5	40.0	43.5	46.0	48.5	50.8	59.0	63.0
$\sigma_z=0.05\sigma_{cz}$	25.3	28.0	29.5	31.3	34.5	42.4	46.3	49.5	52.5	54.4	55.5	68.3	72.0

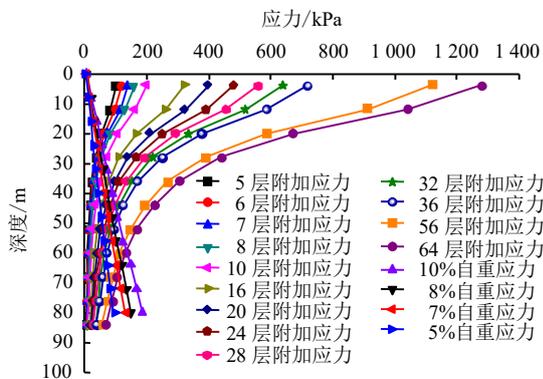


图 3 附加应力与自重应力随深度变化曲线
Fig.3 Relationships between additional stress and self-weight stress with depth

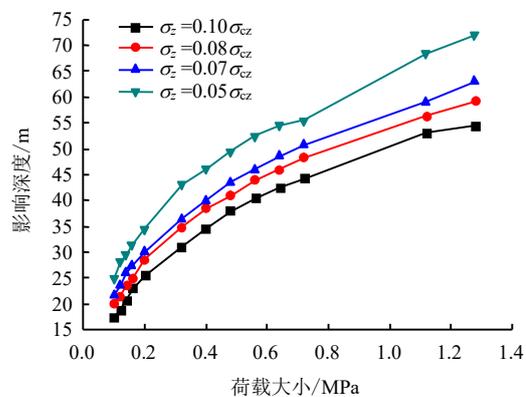


图 4 荷载大小与影响深度之间的关系
Fig.4 Relationships between load and influence depth under different standards

表 4 不同建筑荷载倍数下的影响深度
Table 4 Influence depths under different building loads

倍数	影响深度/m												判别标准	
	5 层	6 层	7 层	8 层	10 层	16 层	20 层	24 层	28 层	32 层	36 层	56 层		64 层
1P	10.2	12.3	13.5	14.8	17.4	22.2	25.3	28.1	29.8	31.2	33.5	40.0	42.5	$\sigma_z=0.20\sigma_{cz}$
2P	17.4	19.1	21.0	22.2	25.3	31.2	34.0	38.4	40.0	42.5	44.1	52.0	54.4	
3P	21.3	24.3	25.8	28.1	30.2	37.5	41.2	45.0	47.3	49.0	51.2	60.5	64.0	
4P	25.3	28.1	29.8	31.2	34.2	42.5	46.0	49.8	52.8	54.5	58.5	68.0	72.0	

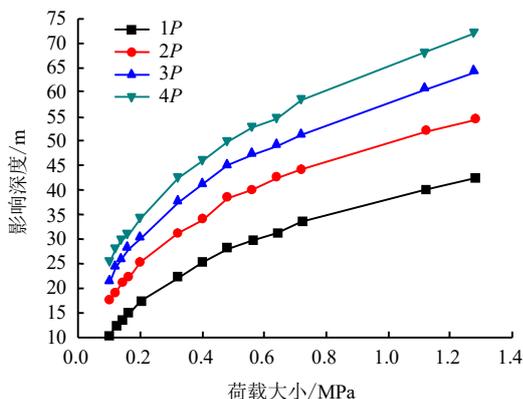


图 5 荷载大小与影响深度之间的关系
Fig.5 Relationships between load and influence depth

大；当荷载相同，判别系数不同时，判别系数越小，荷载影响深度越大，建筑物安全等级越高；由图 9 可知，相同判别标准下，随着建筑荷载倍数的增加，荷载影响深度也随之非线性增加，建筑物的安全等级提高；由图 4 和图 9 可知，建筑物层数增加初期，随着建筑物层数增加，建筑物荷载影响深度随之增加较快，当建筑物达到一定层数时，建筑荷载影响深度增加缓慢。

判别方法 1 中：设 $\sigma_z=0.10\sigma_{cz}$ 、 $\sigma_z=0.08\sigma_{cz}$ 、 $\sigma_z=0.07\sigma_{cz}$ 和 $\sigma_z=0.05\sigma_{cz}$ 对应的荷载影响深度分别为 H_{Dz-1} 、 H_{Dz-2} 、 H_{Dz-3} 和 H_{Dz-4} ；判别方法 2

中：设 1P、2P、3P 和 4P 对应的荷载影响深度分别为 H_{Dz-5} 、 H_{Dz-6} 、 H_{Dz-7} 和 H_{Dz-8} 。

通过对比分析提出采空区建筑地基荷载影响深度如下判别准则：

(1) 对于一般采空区建筑地基，取 H_{Dz-1} 、 H_{Dz-6} 二者之中的最大值作为建筑荷载影响深度，即 $H_{Dz} = \max\{H_{Dz-1}, H_{Dz-6}\}$ ；

(2) 对于存在软土等稳定性较差的采空区建筑地基，取 H_{Dz-4} 、 H_{Dz-8} 二者之中的最大值作为建筑荷载影响深度，即 $H_{Dz} = \max\{H_{Dz-4}, H_{Dz-8}\}$ 。

根据表 3 和表 4 可知，判别方法 1 中 $\sigma_z = 0.10\sigma_{cz}$ 对应的建筑荷载影响深度 H_{Dz-1} 总体上偏大，故取 $H_{Dz} = H_{Dz-1}$ 的深度作为建筑荷载影响深度进行采空区建筑地基适宜性评价；判别方法 1 中 $\sigma_z = 0.05\sigma_{cz}$ 对应的 H_{Dz-4} 对应的建筑荷载影响深度 H_{Dz-4} 总体上偏大，故取 $H_{Dz} = H_{Dz-4}$ 的深度作为建筑荷载影响深度进行采空区建筑地基适宜性评价。本文将结合 $\sigma_z = 0.10\sigma_{cz}$ 和 $\sigma_z = 0.05\sigma_{cz}$ 两种判别标准进行建筑地基适宜性评价及荷载影响深度范围内的土层压缩变形计算分析。

3.3 采空区建筑地基适宜性评价

以建筑荷载影响深度不进入采空区断裂带为

判别依据，即建筑荷载影响深度应小于煤层最小开采深与垮落断裂带发育高度和基础埋深的差值，即

$$H_{Dz} \leq H_{\min} - H_L - d \quad (3)$$

式中： H_{\min} 为煤层最小开采深度 (m)； H_L 为垮落断裂带发育高度 (m)； d 为基础埋深 (m)。

基于 $\sigma_z = 0.10\sigma_{cz}$ 的荷载影响深度判别标准，由表 3 和式 (3) 可知，考虑实际采空区场地建筑物建造情况，A、B、C、D、E 区域内可建造建筑物最高层数为 32、36、36、64、64 层，即采空区场地在该楼层数下，不会因建筑荷载作用而引起活化变形；在 $\sigma_z = 0.05\sigma_{cz}$ 的荷载影响深度判别标准下，A、B、C、D、E 区域内可建造建筑物最高层数为 16、16、20、36、36 层。

3.4 荷载影响深度简易确定方法

基于以上 2 种适宜性判别方法，考虑方法 2 中 $\sigma_z = 0.20\sigma_{cz}$ 的判别标准，针对采空区这一特殊地层结构，对 1P 作用下的建筑荷载影响深度 H_{Dz-5} 提出一个扩大系数。现提出 3 个扩大系数分别为 1.4、1.6 和 1.8，即采用 $1.4H_{Dz-5}$ 、 $1.6H_{Dz-5}$ 和 $1.8H_{Dz-5}$ 的判别标准，则不同楼层荷载作用下的影响深度计算结果见表 5。

表 5 常规标准下不同扩大系数的影响深度
Table 5 Influence depths for different expansion coefficients under normal standard

扩大系数	影响深度/m													判别标准
	5层	6层	7层	8层	10层	16层	20层	24层	28层	32层	36层	56层	64层	
$1.0H_{Dz-5}$	10.2	12.3	13.5	14.8	17.4	22.2	25.3	28.1	29.8	31.2	33.5	40.0	42.5	$\sigma_z = 0.20\sigma_{cz}$
$1.4H_{Dz-5}$	14.3	17.2	18.9	20.7	24.4	31.1	35.4	39.3	41.7	43.7	46.9	56.0	59.5	
$1.6H_{Dz-5}$	16.3	19.7	21.6	23.7	27.8	35.5	40.5	45.0	47.7	49.9	53.6	64.0	68.0	
$1.8H_{Dz-5}$	18.4	22.1	24.3	26.6	31.3	40.0	45.5	50.1	53.6	56.1	60.3	72.0	76.5	

结合表 3~5 和式 (3) 进行对比分析，结果表明，当采用 $H_{Dz} = 1.4H_{Dz-5}$ 进行建筑地基适宜性评价时，可以达到与 $H_{Dz} = H_{Dz-1}$ 和 $H_{Dz} = H_{Dz-6}$ 类似的适宜性评价效果，故 $H_{Dz} = 1.4H_{Dz-5}$ 可以作为采空区建筑地基适宜性评价工程应用的一个简易参考标准。考虑到软土等复杂地层采空区建筑地基，应当采取更为严格的荷载影响深度判定方法，即 $H_{Dz} = 1.8H_{Dz-5}$ 进行建筑地基适宜性评价，可以达到与 $H_{Dz} = H_{Dz-4}$ 和 $H_{Dz} = H_{Dz-8}$ 类似的适宜性评价效果，故 $H_{Dz} = 1.8H_{Dz-5}$ 可以作为软土等复杂地层采空区建筑地基适宜性评价工程应用的一个简易参考标准。

4 采空区建筑沉降变形计算

采空区建筑地基变形应包括采空区地层压缩变

形、活化变形和地表剩余移动变形。本文在进行采空区地基变形研究时，主要考虑采空区地基的竖向变形即地层压缩沉降变形 S_1 、剩余沉降变形 S_2 和活化沉降变形 S_3 ，则采空区建筑地基沉降变形 S 为

$$S = S_1 + S_2 + S_3 \quad (4)$$

式中：地层压缩沉降变形 S_1 是指建筑荷载作用下岩土层的压缩沉降量 (mm)；剩余沉降变形 S_2 是指自工程建设开始后采矿所产生的地表变形 (mm)；活化沉降变形 S_3 是指建筑荷载影响深度进入断裂带所引起垮落断裂带再压缩变形 (mm)。

结合判别式 (3) 可知，不考虑采空区场地因建筑荷载引起的活化变形，即 $S_3 = 0$ ，故采空区建筑地基沉降变形 $S = S_1 + S_2$ 。

4.1 地层压缩变形 S_1

采用分层总和法计算地基土层压缩变形。根据 B 和 C 区域岩土工程勘察报告及钻孔资料可知，将场地内地层进行划分，各层土体及岩土物理性质自上而下分别为：第①层杂填土；第②层粉质黏土，压缩模量 $E_s = 8.97 \text{ MPa}$ ；第②₁层卵石，压缩模量 $E_s = 21.15 \text{ MPa}$ ；第③层粉质黏土，压缩模量 $E_s = 9.00 \text{ MPa}$ ；第④层粉质黏土，压缩模量 $E_s = 8.60 \text{ MPa}$ ；第⑤层粉质黏土，压缩模量 $E_s = 9.37 \text{ MPa}$ ；第⑥层黏土岩，压缩模量 $E_s = 12.00 \text{ MPa}$ 。

采用 $H_{Dz} = H_{Dz-1}$ 作为地层压缩变形的计算深度时。B 区域考虑最高 36 层建筑荷载对应的计算深度 $Z_n = 44.2 \text{ m}$ ，如图 6 所示；C 区域考虑 36 层建筑荷载对应的计算深度 $Z_n = 44.2 \text{ m}$ ，如图 7 所示。经计算可知，B 和 C 区域的地层压缩沉降变形量 S_1 分别为 1 544 mm 和 1 522 mm。同理，当 B 区和 C 区域考虑 6 层建筑荷载作用时，其建筑荷载对应的计算深度 $Z_n = 18.8 \text{ m}$ ，B 区和 C 区域的地层压缩沉降变形量 S_1 分别为 185 mm 和 176 mm；当 B 区和

C 区域考 7 层建筑荷载作用时，其建筑荷载对应的计算深度 $Z_n = 20.7 \text{ m}$ ，B 区和 C 区域的地层压缩沉降变形量 S_1 分别为 224 mm 和 211 mm。

采用 $H_{Dz} = H_{Dz-4}$ 作为地层压缩变形的计算深度时。B 区域考虑最高 16 层建筑荷载对应的计算深度 $Z_n = 42.4 \text{ m}$ ；C 区域考虑 20 层建筑荷载对应的计算深度 $Z_n = 46.3 \text{ m}$ 。同理，由上述计算方法可知，B 和 C 区域的地层压缩沉降变形量 S_1 分别为 682 mm 和 858 mm。同理，当 B 区和 C 区域考虑 5 层建筑荷载作用时，其建筑荷载对应的计算深度 $Z_n = 25.3 \text{ m}$ ，B 区和 C 区域的地层压缩沉降变形量 S_1 分别为 184 mm 和 168 mm；当 B 区和 C 区域考 6 层建筑荷载作用时，其建筑荷载对应的计算深度 $Z_n = 28.0 \text{ m}$ ，B 区和 C 区域的地层压缩沉降变形量 S_1 分别为 229 mm 和 214 mm。

4.2 地表剩余变形 S_2

采空区地表移动过程都要经历初始期、活跃期和衰退期^[18-19]3 个阶段，总称为地表移动延续期。根据地表移动实测数据分析，地表连续 6 个月下沉量不超过 30 mm，可认为开采引起的地表移动结束，地表达达到相对的稳定。我国现行规范^[14]认为，当 $H_0 \leq 400 \text{ m}$ 时， $T = 2.5H_0$ ，其中， T 为地表移动延续时间 (d)， H_0 为采空区平均采深 (m)。该采空区场地煤层采深 155~220 m，计算可得最长地表移动延续期为 387~550 d。该矿区停采时间为 2000 年 6 月左右，距今为止已经停采超 10 a 以上，说明采空区因开采引起的地表移动延续期已经结束，地表移动变形处于稳定状态。煤层开采以后，采空区地表形成一个比采空区范围大得多的下沉盆地，如图 8 所示。

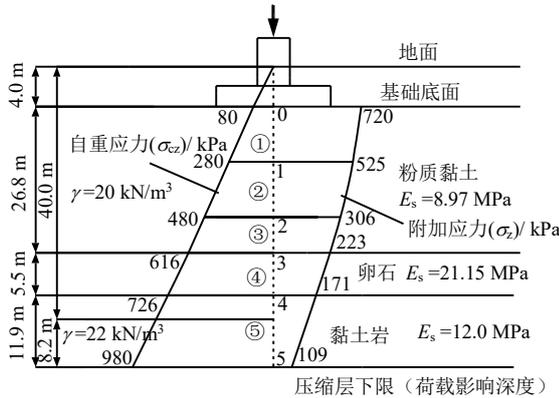


图 6 B 区域 36 层楼荷载分层总和法计算图

Fig.6 Calculation results on layer-wise summation method for 36-storey building load in B zone

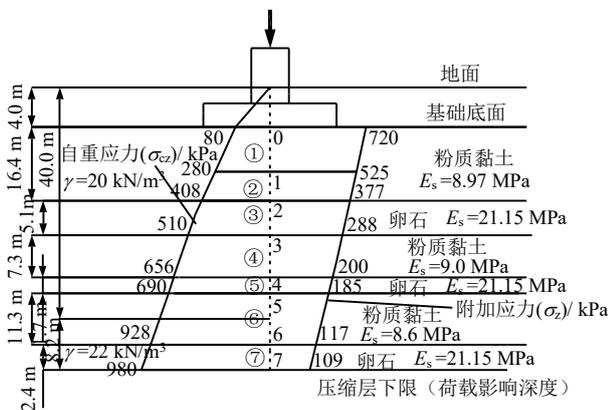


图 7 C 区域 36 层楼荷载分层总和法计算图

Fig.7 Calculation results on layer-wise summation method for 36-storey building load in C zone

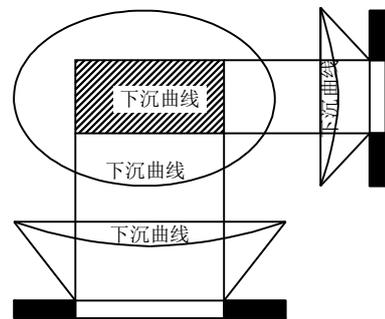


图 8 采空区地表移动盆地

Fig.8 Ground subsidence basin in goaf

对采空区地表剩余变形普遍采用概率积分法进行预计，描述地表移动和变形的指标分别有剩余下沉、剩余水平移动、剩余倾斜、剩余曲率和剩余水平变形等。依据规范^[14]可知，采空区地表移动盆地内变形最大值的确定方法如下：

(1) 最大下沉值 W_{cm} 为

$$W_{cm} = mq\cos\alpha \quad (5)$$

(2) 最大倾斜变形值 i_{cm} 为

$$i_{cm} = \frac{W_{cm}}{r} \quad (6)$$

(3) 最大曲率变形值 k_{cm} 为

$$k_{cm} = 1.52 \frac{W_{cm}}{r^2} \quad (7)$$

(4) 最大水平移动值 U_{cm} 为

$$U_{cm} = bW_{cm} \quad (8)$$

(5) 最大水平变形值 ε_{cm} 为

$$\varepsilon_{cm} = 1.52b \frac{W_{cm}}{r} \quad (9)$$

式中： b 为水平移动系数； m 为煤层法线厚度； q 为残余下沉系数； α 为煤层倾角； r 为主要影响半径。

依据煤矿采空区岩土工程勘察规范及采空区场地工作面观测地表移动实测参数，并参照周边朱村、李封矿区经验，焦西矿选取计算参数如下：下沉系数 $q = 0.08$ ，水平移动系数 $b = 0.28$ ，主要影响角正切 $\tan\beta = 1.7$ ，影响半径 $r = H_0 / \tan\beta$ ，煤层采厚 $m = 6 \sim 8.5$ m，煤层倾角 $\alpha = 12^\circ$ 。结合地表移动变形最大值计算公式可知，采空区不同区域主要变形参数估算值（见表 6）。

表 6 采空区不同区域主要变形参数

Table 6 Calculation results on main deformation parameters in different goaf zones

区域	影响半径 / m	采矿厚度 / m	最大下沉值 / mm	最大倾斜变形 / (mm/m)	最大曲率变形 / (mm/m ²)	最大水平移动 / mm	最大水平变形值 / (mm/m)
A	94	6.0	469	5.0	0.08	131.3	2.1
B	100	7.0	548	5.5	0.08	153.4	2.3
C	116	8.0	626	5.4	0.07	175.3	2.3
D	120	8.5	665	5.5	0.07	186.2	2.3

(6) 剩余沉降变形量的计算
已完成沉降量按下式计算^[20]：

$$W_{完} = W_{cm}(1 - e^{-ct}) \quad (10)$$

剩余沉降变形量按下式计算：

$$S_2 = W_{cm}\delta = W_{cm} - W_{完} \quad (11)$$

式中： $W_{完}$ 为已完成沉降量（mm）； c 为岩性、采深系数； δ 为剩余沉降率（%）； t 为时间（a）。

其中，该预计公式的参数 c 主要与覆岩的岩性和采深有关，在采深较大，覆岩岩性较硬，韧性较大条件下， $c = 1.0 \sim 1.5$ 。不同参数 c 与地表下沉时间之间的变化关系，如图 9 所示。从图可知， c 值越大，地表下沉达到稳定所需时间越短。

评价区 A 和 B 区域为中深层采空区，覆岩岩性考虑坚硬岩层， c 值取 1.2；C 和 D 区域为深层采空区，覆岩岩性考虑坚硬岩层， c 值取 1.1；时间 t 取

11 a。根据式（11）可知，A 和 B 区域的剩余沉降率为 $\delta = 0.000 18\%$ ，C 和 D 区域的剩余沉降率为 $\delta = 0.000 56\%$ 。采空区不同区域主要剩余变形计算结果如表 7 所示。

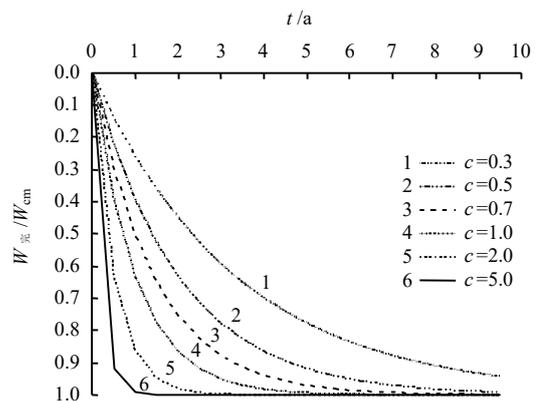


图 9 不同参数 c 下地表下沉因子与时间关系
Fig.9 Relationships between ground subsidence factor and time under different values of parameter c

表 7 采空区不同区域剩余变形参数

Table 7 Calculation results on residual deformation in different goaf zones

区域	影响半径 / m	采矿厚度 / m	剩余下沉值 / mm	剩余倾斜变形 / (mm/m)	剩余曲率变形 / (mm/m ²)	剩余水平移动 / mm	剩余水平变形值 / (mm/m)
A	94	6.0	8.4×10^{-4}	9.0×10^{-6}	1.4×10^{-7}	2.4×10^{-4}	3.8×10^{-6}
B	100	7.0	9.8×10^{-4}	9.9×10^{-6}	1.4×10^{-7}	2.8×10^{-4}	4.1×10^{-6}
C	116	8.0	3.5×10^{-3}	3.0×10^{-5}	3.9×10^{-7}	9.8×10^{-4}	1.3×10^{-5}
D	120	8.5	3.7×10^{-3}	3.1×10^{-5}	3.9×10^{-7}	10.4×10^{-4}	1.3×10^{-5}

4.3 沉降变形计算结果分析

由表 7 可知，相对于地层压缩沉降变形量 S_1 ，采空区场地剩余沉降变形量 S_2 可忽略不计，故在不考虑采空区场地发生活化的情况下，B 和 C 区域地基沉降变形主要考虑地层的压缩沉降变形。

在 $H_{Dz} = H_{Dz-1}$ 对应的适宜性评价结果中，当 B 和 C 区域进行 36 层（可建最高层数）建筑物建造时，则地基沉降变形量 S 分别为 1 544 mm 和 1 522 mm。当 B 和 C 区域进行 6 层建筑物建造时，其地基沉降变形量 S 分别为 185 mm 和 176 mm；B 和 C 区域进行 7 层建筑物建造时，其地基沉降变形量 S 分别为 224 mm 和 211 mm。

在 $H_{Dz} = H_{Dz-4}$ 对应的适宜性评价结果中，当 B 区域进行 16 层（可建最高层数）建筑物建造，C 区域进 20 层（可建最高层数）建筑物建造时，则地基沉降变形量 S 分别为 682 mm 和 858 mm。当 B 和 C 区域进行 5 层建筑物建造时，其地基沉降变形量 S 分别为 184 mm 和 168 mm；B 和 C 区域进行 6 层建筑物建造时，其地基沉降变形量 S 分别为 229 mm 和 214 mm。

根据规范^[21]可知，考虑体型简单的高层建筑基础时，沉降量应该小于 200 mm。综上所述，在 $\sigma_z = 0.05 \sigma_{cz}$ 的标准下，B 和 C 区域若进行 32 层和 36 层建筑物建造时，地基沉降变形量不满足规范要求，需对采空区地基进行处理；B 和 C 区域若进行 6 层建筑物建造时，地基沉降变形量满足规范要求，不需要对采空区地基进行处理，仅需对上部结构增加抗变形措施；B 和 C 区域若进行 7 层建筑物建造时，地基沉降变形量不满足规范要求，需对采空区地基进行处理。在 $\sigma_z = 0.10 \sigma_{cz}$ 的标准下，B 和 C 区域若进行 16 层和 20 层建筑物建造时，地基沉降变形量不满足规范要求，需对采空区地基进行处理；B 和 C 区域若进行 5 层建筑物建造时，地基沉降变形量满足规范要求，不需要对采空区地基进行处理，仅需对上部结构增加抗变形措施；B 和 C 区域若进行 6 层建筑物建造时，地基沉降变形量不满足规范要求，需对采空区地基进行处理。

5 数值模拟分析

5.1 模型建立

以焦作市焦西矿区地质条件为研究背景，根据矿区钻孔及实际分区情况，本文将根据 B 区域和 C 区域分别建立 FLAC^{3D} 模型 1 和模型 2，如图 10 所示，模型 2 与模型 1 类似。模型 1（B 区块）的尺寸为 600 m×100 m×200 m，模型共 44 000 个单元，

48 783 个节点；模型 2（C 区块）的尺寸为 800 m×150 m×220 m，模型共 66 000 个单元，72 013 个节点。其中，模型 1 采深 170 m，采厚 7 m、煤层倾角为 9°；模型 2 采深 200 m，采厚 8 m，煤层倾角为 9°。通过在模型不同位置处施加不同荷载大小，研究相同位置、不同荷载大小与建筑地基变形的关系以及相同荷载大小、不同位置与地基变形之间的关系。

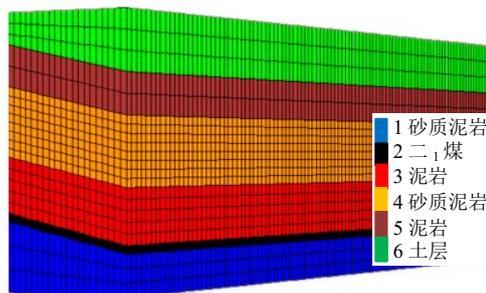


图 10 数值模拟模型 1

Fig.10 Numerical simulation of model 1

模型中各岩土层视为连续介质，采用 Mohr-Coulomb 本构模型^[22]。模型采用限制位移边界条件，开采模型两端水平方向位移为 0，开采模型底部垂直方向位移为 0，顶部为自由边界。模型各岩层的力学参数取值见表 8。

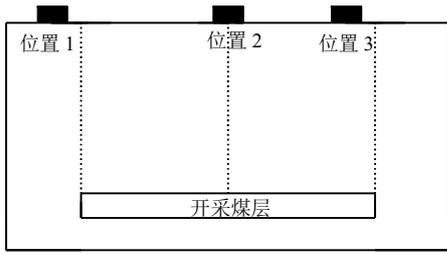
表 8 各类岩层物理力学参数表

Table 8 Physical and mechanical parameters of various types of rock formation

岩石名称	密度 /(kg/m ³)	剪切模量 /MPa	抗拉强度 /MPa	内摩擦角 /(°)	凝聚力 /MPa	体积模量 /MPa
土层	2 000	8.9×10 ⁰	0.00	22	0.008	1.9×10 ²
泥岩	2 480	6.4×10 ²	1.20	28	2.200	4.7×10 ³
砂质泥岩	2 450	2.2×10 ³	0.82	27	4.740	5.6×10 ³
泥岩	2 500	3.6×10 ³	0.90	30	3.140	6.2×10 ³
二 ₁ 煤	1 350	3.2×10 ¹	0.42	32	1.230	8.1×10 ²
砂质泥岩	2 440	7.8×10 ³	0.62	29	5.000	6.3×10 ⁴

5.2 模拟方案

建筑物与采空区相对位置可概括为 3 种，如图 11 所示。各级加载量分别为 0.10、0.12、0.16、0.20 MPa（分别相当于 5、6、8、10 层建筑面积）（见表 9）。在采空区不同地表位置施加荷载，制定 3 组研究方案，每组施加 4 种不同的荷载，共计 12 个计算方案。通过改变建筑物与采空区相对位置及所施加荷载大小等计算条件，进行组间对比试验，探讨不同位置处、不同荷载大小采空区建筑地基变形规律及变形计算研究。



位置 1: 采空区外边缘; 位置 2: 采空区中央; 位置 3: 采空区内边缘

图 11 加载位置图

Fig.11 Load location diagram

表 9 采空区地基建筑荷载施加方案

Table 9 Application of building load in mined out area

荷载位置	荷载大小/MPa			
采空区外边缘	0.10	0.12	0.16	0.20
采空区中央	0.10	0.12	0.16	0.20
采空区内边缘	0.10	0.12	0.16	0.20

5.3 模拟结果分析

5.3.1 荷载作用位置与地基沉降变形

图 12 和图 13 分别为模型 1 (B 区块) 和模型 2 (C 区块) 不同位置处不同荷载大小与地基沉降变形的关系曲线。

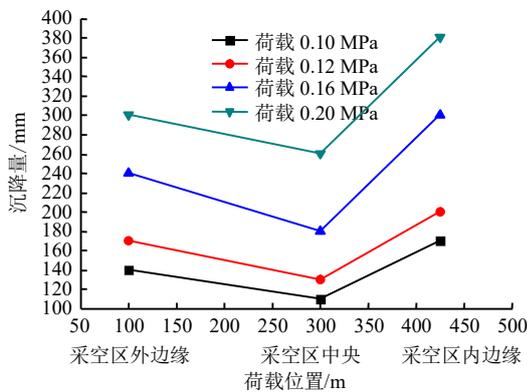


图 12 模型 1 中荷载位置与地基沉降变形的关系

Fig.12 Relationship between load position and settlement of foundation in model 1

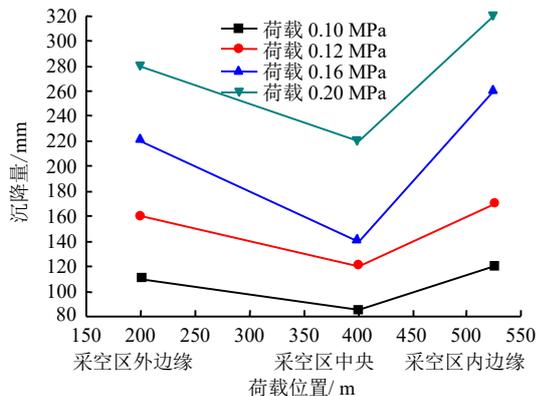


图 13 模型 2 中荷载位置与地基沉降变形的关系

Fig.13 Relationship between load position and settlement of foundation in model 2

由图 12 可知,在模型 1 不同位置施加 0.12 MPa 荷载作用时,采空区外边缘、采空区中央和采空区内边缘处地基沉降变形值分别为 170、130、200 mm;当施加 0.16 MPa 荷载作用时,地基沉降变形值分别为 240、180、300 mm,分别增加 70、50、100 mm。可见,建筑物与采空区相对位置不同而荷载相同时,采空区内边缘处的地基沉降变形量最大,采空区外边缘次之,采空区中央最小,即采空区地地下沉量大小关系式为:采空区内边缘>采空区外边缘>采空区中央。模型 2 具有类似的沉降变形规律。

5.3.2 荷载大小与地基沉降变形

图 14 和图 15 分别为模型 1 (B 区块) 和模型 2 (C 区块) 不同荷载大小与不同位置处地基沉降变形的关系曲线。

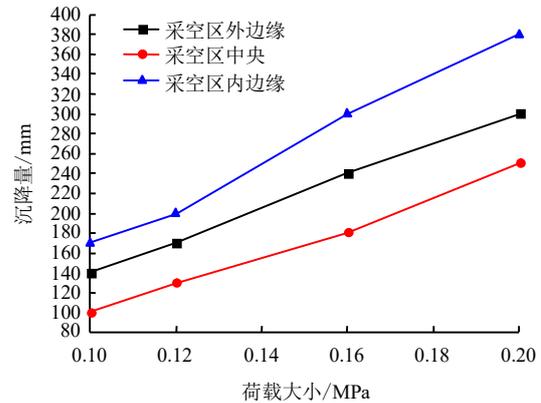


图 14 模型 1 中荷载大小与地基沉降变形的关系

Fig.14 Relationship between load size and ground settlement deformation in model 1

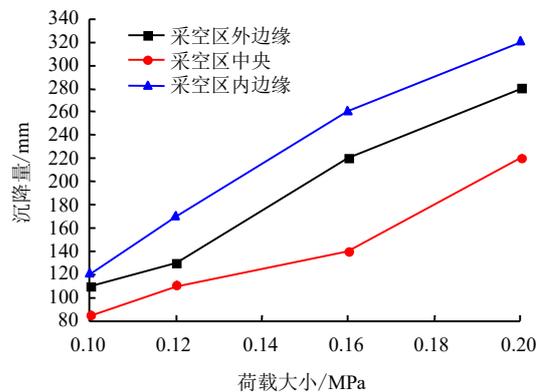


图 15 模型 2 中荷载大小与地基沉降变形的关系

Fig.15 Relationship between load size and ground settlement deformation in model 2

在模型 2 中央位置处分别施加 0.10、0.12、0.16、0.20 MPa 4 级荷载时,地基沉降变形值分别为 85、120、140、220 mm;在内边缘处施加 4 级

荷载时, 地基沉降变形值分别为 120、170、260、320 mm; 在外边缘处施加 4 级荷载时, 地基沉降变形值分别为 110、130、220、280 mm。模型 1 具有类似的沉降变形规律。

可见, 在相同位置处, 随着荷载的增大, 采空区建筑地基沉降变形也随之增大; 相同荷载大小和相同位置处, 模型 2 (C 区域) 地基沉降变形总体小于模型 1 (B 区域) 的地基变形量, 这表明随着采深和采厚比的增大, 地面建筑荷载对采空区的扰动影响就越小, 地基沉降变形量越小。

由于采空区中央位置处上方覆岩垮落破坏比较充分, 自然压实情况较好, 荷载引起的地基变形相对较小, 荷载所在位置处沉降均匀。荷载位于采空区外边缘处时, 由于受到采空区的影响, 荷载引起的地基变形要大于采空区中央处的变形。荷载位于采空区内边缘处时, 由于内边缘处存在未垮落的悬臂端及空洞, 荷载引起的地基变形大于外边缘和采空区中央处的地基变形。因此, 在进行建筑物建造时, 尽量避免在沉降变形差异较大的采空区内边缘及外边缘处建造建筑物, 适宜考虑在沉降较为均匀的采空区中央进行建筑物建造。

5.3.3 采空区建筑地基适宜性评价

依据规范^[21]的沉降变形量要求, 考虑沉降变形理论计算结果与数值模拟计算结果, 研究在采空区地基不需进行处理就可满足允许变形条件下的建筑物层数, 考虑在一般采空区地层和复杂采空区地层不同位置处 (采空区外边缘、采空区中央、采空区内边缘) 建筑物层数, 不同采空区场地条件下不同位置处建筑物层数如表 10 所示。

表 10 不同采空区场地条件下不同位置处建筑物层数
Table 10 The number of building floors under different site conditions of different goafs

采空区位置	层数	
	B 区域	C 区域
一般采空区中央	≤6	≤6
复杂采空区中央	≤5	≤5
一般采空区内边缘	≤5	≤6
复杂采空区内边缘	≤5	≤5
一般采空区外边缘	≤6	≤6
复杂采空区外边缘	≤5	≤5

6 结 论

本文基于稳定采空区场地并结合焦作某工程实例进行建筑地基适宜性及沉降计算分析, 主要结论如下:

(1) 采空区建筑地基沉降变形 S 包括附加变形

S_1 、剩余变形 S_2 、活化变形 S_3 。在采空区地基满足适宜性判别准则下, 活化变形 S_3 为 0, 剩余变形 S_2 非常小, 故采空区地基沉降变形 S 主要为荷载影响深度内的土层压缩变形 S_1 。

(2) 结合采空区上覆岩体的变形规律和分层总和法中荷载影响深度判别标准, 对于一般采空区地基, 荷载影响深度 H_{Dz} 宜取 H_{Dz-1} ($\sigma_z=0.10\sigma_{cz}$); 对于软土等复杂采空区地基, 荷载影响深度 H_{Dz} 宜取 H_{Dz-4} ($\sigma_z=0.05\sigma_{cz}$)。

(3) 在常规分析方法上 ($\sigma_z=0.20\sigma_{cz}$, 一般建筑地基) 确定的荷载影响深度 H_{Dz-5} , 经对比分析, $1.4H_{Dz-5}$ 和 $1.8H_{Dz-5}$ 荷载影响深度可作为一般采空区地基和复杂采空区地基工程设计参考值。

(4) 对于弯曲带土层较厚的复杂采空区场地, 宜采用 $0.05\sigma_{cz}$ 判别标准进行建筑地基适宜性评价。

(5) 数值模拟结果表明, 建筑物位置不同而荷载相同时, 采空区内边缘处的地基沉降变形量最大, 外边缘次之, 中央最小。可见, 采空区内边缘不宜作为建设场地, 优先考虑在采空区中央进行工业建设。

参 考 文 献

- [1] 徐平, 茅献彪, 张敏霞, 等. 采动塌陷区建筑物地基变形影响区与特征分析[J]. 采矿与安全工程学报, 2014, 31(4): 624—630.
XU Ping, MAO Xian-biao, ZHANG Min-xia, et al. Analysis of the deformation zone and its characteristics of the building foundations in mining-induced subsidence area[J]. *Journal of Mining & Safety Engineering*, 2014, 31(4): 624—630.
- [2] 王磊, 郭广礼, 张鲜妮, 等. 基于关键层理论的长壁垮落法开采老采空区地基稳定性评价[J]. 采矿与安全工程学报, 2010, 27(1): 61—65.
WANG Lei, GUO Guang-li, ZHANG Xian-ni, et al. Evaluation on stability of old goaf foundation by long-wall caving based on the key stratum theory[J]. *Journal of Mining & Safety Engineering*, 2010, 27(1): 61—65.
- [3] 朱广轶, 徐征慧, 解陈, 等. 老采空区地表残余移动变形影响函数研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(10): 1962—1970.
ZHU Guang-yi, XU Zheng-hui, XIE Chen, et al. Study of influence functions of surface residual movement and deformation above old goaf[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2014, 33(10): 1962—1970.

- [4] 王磊, 郭广礼, 查剑锋, 等. 老采空区地表残余沉降预计与应用[J]. 采矿与安全工程学报, 2011, 28(2): 283—287.
WANG Lei, GUO Guang-li, ZHA Jian-feng, et al. Prediction of surface residual settlement over the old goaf[J]. **Journal of Mining and Safety Engineering**, 2011, 28(2): 283—287.
- [5] LI L, HAO G, WU K, et al. New viewpoint of foundation stability of newly building upon goaf[J]. **Energy Procedia**, 2012, 17: 1717—1723.
- [6] 张兵, 崔希民, 胡青峰. 开采沉陷动态预计的正态分布时间函数模型研究[J]. 煤炭科学技术, 2016, 44(4): 140—145.
ZHANG Bing, CUI Xi-min, HU Qing-feng. Study on normal distributed time function model to dynamically predict mining subsidence[J]. **Coal Science and Technology**, 2016, 44(4): 140—145.
- [7] LIU X, WANG J, GUO J, et al. Time function of surface subsidence based on Harris model in mined-out area[J]. **International Journal of Mining Science and Technology**, 2013, 23(2): 245—248.
- [8] 孙闯, 徐乃忠, 刘义新, 等. 基于双因素时间函数的松散地层条件下地表点动态沉降预计[J]. 岩土力学, 2017, 38(3): 821—826.
SUN Chuang, XU Nai-zhong, LIU Yi-xin, et al. Prediction of dynamic subsidence of ground point under loose stratum based on two-factor time function[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2017, 38(3): 821—826.
- [9] 陈晓斌, 张家生, 安关峰, 等. 高速公路采空区地面变形计算方法[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(2): 191—197.
CHEN Xiao-bin, ZHANG Jia-sheng, AN Guan-feng, et al. Ground deformation computation method for goafs of highways[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 29(2): 191—197.
- [10] 汪吉林, 丁陈建, 张云, 等. 老采空区地基变形对地面建筑影响的数值分析[J]. 采矿与安全工程学报, 2008, 25(4): 476—480.
WANG Ji-lin, DING Chen-jian, ZHANG Yun, et al. Numerical analysis of effect of abandoned goaf foundation deformation on ground buildings[J]. **Journal of Mining & Safety Engineering**, 2008, 25(4): 476—480.
- [11] 汪吉林, 吴圣林, 丁陈建, 等. 复杂地貌多煤层采空区的稳定性评价[J]. 煤炭学报, 2009, 34(4): 466—471.
WANG Ji-lin, WU Sheng-lin, DING Chen-jian, et al. Stability evaluation of mine goaf with multi-coal seam sand complex landform[J]. **Journal of China Coal Society**, 2009, 34(4): 466—471.
- [12] SHAHRIAR K, AMOUSHAHI S, ARABZADEH M. Prediction of surface subsidence due to inclined very shallow coal seam mining using FDM[C]//Coal 2009: Coal Operators Conference. [S. l.]: University of Wollongong & the Australasian Institute of Mining and Metallurgy, 2009: 130—139.
- [13] 张以龙. 煤矿采空区建筑地基稳定性评价[D]. 焦作: 河南理工大学, 2016.
ZHANG Yi-long. Stability evaluation on building ground on coal mine goaf[D]. Jiaozuo: Henan Polytechnic University, 2016.
- [14] 中国煤炭建设协会. GB 51044—2014 煤矿采空区岩土工程勘察规范[S]. 北京: 中国计划出版社, 2014.
China Coal Construction Association. GB 51044—2014 Code for investigation of geotechnical engineering in the coal mine goaf[S]. Beijing: China Planning Press, 2014.
- [15] 张俊英. 地表新增荷载对采空区上方覆岩的影响规律[J]. 煤炭学报, 2008, 33(2): 166—170.
ZHANG Jun-ying. The laws of overlying strata influenced by newly increased loads on the surface above work-out areas[J]. **Journal of China Coal Society**, 2008, 33(2): 166—170.
- [16] 国家安全监管总局. 建筑物、水体、铁路及主要井巷煤柱留设与压煤开采规范[S]. 北京: 煤炭工业出版社, 2017.
State Administration of Work Safety. Code for coal pillar leaving and coal mining under building, water body, railway and main shaft[S]. Beijing: China Coal Industry Press, 2017.
- [17] 张俊英, 蔡美峰, 张青. 采空区地表新增荷载后地基应力的分布规律研究[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(7): 1096—1100.
ZHANG Jun-ying, CAI Mei-feng, ZHANG Qing. Distribution laws of ground stress after newly increased load on surface above mined-out areas[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2010, 32(7): 1096—1100.
- [18] 王生俊, 贾学民, 韩文峰, 等. 高速公路下伏采空区剩余沉降量 FLAC^{3D} 计算方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(19): 3545—3550.
WANG Sheng-jun, JIA Xue-min, HAN Wen-feng, et al. A FLAC^{3D} method for calculation of residual subsidence in a mining area beneath an expressway[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(19): 3545—3550.