

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.2428

# 岩质块体渐进破坏的稳定分析方法

肖国峰, 陈从新

(中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071)

**摘 要:** 岩桥的破裂贯通是一种非连续变形现象。强度折减技术虽然是渐进破坏过程模拟的主流技术, 但其不具备描述非连续变形现象的能力。提出连通率折减法和刚度折减法来模拟含非贯通结构面岩块的渐进破坏过程, 并建立考虑渐进破坏过程的块体稳定分析方法。首先, 引入 Goodman 单元来描述共面非贯通结构面的岩桥部分和裂隙面部分, 建立静力平衡方程来求解滑裂面内岩桥单元和裂隙面单元的应力。其次, 岩桥单元采用 Griffith 准则来判别破坏, 利用连通率折减法来描述其破裂; 裂隙面单元采用 MC 准则来判别破坏, 用刚度折减法来描述其屈服; 通过循环迭代, 模拟岩桥单元的破裂过程和裂隙面单元的应力调整过程, 实现整个滑裂面的渐进破坏过程模拟。然后, 定义考虑渐进破坏过程的滑裂面极限状态; 通过自重超载方式将滑裂面推送至极限状态; 基于极限状态设计的理论框架, 计算度量块体稳定性的安全系数指标。工程实例分析结果表明, 渐进破坏过程模拟结果与现场调查结果是一致的。渐进破坏过程的模拟实现, 有助于岩质边坡变形破坏机制分析从定性分析阶段扩展至定量分析阶段。

**关 键 词:** 岩质边坡; 凸多面块体; 共面非贯通结构面; 连通率折减法; 刚度折减法; Goodman 单元; 极限状态设计; 自重超载安全系数

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

文章编号: 1000—7598 (2018)08—3001—10

## Simulation of progressive failure process and stability analysis method for rock block

XIAO Guo-feng, CHEN Cong-xing

(State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China)

**Abstract:** The fracture of the rock bridge is a discontinuous deformation phenomenon. Strength reduction method, although it is the mainstream approach for progressive failure process simulation, it can not describe the discontinuous deformation phenomenon. The connectivity rate reduction method and the stiffness reduction method are proposed to simulate the progressive failure process of the rock block bounded by the coplanar non-persistent joints, and a block stability analysis method considering the progressive failure process is established. Firstly, the Goodman element is introduced to describe the rock bridge part and the fracture part of the coplanar non-persistent joint. The stress of the rock bridge element and the fracture element in the slip surface is solved by the equation of static equilibrium. Secondly, Griffith criterion is used to judge the failure for rock bridge element, and the connectivity rate reduction method is used to describe its rupture. The MC criterion is used to judge the failure for fracture element, and the stiffness reduction method is used to describe its yield. By cyclic iteration, rupture process of the rock bridge element and the stress redistribution process of the fracture element to realize the simulation of the progressive failure process of the whole slip surface. Then, the limit state of the slip surface is redefined considering the progressive failure process, and the slip surface is pushed to the limit state by the weight overload method. Based on the theoretical framework of the limit state design, the safety factor of the block stability is calculated. The results of the engineering examples show that the simulation results of the progressive failure process are consistent with the field survey results. The simulation of the progressive failure process is helpful to the analysis of the deformation mechanism of the rock slope from the qualitative analysis stage to the quantitative analysis stage.

**Keywords:** rock slope; convex block; coplanar non-persistent joint; connectivity rate reduction method; stiffness reduction method; Goodman element; limit state design; weight-overloading factor of safety

收稿日期: 2017-12-07

第一作者简介: 肖国峰, 男, 1975 年生, 博士, 副研究员, 主要从事岩质边坡的稳定性评估方法和监测方法等方面的研究工作。E-mail: gxfiao@whrsm.ac.cn

## 1 引 言

边坡稳定分析是边坡设计的前提,它决定着边坡是否失稳以及边坡失稳时存在多大推力,以便为支护结构设计提供科学依据<sup>[1]</sup>。岩坡和土坡的失稳都是一个由局部破坏逐渐扩展以至贯通形成滑面的渐进破坏过程<sup>[2-4]</sup>。土质边坡的局部破坏主要表现为滑带土的应变局部化特征<sup>[5-9]</sup>;而岩质边坡的局部破坏主要表现为非贯通结构面岩桥的拉断或剪断特征<sup>[10-16]</sup>。一种稳定分析方法,如果具备了描述和模拟渐进破坏过程的能力,则其评估结论将更加合理,更真实地反映工程实际。

现有的稳定分析方法研究主要集中于土坡弧形滑裂面的渐进破坏描述。王庚荪等<sup>[2-3]</sup>提出了含剪切带单元模型来描述渐进破坏,基于有限元实现剪切带的扩展直至破坏面的贯通自动追踪。卢应发等<sup>[5-6]</sup>提出一种指数型节理本构模型(JCM)来描述渐进破坏过程中滑裂面的真实应力场和位移场,建立推移式滑坡渐进破坏稳定性分析法。陈国庆等<sup>[7,13]</sup>通过破坏单元的局部强度折减法真实地再现了渐进破坏过程。再利用局部折减系数对整个边坡的强度参数进行折减,得到边坡的安全系数<sup>[4,8]</sup>。通过动力显式求解方法来克服数值计算中的刚度矩阵非正定性问题,成功地将应变软化本构关系引入到有限元方法中,实现了边坡渐进破坏过程的应力求解,再利用矢量和法计算安全系数。沈华章等<sup>[9]</sup>采用应变软化本构模型和矢量和法,提出了一种模拟应变软化边坡渐进性破坏过程的分析方法。

针对岩坡的楔块体失稳模式,现有稳定分析方法大多采用强度折减法来模拟渐进破坏过程。不考虑岩桥作用,郑颖人<sup>[17]</sup>、郭明伟<sup>[18]</sup>和张雨霁<sup>[19]</sup>等都利用强度折减技术计算安全系数。郑银河等<sup>[20]</sup>提出的方法考虑了岩桥破坏,但未描述渐进破坏过程。Paronuzzi 等<sup>[21]</sup>利用岩桥的黏聚力折减来等效地模拟岩桥的破裂,虽然两者并非同一物理过程。

为了更真实地描述和模拟岩坡的渐进破坏过程,本文提出了连通率折减法和刚度折减法。不同于强度折减法,连通率折减是岩桥破裂贯通现象最直接的量化描述方式,而裂隙面刚度折减既可以有效地实现滑裂面的应力调整并使其发挥最大的抗力,又不需要建立新的失稳判据。基于渐进破坏过程模拟,提出了一种考虑渐进破坏的岩质边坡块体稳定分析方法。

本方法利用 Goodman 单元来描述非贯通滑裂面上的力学行为;建立平衡方程求解单元的平衡应

力;通过连通率和刚度的折减迭代,实现整个滑裂面的渐进破坏模拟;定义渐进破坏的滑裂面极限状态,通过超载系数迭代将滑裂面过渡至极限状态,得到块体稳定性的度量指标:安全系数。

## 2 方 法

边坡稳定分析方法的经典理论框架来源于 Terzaghi 的极限状态设计方法<sup>[22]</sup>,它可以划分为 4 个部分:几何描述、平衡应力分析、破坏分析和极限状态分析。本节首先描述几何模型;其次建立力系模型并推导平衡应力算法;然后陈述连通率和刚度的折减方法并构建渐进破坏的模拟流程,最后定义极限状态,给出安全系数的算法。

### 2.1 几何模型

楔(块)体破坏是岩坡的一种主要破坏形式,简化的几何模型如图 1 所示。块体是由工程岩体的临空面和共面非贯通结构面切割而围成的,其几何形态简化地描述为一个凸多面体。

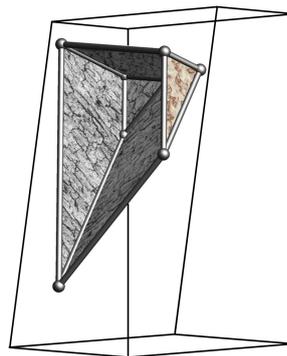


图 1 岩坡和块体的几何模型  
Fig.1 Geometry of rock slope and convex block

块体有两组描述参数:即组成凸多面体的每个凸多边形面的单位外法向量  $n_i$  (下标  $i$  表示平面的序号或编号)和原点距  $p_i$ <sup>[23]</sup>。其中,单位外法向量  $n_i(\alpha_i, \beta_i, \delta_i)$  是凸多边形面(即结构面和临空面)的倾角  $\alpha_i$ 、倾向  $\beta_i$  和置换符号  $\delta_i$  的函数<sup>[23]</sup>。其中,产状需满足限定条件:任意两条平面不得完全平行(即产状完全相等)。

引入连通率参数  $K_i$  来描述非贯通共面结构面。按照非贯通共面结构面的定义<sup>[24-25]</sup>,一条结构面是由裂隙面和岩桥两部分组成。连通率参数用来量化描述一个非贯通结构面(凸多边形)的面积分配<sup>[25-28]</sup>,即

$$\left. \begin{aligned} S_i^J &= K_i S_i \\ S_i^B &= (1 - K_i) S_i \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中： $S_i^J$  为非贯通结构面多边形的面积； $S_i^J$  为裂隙面部分的面积； $S_i^B$  为岩桥部分的面积；上标 J、B 分别为标注裂隙面和岩桥单元；下标  $i$  标注结构面序号。当连通率为 0 时，表示完整岩石；当连通率为 1 时，表示完全贯通的裂隙面。

## 2.2 平衡应力分析

平衡应力分析的目的在于解算滑裂面的应力状态。力系模型如图 2 所示，滑裂面采用 Goodman 单元来描述。滑裂面有两个物理边界，一个是单元与围岩的接触边界，简称为围岩侧边界；另一个是单元与块体的接触边界，简称为块体侧边界。设定围岩为运动描述的静止参照系，则单元的围岩侧边界位移为 0，围岩对单元的做功为 0。限定块体仅产生平移运动，其位移矢量为  $\mathbf{u}$ ，则滑裂面的块体侧边界的位移也为  $\mathbf{u}$ 。在块体侧边界，滑裂面的外荷载为

$$\mathbf{F}_{\text{ext}} = \eta \mathbf{W} + \mathbf{F}_{\text{load}} \quad (2)$$

式中： $\mathbf{W}$  为块体自重； $\mathbf{F}_{\text{load}}$  为块体所受的外部荷载； $\eta$  为自重超载系数。块体所受的外部荷载的量化方法采用文献[29]推荐的方法。

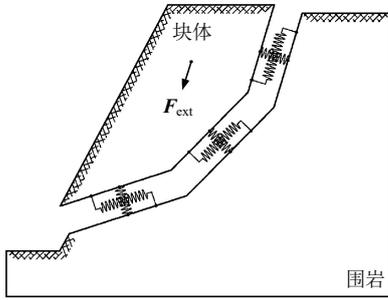


图 2 滑裂面的力系模型

Fig.2 Mechanical system of block slip surface

滑裂面由  $m$  个凸多边形面组成，每个凸多边形面有两个 Goodman 单元，即一个岩桥单元和一个裂隙面单元。整个滑裂面被离散为  $2m$  个接触面单元。采用 Goodman 单元，裂隙面单元的本构关系（矢量形式）为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i^J &= k_n^J \boldsymbol{\varepsilon}_i \\ \tau_i^J &= k_{si}^J \boldsymbol{\gamma}_i \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中： $\sigma_i^J$  和  $\tau_i^J$  依次为结构面  $i$  的裂隙面单元的法向应力和切向应力 (MPa)，规定法向应力矢量的方向为凸多边形结构面对应的单位外法向量方向； $k_n^J$  和  $k_{si}^J$  依次为结构面  $i$  的裂隙面单元的法向刚度和切向刚度 (MPa/cm)； $\boldsymbol{\varepsilon}_i$  和  $\boldsymbol{\gamma}_i$  依次为结构面  $i$  的法向变

形和切向变形 (cm)，其中，法向变形矢量的方向与法向应力矢量的方向是一致的。岩桥单元的本构关系为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i^B &= k_n^B \boldsymbol{\varepsilon}_i \\ \tau_i^B &= k_{si}^B \boldsymbol{\gamma}_i \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中：变量的单位和方向规定均与裂隙面单元相同。每个单元都可以有不同的刚度参数。对于同一条结构面而言，其裂隙面单元和岩桥单元的变形是同步的，故式 (3)、(4) 的  $\boldsymbol{\varepsilon}_i$  和  $\boldsymbol{\gamma}_i$  没有上标 J 和 B。

单元的变形与滑裂面块体侧边界的位移满足变形协调：

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\varepsilon}_i + \boldsymbol{\gamma}_i \quad (5)$$

式中：位移  $\mathbf{u}$ 、法向变形  $\boldsymbol{\varepsilon}_i$  和切向变形  $\boldsymbol{\gamma}_i$ ，都是矢量，都是长度量纲。单元位移矢量被分解为法向变形矢量和切向变形矢量两部分。

对于力系模型（见图 2），滑裂面应力的唯一来源是外荷载作用  $\mathbf{F}_{\text{ext}}$ 。当滑裂面外荷载为 0 时，其位移值取得 0 值，此时全部单元的法向变形和切向变形均为 0 值，全部单元的法向应力和切向应力也均为 0 值。当滑裂面外荷载非 0 时，滑裂面外荷载与所有单元的内力（应力乘以面积）满足静力平衡：

$$\sum_{i=1}^m [(\sigma_i^B + \tau_i^B) S_i^B + (\sigma_i^J + \tau_i^J) S_i^J] = \mathbf{F}_{\text{ext}} \quad (6)$$

将式 (1) 代入式 (6)，得

$$\sum_{i=1}^m [(\sigma_i^B + \tau_i^B)(1 - K_i) S_i + (\sigma_i^J + \tau_i^J) K_i S_i] = \mathbf{F}_{\text{ext}} \quad (7)$$

按弹性力学的解法，联立式 (3) ~ (5) 和式 (7)，就可以求解单元的应力。采用位移解法，下面将推导刚度矩阵。

首先，依据法向变形与切向变形的定义，由式 (5) 可得

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_i &= (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_i) \mathbf{n}_i \\ \boldsymbol{\gamma}_i &= \mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_i) \mathbf{n}_i \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

利用 Kronecker 积，将式 (8) 由矢量形式转化为矩阵形式：

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_i &= (\mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i) \mathbf{u} \\ \boldsymbol{\gamma}_i &= (\mathbf{E} - \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i) \mathbf{u} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中： $\mathbf{E}$  为单位矩阵。其次，将式 (9) 代入式 (3) 和式 (4)，得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i^B + \tau_i^B &= M_i^B \mathbf{u} \\ \sigma_i^J + \tau_i^J &= M_i^J \mathbf{u} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} M_i^B &= k_{ni}^B (\mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i) + k_{si}^B (\mathbf{E} - \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i) \\ M_i^J &= k_{ni}^J (\mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i) + k_{si}^J (\mathbf{E} - \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

然后, 再将式 (10) 代入式 (7), 得到矩阵形式的平衡方程:

$$\mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{F}_{\text{ext}} \quad (12)$$

式中: 刚度矩阵

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^m (\mathbf{M}_i^B (1 - K_i) + \mathbf{M}_i^J K_i) \mathbf{S}_i \quad (13)$$

式 (12) 的解有两种情况: 唯一解或无解。如果刚度矩阵  $\mathbf{A}$  的行列式为非 0 值, 则位移矢量  $\mathbf{u}$  有唯一解; 如果系数矩阵  $\mathbf{A}$  的行列式等于 0, 则位移矢量  $\mathbf{u}$  无解。由式 (11) 和式 (13) 可知, 系数矩阵  $\mathbf{A}$  的行列式值是单位外法向量、连通率、岩桥单元法向刚度、岩桥单元切向刚度、裂隙面单元法向刚度和裂隙面单元切向刚度等参数的函数。矩阵  $\mathbf{A}$  的行列式等于 0 的条件是: 当连通率全为 1 时裂隙面单元的切向刚度全为 0。只要存在一个裂隙面单元的切向刚度为非 0 值, 则式 (12) 有唯一解。将位移矢量  $\mathbf{u}$  的唯一解代入式 (8) 得到变形值, 变形值代入式 (3) 和式 (4), 得到滑裂面上每个单元的法向应力值和切向应力值 (总称为一个应力场)。

根据解的性质, 滑裂面的状态也可以划分为两种: 平衡状态和运动状态。当式 (12) 有唯一解时, 滑裂面处于一种平衡状态, 一种满足静力许可 (但不一定满足强度许可) 的平衡状态。当式 (12) 无解时, 滑裂面无法处于平衡状态, 也即其处于运动状态。

静力平衡状态取决于裂隙面单元和岩桥单元的刚度取值, 不同的刚度取值会得到不同的静力状态。对于裂隙面单元, 法向刚度值可以直接通过试验获取, 切向刚度与法向刚度比值  $k_s^J/k_n^J$  的取值范围为 (0,1]。对于岩桥单元, 法向刚度取值为

$$K_n^B = \frac{1}{h} E_t \quad (14)$$

式中:  $E_t$  为岩石的弹性模量。  $h$  为岩桥的在法向压力作用下的影响厚度, 硬岩的建议值为 0.8~1.2 cm, 软岩的建议值为 1.2~2.0 cm。切向刚度值等于法向刚度值。

## 2.3 渐进破坏分析

渐进破坏分析的目的在于模拟滑裂面的渐进破坏过程。平衡应力分析得到的应力场, 仅满足了静力许可, 但不一定满足强度许可。模拟渐进破坏的目标是构筑一个即满足静力许可、又满足强度许可的平衡应力场。如果这种平衡应力场不存在, 则认为滑裂面处于运动状态。

滑裂面由多个单元组成, 渐进破坏意味着每一个单元的破坏过程是相互独立的。本小节首先陈述单元破坏的模拟方法, 随后给出渐进破坏过程的模拟流程。

单元破坏的模拟方法可划分为 3 个步骤。

第 1 步, 将应力矢量转化为标量。平衡应力分析得到的单元应力采用了矢量描述形式, 而在强度准则中采用的是标量形式的应力。为此, 将应力的矢量形式需要转换为标量形式:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i &= \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \mathbf{n}_i \\ \tau_i &= |\boldsymbol{\tau}_i| \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

岩桥单元和裂隙面单元均按式 (5) 进行转换。在转换中, 法向应力满足压正拉负的约定, 切向应力的破坏判别不需要区别正负, 所以直接取 2 范数。

第 2 步, 判断单元是否破坏及其破坏类型。岩桥单元采用 Griffith 准则来判别, 区分两种破坏形式。当法向应力小于抗拉强度  $\sigma_t$  时, 产生拉破坏, 判别式为

$$\sigma_i^B < -\sigma_t \quad (16)$$

否则产生剪破坏, 判别式为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i^B &> -\sigma_t \\ (\tau_i^B)^2 &> 4\sigma_t (\sigma_i^B + \sigma_t) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

裂隙面单元采用 MC 准则来判别, 也区分两种破坏形式。当法向应力小于 0 时, 产生拉破坏, 判别式为

$$\sigma_i^J < 0 \quad (18)$$

否则产生剪破坏, 判别式为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i^J &> 0 \\ \tau_i^J &> c + \sigma_i^J \tan \varphi \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

第 3 步, 描述单元的破坏。岩桥单元的破裂采用连通率参数的折减来描述。当一个单元产生拉破坏时, 岩桥的贯通描述为一个突变过程, 连通率直接赋值为 1; 当岩桥单元产生剪破坏时, 岩桥的贯通描述为连通率逐步增大、岩桥面积逐步减小的一

个渐变过程，连通率按下式折减：

$$K_i^{(t+1)} = K_i^{(t)} + 0.01(1 - K_i^{(0)}) \quad (20)$$

式中：上标  $(t)$  和  $(t+1)$  为迭代步；上标  $(0)$  为初始值，0.01 为折减步长。当连通率达到 1 时，迭代结束，此时非贯通结构面完全贯通。当一个岩桥单元的连通率为 1 时，将其法向和切向刚度参数均直接赋值为 0，其目的是保证在应力计算时，法向应力和切向应力均为 0 值。此时，虽然岩桥单元的法向应力与切向应力值均为 0 值，但并不意味着原岩桥单元脱离了接触，而是转化成了裂隙面接触。因为，在一个非贯通共面结构面的总接触面积不变的前提下，连通率的增大，不仅描述了岩桥部分的接触面积的减少，同时也描述了裂隙面部分的接触面积增加。

裂隙面单元的屈服采用刚度参数的折减来描述。当一个单元产生拉破坏时，裂隙面将直接张裂而脱离接触，法向与切向刚度直接赋值为 0；当一个单元产生剪破坏时，刚度参数按下式折减：

$$\left. \begin{aligned} k_{ni}^{J(t+1)} &= k_{ni}^{J(t)} + 0.010k_{ni}^{J(0)} \\ k_{si}^{J(t+1)} &= k_{si}^{J(t)} - 0.015k_{si}^{J(0)} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中：上标  $(t)$  和  $(t+1)$  为迭代步；上标  $(0)$  为初始值，0.01 为折减步长。法向刚度的增大和切向刚度的减小，都会调整单元的应力，使其趋向于满足强度准则。如果一个单元在剪破坏条件下始终无法满足强度准则，则其切向刚度将最终折减至 0。此时，单元的切向应力为 0 值，必然会满足强度准则，单元的迭代过程结束。事实上，除非裂隙面脱离接触，切向应力不可能降为 0 值。这种描述实际上是强行中止了迭代过程。在剪破坏条件下，当一个单元始终无法满足强度准则时，意味着此单元已经无法通过一定量的变形来进入静止状态，即其已进入了运动状态。但是，迭代过程所采用的静力平衡方程只能描述静止状态，无法描述运动状态。当单元处于非静止状态时，强行中止迭代过程应该是一个合理的选择。

裂隙面剪切破坏过程中，法向刚度与切向刚度的折减与裂隙面的力学特征是相关的。一般而言，法向刚度的折减要少于切向刚度的折减，因此，式 (21) 中法向刚度的折减系数为 0.010，而切向刚度的折减系数为 0.015。对于刚性结构面，剪破坏过程中的切向刚度折减要远大于法向刚度，此时可将式 (21) 中的切向刚度的折减系数由 0.015 调整为 0.030~0.050，保持法向刚度折减系数不变。对于厚

度较大的软弱结构面，剪破坏过程中的法向刚度折减会大于切向刚度，此时可将式 (21) 中的切向刚度的折减系数由 0.015 调整为 0.005~0.008，保持法向刚度折减系数不变。

整个滑裂面的渐进破坏过程模拟可划分为 4 个步骤（见图 3）：①破坏初始化，将连通率和刚度等材料参数赋初始值；②平衡应力分析，计算滑裂面位移。如果无解，则滑裂面处于运动状态，迭代结束，否则计算所有单元的法向应力和切向应力，转③；③破坏判别，如果所有单元均满足强度准则，则迭代结束，滑裂面处于平衡状态；否则转④；④渐进破坏模拟，将产生破坏的单元进行单独的参数折减，然后转②。

渐进破坏过程模拟的起始条件是：滑裂面内任一单元的应力不满足强度准则。渐进破坏过程模拟的终止条件有两个：滑裂面处于运动状态，或者处于平衡状态。当整个滑裂面处于平衡状态时，其单元的状态又可以划分为 4 种类型，岩桥单元有两种状态：非贯通状态和贯通状态。贯通状态是指一个岩桥单元的连通率为 1；非贯通状态是指一个岩桥单元的连通率小于 1。裂隙面单元有两种状态：弹性平衡状态和塑性平衡状态。弹性平衡状态是指一个裂隙单元在整个滑裂面渐进破坏的迭代模拟过程中从未产生过破坏，也即单元的刚度参数未进行过折减操作。反之，称裂隙面单元处于塑性平衡状态。

为了直观地展现整个滑裂面的渐进破坏过程，定义两个折减参数的跟踪指标：岩桥破裂比和裂隙面屈服比。岩桥破裂比指标用来跟踪岩桥的贯通过程。当连通率为 1 时，岩桥破裂比直接赋值为 0；当岩桥存在时，岩桥破裂比指标的定义为

$$R_i^{B(t)} = (1 - K_i^{(t)}) / (1 - K_i^{(0)}) \quad (22)$$

岩桥单元为拉破坏时，岩桥破裂比将由 1 突变为 0；当岩桥单元为剪破坏时，岩桥破裂比将随着连通率的折减过程由 1 逐步降低。

裂隙面屈服比指标用来跟踪裂隙面的屈服过程，其定义为

$$R_i^{J(t)} = k_{si}^{J(t)} / k_{si}^{J(0)} \quad (23)$$

当裂隙面单元为拉破坏时，裂隙面屈服比将由 1 突变为 0；当裂隙面单元为剪破坏时，裂隙面屈服比将随着切向刚度的折减过程由 1 逐步降低。

## 2.4 极限状态分析

本节首先对极限状态和安全系数这两个概念进行界定，而后陈述安全系数的算法。

为了更简洁地界定极限状态，引入两个参数。当渐进破坏终止后，滑裂面上处于弹性平衡状态的裂隙面单元数目计为  $N^J$ ；处于非贯通状态的岩桥单元数目计为  $N^B$ 。极限状态定义为：滑裂面在荷载作用下由  $N^J + N^B > 0$  过渡到  $N^J = N^B = 0$  的临界状态。

极限状态是由两个状态来界定的一个区间。 $N^J + N^B > 0$  为区间的下界，表示当渐进破坏终止时滑裂面上至少存在一个处于裂隙面单元处于弹性平衡状态，或者至少存在一个岩桥单元处于非贯通状态。 $N^J = N^B = 0$  为区间的上界，表示当渐进破坏终止时滑裂面上所有裂隙面单元处于塑性平衡状态且所有岩桥单元处于贯通状态。此时，对于整个滑裂面而言，它可能处于平衡状态，也可能处于运动状态。

安全系数的定义选用自重超载储备算法<sup>[30]</sup>。安全系数定义为滑裂面处于极限状态时的超载系数。采用这一定义，安全系数是以隐式出现在渐进破坏分析流程中，需要进行迭代。

迭代采用对分法。设定安全系数的精度为  $\varepsilon$ ，一般取为 0.01。在迭代开始之前，首先需要确定超载系数的初始区间，这也是一个迭代过程。极限状态下界对应的超载系数取初始值  $\eta_x$  为 0；极限状态上界对应的超载系数取初始值  $\eta_s = \eta_x + 0.5$ 。初始区间的迭代过程为：①代入  $\eta_s$  进行渐进破坏分析，计数单元状态，转②；②若  $N^J + N^B > 0$ ，则取  $\eta_x = \eta_s$ ， $\eta_s = \eta_x + 0.5$ ，转①；否则结束迭代。

采用对分法，安全系数的迭代流程为：①计算  $\eta = 0.5(\eta_x + \eta_s)$ ；②判定极限状态，若  $\eta_s - \eta_x < \varepsilon$ ，则停止计算，取安全系数  $FOS = \eta$ ，否则转③；③代入  $\eta$  进行渐进破坏分析，计数单元状态转④；④若  $N^J + N^B > 0$ ，则取  $\eta_x = \eta$  和  $\eta_s = \eta_s$ ，否则取  $\eta_x = \eta_x$  和  $\eta_s = \eta$ ，上下界区间赋值完成后转①。完整的稳定分析流程如图 3 所示。

### 3 工程实例

#### 3.1 实例计算

该实例来源于 Paronuzzi 等<sup>[21]</sup>。块体在 1983 年产生崩滑，地点位于意大利东北部 Trieste 市 Rosandra 河谷的一段陡峭的灰岩斜坡地段。失稳的块体是一个几何凸六面体，体积约为 28 m<sup>3</sup>，由 5 条结构面和一条临空面切割而成，其几何参数如表 1 所示。其中，P3 与 SF、P2 与 P5 均为完全平行的平面，将 P3 和 P5 的倾角值调整了 0.1° 以满足几何计算的限定条件。原点距参数由图 4 中的  $\Delta H$ 、 $\Delta L$ 、 $\Delta Z$

3 个参数通过反算得到。边坡岩体沿临面空 SF 的倾向方向上的纵向长度为 5 m，沿临面空 SF 的走向方向上的横向宽度为 7 m，高度为 10 m。块体崩滑后的滑裂面形态如图 1 所示。

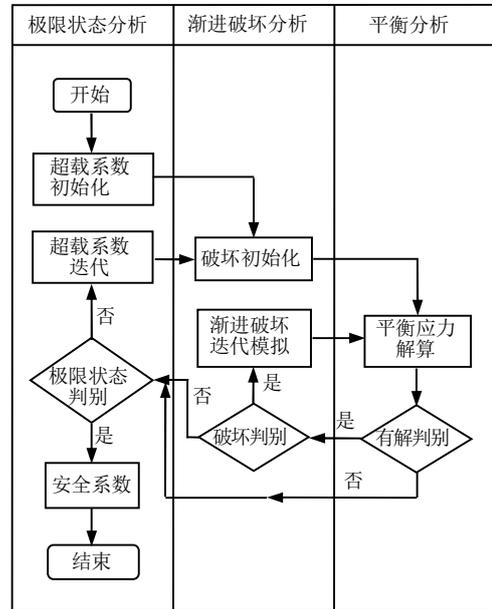


图 3 稳定性分析流程  
Fig.3 Flow chart of stability analysis

表 1 凸块体的几何参数  
Table 1 Geometrical parameters of the convex block

编号 <i>i</i>	倾角 $\alpha$ / (°)	倾向 $\beta$ / (°)	置换符号 $\delta$	原点距 <i>p</i> / m
P1	60.0	245	-1	0.000
P2	80.0	135	-1	-2.000
P3	80.1	220	-1	2.450
P4	20.0	60	1	9.303
P5	79.9	135	1	6.303
SF	80.0	220	1	0.000

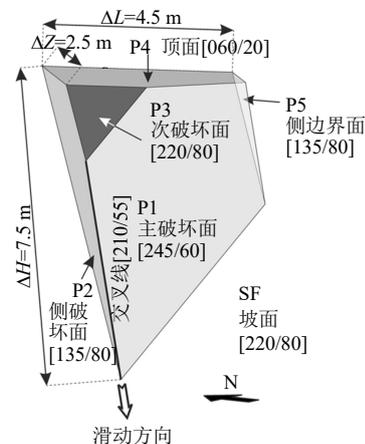


图 4 崩滑岩块体的三维几何描述（平面产状：倾向/倾角）<sup>[21]</sup>  
Fig.4 Three-dimensional geometrical representation of the collapsed rock wedge (plane orientatins: dip dir./dip)<sup>[21]</sup>

结构面 P2 内发育一段尺寸为 15 cm×30 cm 的岩桥, 连通率为 99.62%, 其他结构面完全贯通。岩桥的法向刚度和切向刚度为 100 GPa/m, 裂隙面的法向刚度和切向刚度为 1 GPa/m。裂隙面的黏聚力均为 0, P1 的峰值摩擦角为 33°, P2 的峰值摩擦角为 50°。按块体理论, 块体的运动模式为沿 P1 和 P2 的双面滑移, 运动方向的倾向为 210°, 倾角为 55°。由于 Paronuzzi 等<sup>[21]</sup>没有提供其他结构面的强度参数, 所以参照其地质描述, P3 和 P4 的峰值摩擦角取为 33°, P5 的峰值摩擦角取为 50°; 参照其数值模拟结果, 块体失稳时岩桥抗拉强度取为 2.4 MPa。仅考虑重力作用, 岩石重度为 26 kN/m<sup>3</sup>。

计算结果显示, 块体的安全系数为 0.988。块体产生了失稳, 计算结果与工程实例是吻合的。块体失稳时的渐进破坏过程如图 5 所示。

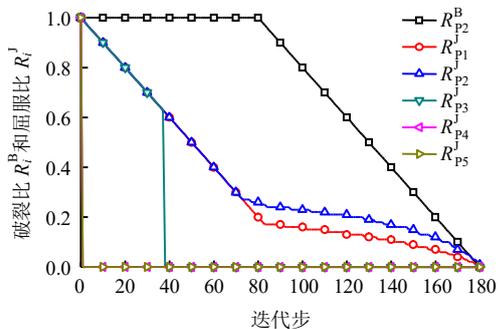


图 5 滑裂面的渐进破坏过程

Fig.8 Progressive failure process of the slip surface

滑裂面的渐进破坏过程为: 第 1 迭代步, P4 和 P5 裂隙面产生张裂, P1、P2 和 P3 裂隙面开始剪切屈服, P2 岩桥未产生破坏; 第 2~37 迭代步, P1、P2 和 P3 裂隙面同步屈服, P2 岩桥未产生破坏, 直至 P3 裂隙面在第 37 迭代步产生张裂; 第 38~73 迭代步, P1 和 P2 裂隙面同步屈服, P2 岩桥未产生破坏, 直至 P1 和 P2 裂隙面在第 73 迭代步不再同步屈服; 第 74~83 迭代步, P1 和 P2 裂隙面持续屈服, P2 岩桥未产生破坏, 直至 P2 岩桥在第 83 迭代步开始破裂; 第 84~184 迭代步, P1 和 P2 裂隙面持续屈服, P2 岩桥持续破裂, 直至裂隙面完全屈服, 岩桥完全贯通, 滑裂面处于运动状态, 块体失稳。

### 3.2 与强度折减法的对比分析

Paronuzzi 等<sup>[21]</sup>采用强度折减法, 计算得到块体失稳时的安全系数为 1.000。本文方法得到的安全系数 (0.988) 与强度折减法基本一致。

在迭代过程中, 传统强度折减法通过折减滑裂面的强度来改变滑裂面上的容许应力, 而滑裂面上

的应力一般是保持不变的。与此不同, 本文方法则通过刚度折减方法来调整整个滑裂面的应力分布, 而保持滑裂面的强度不变。滑裂面在渐进破坏过程中, P1、P2 和 P3 裂隙面单元的应力变化如图 6 所示。第 1 迭代步时, 3 个裂隙面单元的应力均处于强度包络线外部。通过刚度折减迭代, 3 个单元的应力均产生了变化。其中, P1 和 P2 的应力首先向各自的强度包络线附近调整, 随后在强度包络线附近振荡, 最终, 由于一直不能在强度包络线内部实现塑性平衡, 切向刚度折减至 0。从第 2 个迭代步开始, P3 的法向应力和切向应力均在减少, 最终由于法向应力小于 0, 而产生拉破坏。这种折减方法, 使每个裂隙面单元产生剪破坏时, 可以发挥出最大剪切抗力。另外, 整个渐进破坏过程中, 判定极限状态的强度准则始终是不变的。这一点与传统的极限平衡类方法和极限分析类方法是相同的, 也符合边坡稳定分析方法的经典理论框架<sup>[22]</sup>。

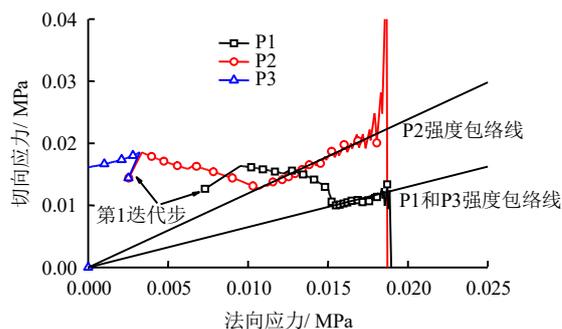


图 6 渐进破坏过程中裂隙面的的应力调整

Fig.6 Stress redistribution of the joints during the progressive failure process

强度折减技术虽然可以描述裂隙面的渐进屈服, 但其突破了边坡稳定分析的经典理论框架。强度准则是经典理论框架的失稳判据。如果对强度进行折减, 则强度准则就无法作为失稳判据使用, 需要建立新的失稳判据。本方法应用刚度折减技术来描述裂隙面单元的渐进屈服, 使单元在满足强度准则的前提下可以发挥最大的剪切抗力。这种描述符合符合 Terzaghi 提出的渐进破坏概念<sup>[31]</sup>, 也符合潘家铮提出的最大最小原理<sup>[32]</sup>。

传统强度折减法的计算结果仅仅输出安全系数, 而本文方法的计算结果不仅输入安全系数, 同时还输出滑裂面的渐进破坏过程。变形破坏机制研究一直是岩石工程研究的重点和核心。黄润秋<sup>[33]</sup>总结了滑坡发生的 5 种地质-力学模式。目前, 很多学者<sup>[34-37]</sup>对于破坏机制的研究依然属于基于详细现场调查的定性描述和分析。渐进破坏过程的模拟,

可以作为一种定量分析方法来应用。本方法有助于岩质边坡变形破坏机制研究从定性分析阶段扩展至定量分析阶段。

## 4 讨 论

滑裂面应力求解的难点在于：简化的力系模型通常是超静定问题。为了将模型转化为静定问题，极限平衡类方法和极限类方法都采用条分法，有限元法和有限差分法采用网格剖分方法。这两种方法都属于连续性的物理划分方法，难以描述岩桥的非连续性的破裂现象。本方法利用连通率参数对结构面进行虚拟划分，实现了岩桥破裂现象的描述和模拟。

参数拾取问题一直是稳定性问题的一个难点。本方法引入的连通率和刚度两种参数，增大了参数拾取的难度。但随着 Goodman 单元在岩土工程领域的广泛应用，刚度参数的研究必然会得到加强。连通率参数的研究成果已非常丰富。

## 5 结 论

(1) 本文提供了一种应用于为岩质边坡块体稳定性评价的新方法。基于静力平衡，提出了连通率折减法和刚度折减法，实现了含共面非贯通结构面岩块的渐进破坏过程模拟。

(2) 遵循岩土工程稳定问题的经典理论框架，重新定义了滑裂面渐进破坏条件下的极限状态，采用自重超载储备方式的安全系数，建立了考虑渐进破坏过程的块体稳定分析方法。

(3) 块体渐进破坏过程的模拟，有助于岩质边坡变形破坏机制研究从定性分析阶段扩展至定量分析阶段。

## 参 考 文 献

- [1] 郑颖人, 赵尚毅. 有限元强度折减法在土坡与岩坡中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(19): 3381—3388.  
ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi. Application of strength reduction FEM in soil and rock slope[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(19): 3381—3388.
- [2] 王庚荪. 边坡的渐进破坏及稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(1): 29—33.  
WANG Geng-sun. The progressive failure of slope and the stability analysis[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2000, 19(1): 29—33.
- [3] 王庚荪, 孔令伟, 郭爱国, 等. 含剪切带单元模型及其在边坡渐进破坏分析中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(21): 3852—3857.  
WANG Geng-sun, KONG Ling-wei, GUO Ai-guo, et al. Element model with shear band and its application to progressive failure analysis of slopes[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(21), 3852—3857.
- [4] 谭福林, 胡新丽, 张玉明, 等. 不同类型滑坡渐进破坏过程与稳定性研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(增刊 2): 597—606.  
TAN Fu-lin, HU Xin-li, ZHANG Yu-ming, et al. Study of progressive failure processes and stabilities of different types of landslides[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(Supp.2): 597—606.
- [5] 卢应发, 杨丽平, 刘德富. 一种新的节理本构模型及几种新的滑坡稳定系数计算方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(12): 2431—2438.  
LU Ying-fa, YANG Li-ping, LIU De-fu. A new joint constitutive model and several new methods of stability coefficient calculation of landslides[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2013, 32(12): 2431—2438.
- [6] 卢应发, 黄学斌, 刘德富. 推移式滑坡渐进破坏机制及稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2016, 35(2): 333—345.  
LU Ying-fa, HUANG Xue-bin, LIU De-fu. Mechanism and stability analyses of progressive failure of thrust-type landslides[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2016, 35(2): 333—345.
- [7] 陈国庆, 黄润秋, 石豫川, 等. 基于动态和整体强度折减法的边坡稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(2): 243—256.  
CHEN Guo-qing, HUANG Run-qiu, SHI Yu-chuan, et al. Stability analysis of slope based on dynamic and whole strength reduction methods[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2014, 33(2): 243—256.
- [8] 薛海斌, 党发宁, 尹小涛, 等. 基于动力学和材料软化特性的边坡渐进破坏特征研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(8): 2238—2246.  
XUE Hai-bin, DANG Fa-ning, YIN Xiao-tao, et al. Progressive failure characteristics of slopes considering strain-softening behavior of geotechnical materials and dynamics[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(8): 2238—2246.

- [9] 沈华章, 王水林, 郭明伟, 等. 应变软化边坡渐进破坏及其稳定性初步研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(1): 175—184.  
SHEN Hua-zhang, WANG Shui-lin, GUO Ming-wei, et al. A preliminary study of the progressive failure and stability of slope with strain-softening behaviour[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(1): 175—184.
- [10] 张俤元, 黄润秋. 坚硬火成岩岸坡岩体结构的表生改造和时效变形[J]. 地质灾害与环境保护, 1990, 1(1): 27—36.  
ZHANG Zhuo-yuan, HUANG Run-qiu. Epigenetic recreation of rockmass structure and time-dependent deformation[J]. **Journal of Geological Hazards and Environment Preservation**, 1990, 1(1): 27—36.
- [11] 黄润秋. 岩石高边坡发育的动力过程及其稳定性控制[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(8): 1525—1544.  
HUANG Run-qiu. Geodynamical process and stability control of high rock slope development[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(8): 1525—1544.
- [12] 杨天鸿, 张锋春, 于庆磊, 等. 露天矿高陡边坡稳定性研究现状及发展趋势[J]. 岩土力学, 2011, 32(5): 1437—1451, 1472.  
YANG Tian-hong, ZHANG Feng-chun, YU Qing-lei, et al. Research situation of open-pit mining high and steep slope stability and its developing trend[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(5): 1437—1451, 1472.
- [13] 陈国庆, 黄润秋, 周辉, 等. 边坡渐进破坏的动态强度折减法研究[J]. 岩土力学, 2013, 34(4): 1140—1146.  
CHEN Guo-qing, HUANG Run-qiu, ZHOU Hui, et al. Research on progressive failure for slope using dynamic strength reduction method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2013, 34(4): 1140—1146.
- [14] MICHALOWSKI R L. Stability assessment of slopes with cracks using limit analysis[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2013, 50(10): 1011—1021.
- [15] HAVAEJ M, STEAD D, EBERHARDT E, et al. Characterization of bi-planar and ploughing failure mechanisms in footwall slopes using numerical modelling[J]. **Engineering Geology**, 2014, 178(8): 109—120.
- [16] STEAD D, WOLTER A. A critical review of rock slope failure mechanisms: The importance of structural geology[J]. **Journal of Structural Geology**, 2015, 74(4): 1—23.
- [17] 郑颖人. 岩土数值极限分析方法的发展与应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(7): 1297—1316.  
ZHENG Ying-ren. Development and application of numerical limit analysis for geological materials[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2012, 31(7): 1297—1316.
- [18] 郭明伟, 李春光, 王水林. 基于有限元应力的三维边坡稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(12): 2494—2500.  
GUO Ming-wei, LI Chun-guang, WANG Shui-lin. Three-dimensional slope stability analysis based on finite element stress[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2012, 31(12): 2494—2500.
- [19] 张雨霆, 丁秀丽, 卢波. 基于数值分析的岩石块体稳定性评价一般性方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, 36(1): 78—92.  
ZHANG Yu-ting, DING Xiu-li, LU Bo. General method for stability evaluation of rock blocks based on numerical simulation[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2017, 36(1): 78—92.
- [20] 郑银河, 夏露, 于青春. 考虑岩桥破坏的块体稳定性分析方法[J]. 岩土力学, 2013, 34(增刊 1): 197—203.  
ZHENG Yin-he, XIA Lu, YU Qing-chun. Stability analysis method of block considering cracking of rock bridge[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2013, 34(Supp.1): 197—203.
- [21] PARONUZZI P, BOLLA A, RIGO E. 3D stress-strain analysis of a failed limestone wedge influenced by an intact rock bridge[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2016, 49(8): 3223—3242.
- [22] MEYERHOF G G. Development of geotechnical limit state design[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1995, 32(1): 128—136.
- [23] 肖国峰, 陈从新. 凸块体的一种几何建构方法[J]. 岩土力学, 2017, 38(6): 1001—1009.  
XIAO Guo-feng, CHEN Cong-xin. An analytic method for geometrical construction of convex polyhedron block[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2017, 38(6): 1001—1009.
- [24] JENNINGS J E. A mathematical theory for the calculation of the stability of slopes in open cast mine[C]//Proceedings of the Symposium on Planning Open Pit Mines. [S. l.]: [s. n.], 1970: 87—102.
- [25] EINSTEIN H H, VENEZIANO D, BAECHER G B, et al. The effect of discontinuity persistence on rock slope stability[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, 1983, 20(5): 227—236.

- [26] 张发明, 汪小刚, 贾志欣, 等. 三维结构面连通率的随机模拟计算[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(9): 1486—1490.  
ZHANG Fa-ming, WANG Xiao-gang, JIA Zhi-xin, et al. 3D joint persistence calculation through random simulation[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(9): 1486—1490.
- [27] 陈剑平, 卢波, 谷宪民, 等. 用投影法求算岩体结构面三维连通率[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(15): 2617—2621.  
CHEN Jian-ping, LU Bo, GU Xian-min, et al. Determining three-dimensional connectivity of rock mass discontinuity by projection[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(15): 2617—2621.
- [28] 吴琼, 唐辉明, 王亮清, 等. 基于平均迹长修正新方法的岩体三维连通率及抗剪强度参数计算[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(增刊 2): 3941—3949.  
WU Qiong, TANG Hui-ming, WANG Liang-qing, et al. Three-dimensional connectivity rate and shear strength parameters calculation based on a new modified method of mean trace length[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(Supp.2): 3941—3949.
- [29] Rocscience Inc. Swedge Probabilistic analysis of the geometry and stability of surface wedges User's Guide[M]. [S. l.]: [s. n.], 2002.
- [30] 郑颖人, 赵尚毅. 边(滑)坡工程设计中安全系数的讨论[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(9): 1937—1940.  
ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi. Discussion on safety factors of slope and landslide engineering design[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2006, 25(9): 1937—1940.
- [31] 沈珠江. 理论土力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2000.  
SHEN Zhu-jiang. Theoretical soil mechanics[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2000.
- [32] 陈祖煜. 建筑物抗滑稳定分析中“潘家铮最大最小原理”的证明[J]. 清华大学学报(自然科学版), 1998, 38(1): 3—6.  
CHEN Zu-yu. On Pan's principles of soil and rock stability analysis[J]. **Journal of Tsinghua University (Sci & Tech)**, 1998, 38(1): 3—6.
- [33] 黄润秋. 20 世纪以来中国的大型滑坡及其发生机制[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(3): 433—454.  
HUANG Run-qiu. Large-scale landslides and their sliding mechanisms in China since the 20th century[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(3): 433—454.
- [34] 王章琼, 晏鄂川, 刘骏, 等. 湖北鹤峰红莲池铁矿反倾岩坡崩塌破坏特征及形成机理分析[J]. 中国地质灾害与防治学报, 2016, 27(3): 7—13.  
WANG Zhang-qiong, YAN E-chuan, LIU Jun, et al. Characteristics and mechanism of the rockfall at Honglianchi iron mine in Hefeng, Hubei province[J]. **Chinese Journal of Geological Hazard and Control**, 2016, 27(3): 7—13.
- [35] 代贞伟, 殷跃平, 魏云杰, 等. 三峡库区藕塘滑坡变形失稳机制研究[J]. 工程地质学报, 2016, 24(1): 44—55.  
DAI Zhen-wei, YIN Yue-ping, WEI Yun-jie, et al. Deformation and failure mechanism of Outang landslide in three gorges reservoir area[J]. **Journal of Engineering Geology**, 2016, 24(1): 44—55.
- [36] 张运达, 王能峰, 马金根, 等. 瀑布沟水电站库首右岸拉裂变形体成因机制与稳定性分析[J]. 中国地质灾害与防治学报, 2016, 27(4): 31—37.  
ZHANG Yun-da, WANG Neng-feng, MA Jin-gen, et al. The mechanism and stability of evaluation for the deforming and cracking slope located on the right shore of Pubugou reservoir head[J]. **Chinese Journal of Geological Hazard and Control**, 2016, 27(4): 31—37.
- [37] 易志坚, 黄润秋, 吴海燕, 等. 唐古栋滑坡成因机制研究[J]. 工程地质学报, 2016, 24(6): 1072—1079.  
YI Zhi-jian, HUANG Run-qiu, WU Hai-yan, et al. Research on formation mechanism of Tanggudong landslide[J]. **Journal of Engineering Geology**, 2016, 24(6): 1072—1079.