

DOI: 10.16285/j.rsm.2016.2668

非稳态热传导时层状路面体系的温度响应

王路君^{1,2,3,4}, 艾智勇^{1,2}

(1. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092;
3. 浙江大学 岩土工程研究所, 浙江 杭州 310058; 4. 浙江大学 软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江 杭州 310058)

摘 要: 利用解析层元法推导温度荷载作用下非稳态热传导时层状路面体系的温度响应解答。从热弹性理论平面应变问题的控制方程出发, 借助于 Laplace-Fourier 积分变换, 推导出单层介质及下卧半平面的精确刚度矩阵即解析层元, 结合有限层法原理及边界条件, 组装并求解总刚度矩阵, 得到其在变换域内的解答, 最后通过相应的积分逆变换得到物理域内的真实解。由于该法刚度矩阵元素中不含正指数项, 计算时不会出现溢出或病态矩阵的现象。编译了相应的计算程序, 所得结果与有限元模拟结果吻合较好。在此基础上, 对有限深度和半平面两种假定条件下的解答进行对比分析, 并分析层状路面体系中位移和温度随时间的变化趋势及沿深度的分布规律。分析表明: 温度场具有一定的影响深度, 超过此深度, 有限深度与半平面理论解答基本一致; 温度荷载的影响深度与其强度有关, 强度越大, 其影响深度越深。

关 键 词: 非稳态热传导; 解析层元; 层状路面体系; 温度响应; 平面应变

中图分类号: TU 470

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2018) 09-3139-08

Thermal responses of layered pavement system with unsteady heat conduction

WANG Lu-jun^{1,2,3,4}, AI Zhi-yong^{1,2}

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310058, China; 4. Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering of Ministry of Education, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310058, China)

Abstract: The analytical solutions of layered pavement system subjected to temperature loading are derived with the use of analytical layer-element method under unsteady heat conduction. Starting with the basic equations of plane strain problems of thermo-elasticity, the analytical layer-elements of a single layer and the underlying half-plane are obtained with the aid of Laplace-Fourier transform. Following the principle of the finite layer method and considering the boundary conditions, the total stiffness matrix is assembled and solved in the transformed domain, and the actual solutions in the physical domain are acquired by adopting the numerical inversion of Laplace-Fourier transform. Because positive exponential function is not included in the analytical layer-element, the computation overflow and ill-conditioned matrices can be avoided. Numerical results are obtained by corresponding computer procedures and are compared with those obtained by the finite element method, which shows a good agreement. The solutions under the assumption of a finite depth and a half-plane are derived and compared. Finally, the variation of vertical displacement and temperature increment along time factor and the distribution of vertical displacement along z direction are analyzed. The results reveal that the temperature change has a certain effect depth, and the results based on the finite depth assumption are consistent with those based on the half-plane assumption when the depth-of-interest is beyond the effect depth. The effect depth is related to the degree of temperature change, the greater the temperature intensity, the deeper the effect depth.

Keywords: unsteady heat conduction; analytical layer-element; layered pavement system; thermal responses; plane strain

1 引 言

层状路面体系处于自然环境中, 在工作状态下,

它不仅承受车辆荷载的作用, 还受到所处自然环境的影响, 温度荷载是其中影响程度最大、影响范围最广的环境因素之一。针对层状体系的响应问题,

收稿日期: 2016-11-14

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.50578121, No.41672275, No.51708494)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (50578121, 41672275, 51708494).

第一作者简介: 王路君, 男, 1985 年生, 博士, 博士后, 主要从事海洋岩土工程及岩土工程多物理场耦合作用方面的研究工作。E-mail: wanglujun007@163.com

通讯作者: 艾智勇, 男, 1966 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土及地下工程方面的教学与研究工作。E-mail: zhiyongai@tongji.edu.cn

已有许多学者进行了深入研究,如任瑞波^[1]、凌建明^[2]、边学成^[3]、卢正^[4]等。以上成果主要研究了车辆荷载对层状体系的影响,而未考虑温度荷载的影响。为了分析温度荷载下层状体系的响应,诸多学者将弹性层状理论求解方法引入到该问题的研究中,如传递矩阵法^[5]、有限层法^[6]、刚度矩阵法或解析层元法^[7-9]及其他解析或数值方法^[10-13]。然而,上述文献均假定层状路面体系的土基为有限深度,如需计算土基为半平面的工况,则将其深度取为一极大值以模拟半平面。这就要求研究或设计人员具有较多的经验,以避免出现较大误差。

鉴于此,本文基于文献[8]的研究,将稳定温度场下层状路面体系的解答扩展至非稳态热传导工况,以分析非稳态热传导时层状路面体系的温度响应,并推导土基为有限深及半空间时层状体系温度响应的理论解;在此基础上对比两种解答,分析温度荷载对层状路面体系的影响深度。本文解析层元元素仅含负指数项和材料物理参数,数值计算时避免了溢出或病态矩阵现象,数值稳定性好且计算效率高,可方便地运用于工程实际。

2 基本方程

在热弹性理论中,不考虑体力时,平面应变问题的静力平衡微分方程为^[14]

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: σ_x 和 σ_z 分别为 x 、 z 方向的正应力; τ_{xz} 为平面的剪应力。

根据广义热弹性 Hooke 定律,平面应变条件下的应力分量可由位移分量和温度增量表示为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{2G}{1-\mu} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \mu \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) - \beta \theta \\ \sigma_z &= \frac{2G}{1-\mu} \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} + \mu \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) - \beta \theta \\ \tau_{xz} &= G \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: G 和 μ 分别为介质的剪切模量和泊松比, $G = E/[2(1+\mu)]$; E 为弹性模量; θ 为温度增量; $\beta = [2G\alpha(1+\mu)]/(1-2\mu)$; α 为介质的线性热膨胀系数。

在平面应变问题中, Fourier 热传导定律为

$$\mathbf{h} = -K \nabla \theta \quad (3)$$

式中: $\mathbf{h} = (h_x, h_z)^T$, h_x 和 h_z 分别表示 x 和 z 向的热

流密度; $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial z} \right)^T$; K 为热传导系数。

基于 Fourier 定律, 0 至 t 时间内, z 向上单位面积的热量 Q 可定义为

$$Q = \int_0^t h_z dt \quad (4)$$

根据能量守恒方程和 Fourier 定律, 热传导控制方程表示为

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \kappa \nabla^2 \theta \quad (5)$$

式中: $\kappa = K/C_0$, 为热扩散系数; $C_0 = \rho C$; ρ 和 C 分别为密度和比热容; $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 。

3 单层介质解析层元的建立

由式(1)、(2)可推导出用位移和温度增量表示的微分控制方程:

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 u_x + \frac{1}{1-2\mu} \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z} \right) - \frac{\beta}{G} \frac{\partial \theta}{\partial x} &= 0 \\ \nabla^2 u_z + \frac{1}{1-2\mu} \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) - \frac{\beta}{G} \frac{\partial \theta}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: u_x 和 u_z 分别为 x 和 z 向的位移。

采用 Laplace-Fourier 变换将上述偏微分方程组转化为易于求解的常微分方程组。关于时间 t 和坐标 x 的 Laplace-Fourier 变换及其逆变换为^[15]

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}(\xi, z, s) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, z, t) e^{-st} e^{-i\xi x} dt dx \\ f(x, z, t) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{f}(\xi, z, s) e^{st} e^{i\xi x} ds d\xi \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: $\bar{f}(\xi, z, s)$ 为 $f(x, z, t)$ 经过 Laplace-Fourier 变换后的形式; s 和 ξ 分别是 t 和 x 的积分变换参数。

对式(5)、(6)进行 Laplace-Fourier 变换得

$$\frac{2(1-\mu)}{1-2\mu} \xi^2 i \bar{u}_x - \frac{d^2(i \bar{u}_x)}{dz^2} + \frac{1}{1-2\mu} \xi \frac{d \bar{u}_z}{dz} - \frac{\beta}{G} \xi \bar{\theta} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{2(1-\mu)}{1-2\mu} \frac{d^2 \bar{u}_z}{dz^2} + \frac{1}{1-2\mu} \xi \frac{d(i \bar{u}_x)}{dz} - \xi^2 \bar{u}_z - \frac{\beta}{G} \frac{d \bar{\theta}}{dz} = 0 \quad (9)$$

$$\kappa \frac{d^2 \bar{\theta}}{dz^2} - (\kappa \xi^2 + s) \bar{\theta} = 0 \quad (10)$$

关于坐标 z 的 Laplace 变换及逆变换定义为^[15]

$$\left. \begin{aligned} \hat{f}(\xi, p, s) &= \int_0^\infty \bar{f}(\xi, z, s) e^{-pz} dz \\ \bar{f}(\xi, z, s) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \hat{f}(\xi, p, s) e^{pz} dp \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中: $\hat{f}(\xi, p, s)$ 表示 $\bar{f}(\xi, z, s)$ 经 Laplace 变换后的形式, p 为 z 的 Laplace 变换参数。

对式 (8)~(10) 进行关于坐标 z 的 Laplace 变换, 并结合式 (2)、(4), 可得如下矩阵方程式:

$$\hat{\mathbf{A}}(\xi, p, s) = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{C} \quad (12)$$

其中:

$$\hat{\mathbf{A}}(\xi, p, s) = [i\hat{u}_x, \hat{u}_z, \hat{\theta}]^T \quad (13)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} p^2 - b_2 \xi^2 / G & -b_1 \xi p / G & \beta \xi / G \\ b_1 \xi p / G & b_2 p^2 / G - \xi^2 & -\beta p / G \\ 0 & 0 & \kappa p^2 - \kappa \xi^2 - s \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} p & -\lambda \xi / G & 0 & 1/G & 0 & 0 \\ \xi & b_2 p / G & 0 & 0 & 1/G & 0 \\ 0 & 0 & \kappa p & 0 & 0 & -\kappa s / K \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{C} = [\bar{\mathbf{A}}(\xi, 0, s), \bar{\mathbf{F}}(\xi, 0, s)]^T \quad (16)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= \lambda + G \\ b_2 &= \lambda + 2G \\ \bar{\mathbf{F}}(\xi, z, s) &= [i\bar{\tau}_{xz}, \bar{\sigma}_z, \bar{Q}]^T \\ \bar{\mathbf{A}}(\xi, z, s) &= [i\bar{u}_x, \bar{u}_z, \bar{\theta}]^T \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中: $\bar{\mathbf{F}}(\xi, z, s)$ 和 $\bar{\mathbf{A}}(\xi, z, s)$ 分别为 Laplace-Fourier 变换域内的广义应力和广义位移向量。

对式 (12) 进行关于 p 的 Laplace 逆变换, 得

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}(\xi, 0, s) \\ \bar{\mathbf{A}}(\xi, z, s) \end{bmatrix} = \mathbf{N} \mathbf{C} \quad (18)$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{D}_1 & \mathbf{D}_2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

式中: \mathbf{D}_1 和 \mathbf{D}_2 均为 3×3 的子矩阵; $\mathbf{I}_{3 \times 3}$ 为 3 阶单位矩阵; $\mathbf{0}_{3 \times 3}$ 为 3 阶 0 矩阵。

对式 (2)、(4) 施加 Laplace-Fourier 变换得

$$\bar{\mathbf{F}}(\xi, z, s) = \mathbf{H} \mathbf{R} \quad (20)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & -G\xi & 0 & G & 0 & 0 \\ \lambda\xi & 0 & -\beta & 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K/s \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\mathbf{R} = [\bar{\mathbf{A}}(\xi, z, s) \quad d\bar{\mathbf{A}}(\xi, z, s)/dz]^T \quad (22)$$

结合式 (18)、(20), 可得

$$\bar{\mathbf{F}}(\xi, z, s) = \mathbf{E} \mathbf{C} = [\mathbf{E}_1 \quad \mathbf{E}_2] \mathbf{C} \quad (23)$$

式中: $\mathbf{E} = \mathbf{H}[\mathbf{D} \quad d\mathbf{D}/dz]^T$, \mathbf{E}_1 和 \mathbf{E}_2 为 3×3 的子矩阵。

根据式 (23), 得到如下形式的矩阵:

$$\begin{bmatrix} -\bar{\mathbf{F}}(\xi, 0, s) \\ \bar{\mathbf{F}}(\xi, z, s) \end{bmatrix} = \mathbf{M} \mathbf{C} \quad (24)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{E}_1 & \mathbf{E}_2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

由式 (18)、(24), 可得到 Laplace-Fourier 变换域内单层介质上、下表面变量之间的关系:

$$\begin{bmatrix} -\bar{\mathbf{F}}(\xi, 0, s) \\ \bar{\mathbf{F}}(\xi, z, s) \end{bmatrix} = \Phi \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}(\xi, 0, s) \\ \bar{\mathbf{A}}(\xi, z, s) \end{bmatrix} \quad (26)$$

式中: $\Phi = \mathbf{M} \mathbf{N}^{-1}$ 为 6×6 的刚度矩阵, 它建立了单层介质上、下表面应力和位移向量间的关系, 称为平面应变热弹性问题的“解析层元”, 其元素见附录 A。

在岩土工程和交通工程中经常会遇到竖向无限延伸的半平面问题, 为了更精确地求解此类问题, 采用与上述类似的推导, 在式 (18)、(24) 中考虑 z 趋于无穷大的下表面边界条件, 可获得半平面介质表面广义位移与广义应力间的关系:

$$[-\bar{\mathbf{F}}(\xi, z, s)] = \Phi^* [\bar{\mathbf{A}}(\xi, z, s)] \quad (27)$$

式中: Φ^* 是一个 3×3 的非对称精确刚度矩阵, 为下卧半平面的“解析层元”, 具体元素见附录 B。

4 层状体系的解析层元解

图1所示为温度荷载作用下 n 层体系计算模型, 温度荷载强度为 θ_0 , 宽度为 $2b$, H_i 和 H_{i-1} 分别表示第 i 层介质底面和顶面至地表的深度。

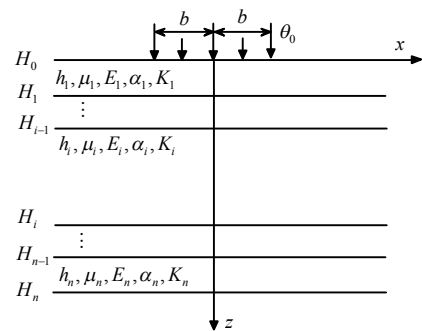


图1 温度荷载作用下层状体系计算模型

Fig.1 Model of layered system under temperature loading

据不同边界假定, 底面边界条件可分两种情况:

(1) 当土基为有限深度时, 底面边界条件为

$$\bar{u}_x(\xi, z, s) = \bar{u}_z(\xi, z, s) = \bar{\theta}(\xi, z, s) = 0 \quad (28)$$

(2) 当土基为半平面时, 温度荷载对半平面无限远边界 ($z \rightarrow \infty$) 的影响将消失, 且有

$$\bar{u}_x(\xi, z, s) = \bar{u}_z(\xi, z, s) = \bar{Q}(\xi, z, s) = 0 \quad (29)$$

两种情况下, 层状体系上表面边界条件均相同:

$$\bar{\theta} = \begin{cases} \sin(b\xi)\theta/\pi\xi s & |x| \leq b \\ 0 & |x| > b \end{cases} \quad (30)$$

$$\bar{\tau}_{xz}(\xi, 0, s) = \bar{\sigma}_z(\xi, z, s) = 0$$

假定各层间完全接触, 根据有限层法原理并结合前文所得解析层元, 可构建层状体系的总刚度矩阵。当土基为有限深度时, 对各层解析层元式 (26) 进行矩阵叠加, 可得

$$\begin{bmatrix} -\bar{\Gamma}(\xi, H_0, s) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ -\bar{\Gamma}(\xi, H_n, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi^{(1)} & & 0 \\ & \Phi^{(2)} & \\ & & \ddots \\ 0 & & & \Phi^{(n-1)} \\ & & & & \Phi^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}(\xi, H_0, s) \\ \bar{A}(\xi, H_1, s) \\ \vdots \\ \bar{A}(\xi, H_i, s) \\ \vdots \\ \bar{A}(\xi, H_n, s) \end{bmatrix} \quad (31)$$

当土基为下卧半平面时, 结合单层及下卧半平面解析层元式 (26)、(27), 可得总刚度矩阵:

$$\begin{bmatrix} -\bar{\Gamma}(\xi, H_0, s) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi^{(1)} & & 0 \\ & \Phi^{(2)} & \\ & & \ddots \\ 0 & & & \Phi^{(n)} & \Phi^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}(\xi, H_0, s) \\ \bar{A}(\xi, H_1, s) \\ \vdots \\ \bar{A}(\xi, H_i, s) \\ \vdots \\ \bar{A}(\xi, H_n, s) \end{bmatrix} \quad (32)$$

结合已知边界条件, 对式 (31)、(32) 进行求解, 得到不同路基工况下层状体系温度响应在积分变换域内的解答, 通过相应的逆变换, 可求出其在物理域内的解。

5 算例与分析

5.1 数值验证

本文 Laplace 逆变换采用文献[16]建议的 FT 法, Fourier 逆变换采用分段 10 点 Gauss 积分实现。为

验证本文理论及解答的正确性, 本节设计算例计算温度荷载作用下荷载中心处介质表面竖向位移 (向上为正) 随时间的变化情况, 并与有限元软件 ABAQUS 的计算结果进行对比, 计算参数及结果如图 2 所示。由图可知, 本文计算结果与 ABAQUS 数值解在各时刻皆较为相符。

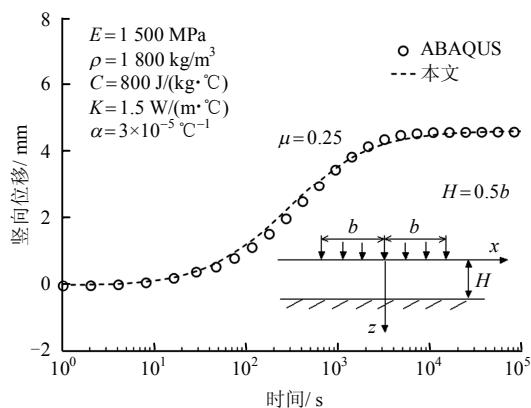


图2 表面温度荷载作用下竖向位移对比
Fig.2 Comparison of vertical displacement subjected to surface temperature loading

考虑特殊的一种工况, 即外界温度场恒定、时间 t 为无穷大, 此时可不考虑温度的影响, 热弹性问题就退化为弹性地基问题。本节算例与已有文献[17]对比, 以验证本文解答。图 3 展示了厚度为 H 的弹性层表面作用强度为 q 、宽度为 a 的竖向均布荷载时, 表面竖向位移的计算结果。计算参数如下: $G=25$ MPa, $H=2a$, $a=1$ m, μ 取值有两种情况: $\mu=0.2$ 和 $\mu=0.4$, $u_z^* = Eu_z^*/[(\mu^2 - 1)qH]$ 。表面竖向位移沿水平向的分布如图 3 所示, 由图可知, 两种工况下本文结果与文献[17]均较为相符。

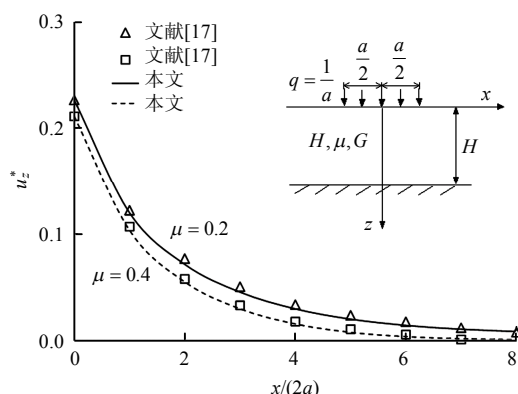


图3 均布荷载作用下竖向位移对比
Fig.3 Comparison of vertical displacement subjected to surface uniform loading

5.2 有限深土基与半平面体解答的对比分析

对于层状体系的温度响应问题, 许多学者将土

基厚度取得较大,以模拟土基的半平面情况。针对此问题,有必要了解不同土基厚度假定时的计算结果与半平面理论解答的差异,以保证计算结果具有足够的精度。本文式(31)、(32)分别给出了有限深多层体系和多层半平面体的总刚度矩阵方程,本节基于上述理论进行求解。为了避免层状特性对计算结果的影响,取单层各向同性土体进行分析。表面温度荷载宽度 $2b = 10\text{ m}$, 土体参数取值为: $E = 10\text{ MPa}$, $\mu = 0.25$, $\rho = 1\ 800\text{ kg/m}^3$, $C = 800\text{ J/(kg}\cdot^{\circ}\text{C)}$, $\alpha = 3 \times 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, $K = 15\text{ W/(m}\cdot^{\circ}\text{C)}$ 。模型如图4中插图,保持荷载宽度 b 不变,取4种不同厚度 H 的单层土体进行计算,并将所得结果与半平面理论解答进行对比。

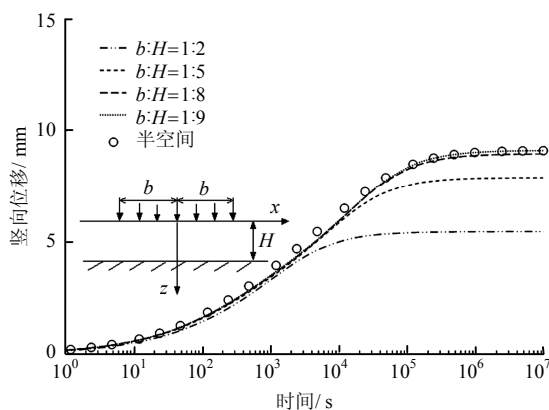


图4 表面竖向位移随时间的变化曲线

Fig.4 Variation of vertical surface displacement along time increment

图4为土体表面荷载中心处($x = z = 0$)竖向位移随时间的变化曲线。由图可知,竖向位移随时间的推移逐渐增大,最终趋于稳定;随着 H 的增大,竖向位移的稳定值逐渐增大,当 $H = 9b$ 时,计算结果与半平面理论解答基本一致;图中曲线还表明,随着 H 的增大,竖向位移到达稳定状态所需的时间也逐渐增大,这是由于热量传导至底面的时间随着土层厚度的增加而增长。图5展示了不同工况下土层表面竖向位移沿 x 向的分布。当 $H = 9b$ 时,无论是中心点处还是距中心点较远处,有限深度层的结果与半平面理论解答均有较好的一致性;这是由于表面温度荷载的影响深度有限,当土体厚度 $H = 9b$ 时已大于温度荷载的影响深度,导致此时的计算结果与半空间解答基本相同。因此,在工程实践中,应选择合理的计算深度以提高结果的可靠性。

5.3 层状路面体系的温度响应分析

本节通过两组算例研究温度荷载下路面体系竖向位移及温度的变化。材料参数见表1,比热容由

上至下依次为 970 、 900 、 800 、 $600\text{ J/(kg}\cdot^{\circ}\text{C)}$ 。中心线上($x = 0$)不同深度计算点 $A \sim F$ (深度分别为 0.0 、 0.1 、 0.3 、 0.6 、 0.9 、 2.0 m) 竖向位移随时间的变化曲线见图6。由图可知, A 、 B 和 C 点的曲线基本重合,且明显大于土基中的 F 点。竖向位移随时间的推移逐渐增大,最终趋于稳定;表明经过足够长时间的热传导,层状体系热量传递达到了相对平衡状态。图7展示了不同时刻竖向位移沿深度的分布,结果表明,在面层、基层和垫层处,位移变化率较小且三者变化率相差较小;在土基层,位移量随着深度的增加而减小,这是由于土基层的热膨胀系数与其他3层的热膨胀系数相差较大。可见,

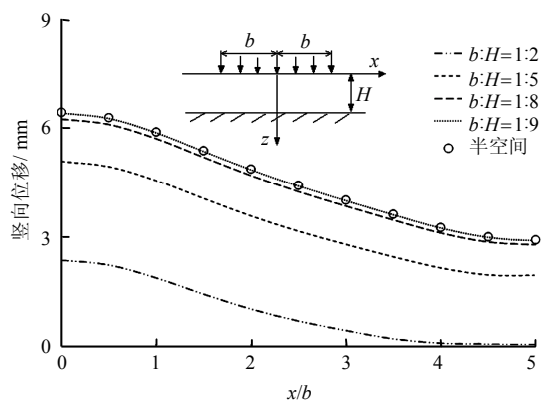


图5 表面竖向位移沿 x 方向的分布

Fig.5 Distribution of vertical surface displacement along x direction

表1 计算参数表

Table 1 List of different calculation parameters

土层	E /MPa	μ	h /m	ρ /(kg/m ³)	K /(W/(m·°C))	α /(10 ⁻⁵ °C ⁻¹)
面层	1 200	0.25	0.15	2 400	1.5	3.01
基层	1 500	0.28	0.30	2 200	1.3	5.45
垫层	450	0.30	0.25	2 100	1.1	6.80
土基	20	0.35	∞	2 000	1.0	10.50

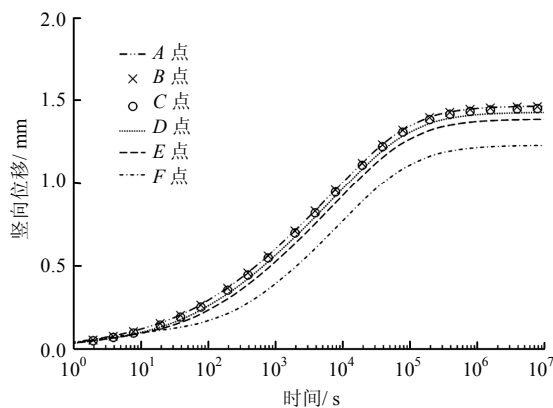
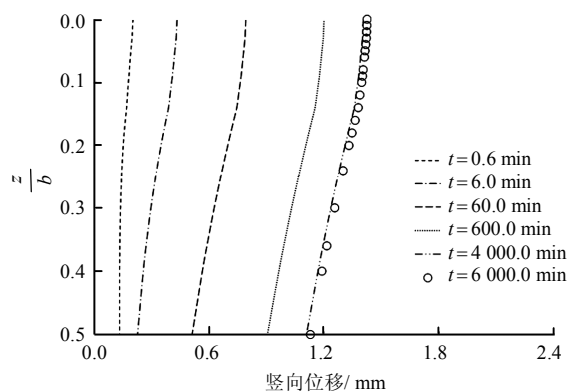


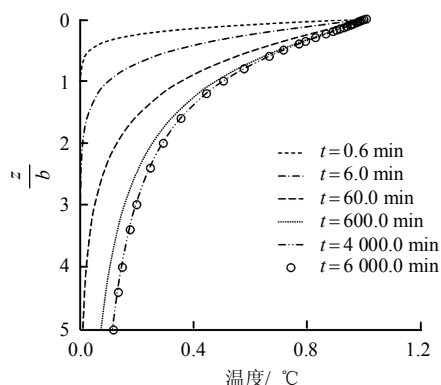
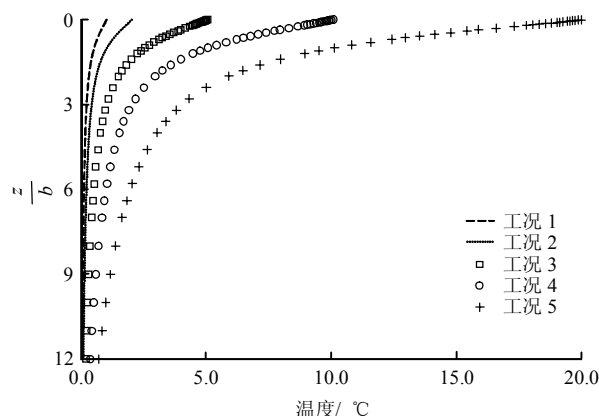
图6 不同计算点竖向位移随时间的变化曲线

Fig.6 Vertical displacement variation of different calculating points along time increment

图7 不同时刻竖向位移沿 z 方向的分布Fig.7 Distribution of vertical displacement along z direction at different times

在进行路面结构设计时应加强面层之间的黏结,防止因出现裂缝而影响路面结构性能。

图8和图9分别展示了温度荷载下层状路面体系温度场在中心线处的分布规律及不同温度荷载的影响深度。图8描述了温度增量为 1.0°C 时,不同时刻层状路面体系温度沿深度的分布。由图可知,施加温度荷载的较短时间内($t = 0.6\text{ min}$),其影响深度有限,约为荷载宽度的0.5倍;随着时间的增长,影响深度逐渐增大,当经历足够长时间的热量传导,层状体系的温度场渐趋稳定。图9揭示了不同强度温度荷载下温度沿深度的分布规律,算例中时间取的足够大($t = 10^5\text{ min}$)以保证各工况下温度场均处于稳定状态。工况1~5中温度荷载强度分别为 1.0 、 2.0 、 5.0 、 10.0 、 20.0°C 。表面温度荷载较小时(如 1.0 、 2.0°C),其影响深度范围较小,深度在 $z/b = 5$ 处,其影响即可忽略;随着荷载强度的增大,其影响深度逐渐增大。在距离表面较近的范围内($z/b < 2$),温度降幅较大,这与面层、基层及垫

图8 不同时刻温度增量沿 z 方向的分布Fig.8 Distribution of temperature increment along z direction at different times图9 不同温度荷载作用下温度增量沿 z 方向的分布Fig.9 Distribution of temperature increment along z direction subjected to different temperature loads

层的比热容较大有关;比热容越大,介质的吸热能力越强,即升高相同的温度所吸收的热量越多。

6 结 论

采用解析层元法求解了温度荷载作用下非稳态热传导时层状体系的温度响应问题。首先借助于Laplace-Fourier积分变换,推导出变换域内单层介质及下卧半平面的解析层元;然后结合有限层法原理及边界条件,组装并求解总刚度矩阵,得到问题的解答;通过相应的积分逆变换得到物理域内的解。编译了Fortran计算程序,所得结果与ABAQUS模拟结果吻合较好。在此基础上对比了有限深和半平面两种假定下的解答,分析了层状体系中位移和温度随时间的变化及沿深度的分布规律。表明:

(1) 温度场对层状体系具有一定的影响深度,超过此深度,有限深度与半平面理论解答基本一致。因此,在工程实践中,应选择合理的计算深度以提高结果的可靠性。

(2) 温度荷载施加后,随着时间的推移,层状体系的竖向位移逐渐增大,并最终趋于稳定。

(3) 由于土基层的热膨胀系数与其他3层的热膨胀系数相差较大,在面层、基层和垫层处,竖向位移变化率较小且三者变化率相差较小;在土基层,竖向位移随着深度的增加而减小。

(4) 温度荷载的影响深度随着时间的增加而逐渐增大,但最后整个路面结构的温度场又趋于稳定;此外,温度荷载的影响深度与其强度大小有关,强度越大,其影响深度越深。

参 考 文 献

[1] 任瑞波,钟阳,殷建华.路面结构在动荷载作用下路表

- 弯沉的求解[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(6): 738—740.
- REN Rui-bo, ZHONG Yang, YIN Jian-hua. The solution of road surface deflection in the dynamic case[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2000, 22(6): 738—740.
- [2] 凌建明, 王伟, 郭洪波. 行车荷载作用下湿软路基残余变形的研究[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2002, 30(11): 1315—1320.
- LING Jian-ming, WANG Wei, WU Hong-bo. On residual deformation of saturated clay subgrade under vehicle load[J]. **Journal of Tongji University (Natural Science)**, 2002, 30(11): 1315—1320.
- [3] 边学成, 陈云敏. 列车移动荷载作用下分层地基响应特性[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(1): 182—189.
- BIAN Xue-cheng, CHEN Yun-min. Characteristics of layered ground responses under train moving loads[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(1): 182—189.
- [4] 卢正, 姚海林, 骆行文, 等. 公路交通荷载作用下分层地基的三维响应分析[J]. 岩土力学, 2009, 30(10): 2965—2970.
- LU Zheng, YAO Hai-lin, LUO Xing-wen, et al. 3D dynamic responses of layered ground under vehicle loads[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(10): 2965—2970.
- [5] ZHONG Y, GENG L T. Thermal stresses of asphalt pavement under dependence of material characteristics on reference temperature[J]. **Mechanics of Time-Dependent Materials**, 2009, 13(1): 81—91.
- [6] SMALL J C, BOOKER J R. The behavior of layered soil or rock containing a decaying heat source[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1986, 10(5): 501—519.
- [7] 钟阳, 赵晓雷. 利用刚度矩阵法求解多层弹性半空间体的温度应力[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(4): 374—377.
- ZHONG Yang, ZHAO Xiao-lei. Thermo-stress in multi-layered elastic half space solved with stiffness matrix method[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2005, 27(4): 374—377.
- [8] 艾智勇, 王路君, 曾凯. 稳定温度场下层状路面体系的解析层元解[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2014, 42(11): 1665—1669.
- AI Zhi-yong, WANG Lu-jun, ZENG Kai. Analytical layer-element solution for layered pavement in stable temperature field[J]. **Journal of Tongji University (Natural Science)**, 2014, 42(11): 1665—1669.
- [9] AI Z Y, WANG L J, LI B. Analysis of axisymmetric thermo-elastic problem in multilayered material with anisotropic thermal diffusivity[J]. **Computers and Geotechnics**, 2015, 65: 80—86.
- [10] CARTER P, BOOKER J R. Finite element analysis of coupled thermoelasticity[J]. **Computers and Structures**, 1989, 31(1): 73—80.
- [11] 吴赣昌. 层状路面体系温度场分析[J]. 中国公路学报, 1992, 5(4): 17—25.
- WU Gan-chang. The analysis of pavement temperature field of multi-layer system[J]. **China Journal of Highway and Transport**, 1992, 5(4): 17—25.
- [12] 钱国平, 郭忠印, 郑健龙, 等. 环境条件下沥青路面热黏弹性温度应力计算[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2003, 31(2): 150—155.
- QIAN Guo-ping, GUO Zhong-yin, ZHENG Jian-long, et al. Calculation for thermal stresses of asphalt pavement under environmental conditions based on thermal viscoelasticity theory[J]. **Journal of Tongji University (Natural Science)**, 2003, 31(2): 150—155.
- [13] 宋二祥, 罗爽, 孔郁斐, 等. 路基土体“锅盖效应”的数值模拟分析[J]. 岩土力学, 2017, 38(6): 1781—1788.
- SONG Er-xiang, LUO Shuang, KONG Yu-fei, et al. Simulation and analysis of pot-cover effect on moisture transport in subgrade soil[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2017, 38(6): 1781—1788.
- [14] BIOT M A. Thermoelasticity and Irreversible Thermodynamics[J]. **Journal of Applied Physics**, 1956, 27(3): 240—253.
- [15] SNEDDON IN. The use of integral transform[M]. New York: McGraw-Hill Education, 1972.
- [16] ABATE J, VALKO P P. Multi-precision Laplace transform inversion[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 2004, 60(5): 979—993.
- [17] 赵光恒, 张子明. 有限深弹性层上基础梁的计算[J]. 华东水利学院学报, 1984, (2): 32—45.

ZHAO Guang-heng, ZHANG Zi-ming. Computation of foundation beams on elastic layers of finite depth[J]. *Journal of East China Technical University of Water Resources*, 1984, (2): 32—45.

附录 A

$$\Phi_{11} = \Phi_{44} = 2G\xi b_2(4z\xi a_1^2 b_1 - b_3 d_1 d_3) / \Omega \quad (A1)$$

$$\Phi_{12} = \Phi_{21} = 2G\xi(4z^2 \xi^2 a_1^2 b_1^2 - Gb_3 d_1^2) / \Omega \quad (A2)$$

$$\Phi_{13} = \Phi_{46} = -2G\beta K\xi(4z\xi a_1 b_1 f_1 + b_3 d_1 f_2) / (s\rho C\Omega d_2) \quad (A3)$$

$$\Phi_{14} = \Phi_{41} = 4G\xi a_1 b_2(b_3 d_1 - z\xi b_1 d_3) / \Omega \quad (A4)$$

$$\Phi_{15} = \Phi_{31} = -4Gz\xi^2 a_1 b_1 b_2 d_1 / \Omega \quad (A5)$$

$$\Phi_{16} = \Phi_{43} = -4G\beta K\xi(b_3 d_1 f_1 + z\xi a_1 b_1 f_2) / (s\rho C\Omega d_2) \quad (A6)$$

$$\Phi_{22} = \Phi_{55} = -2G\xi b_2(4z\xi a_1^2 b_1 + b_3 d_1 d_3) / \Omega \quad (A7)$$

$$\Phi_{23} = 2G\beta K\xi(4\delta a_1 a_2 b_3 d_1 + 4z\delta\xi a_1 b_1 d_5 + b_3 d_1 f_3) / (s\rho C\Omega d_2) \quad (A8)$$

$$\Phi_{24} = \Phi_{42} = -\Phi_{15} \quad (A9)$$

$$\Phi_{25} = \Phi_{52} = 4G\xi a_1 b_2(b_3 d_1 + z\xi b_1 d_3) / \Omega \quad (A10)$$

$$\Phi_{26} = 4G\beta K\xi(4z\delta\xi a_1^2 a_2 b_1 + \delta b_3 d_1 d_5 + z\xi a_1 b_1 f_3) / (s\rho C\Omega d_2) \quad (A11)$$

$$\Phi_{31} = \Phi_{32} = \Phi_{34} = \Phi_{35} = 0 \quad (A12)$$

$$\Phi_{33} = \Phi_{66} = -K\delta d_4 / sd_2 \quad (A13)$$

$$\Phi_{36} = \Phi_{63} = 2K\delta a_2 / sd_2 \quad (A14)$$

$$\Phi_{45} = \Phi_{54} = -\Phi_{12} \quad (A15)$$

$$\Phi_{53} = -\Phi_{26} \quad (A16)$$

$$\Phi_{56} = -\Phi_{23} \quad (A17)$$

$$\Phi_{61} = \Phi_{62} = \Phi_{64} = \Phi_{65} = 0 \quad (A18)$$

其中:

$$\delta^2 = \xi^2 + s\rho C / K \quad (A19)$$

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= e^{-z\xi} \\ a_2 &= e^{-z\delta} \end{aligned} \right\} \quad (A20)$$

$$b_3 = \lambda + 3G \quad (A21)$$

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= 1 - a_1^2 \\ d_2 &= 1 - a_2^2 \\ d_3 &= 1 + a_1^2 \\ d_4 &= 1 + a_2^2 \\ d_5 &= (a_2 - a_1)(1 - a_1 a_2) \end{aligned} \right\} \quad (A22)$$

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \delta a_2 d_1 - \xi a_1 d_2 \\ f_2 &= \xi d_2 d_3 - \delta d_1 d_4 \\ f_3 &= \xi d_1 d_2 - \delta d_3 d_4 \end{aligned} \right\} \quad (A23)$$

$$\Omega = 4z^2 \xi^2 a_1^2 b_1^2 - b_3^2 d_1^2 \quad (A24)$$

附录 B

$$\Phi_{11}^* = \Phi_{22}^* = 2G\xi b_2 / b_3 \quad (B1)$$

$$\Phi_{12}^* = \Phi_{21}^* = -2G^2 \xi / b_3 \quad (B2)$$

$$\Phi_{13}^* = \Phi_{23}^* = 2G\beta K\xi(\xi - \delta) / (s\rho Cb_3) \quad (B3)$$

$$\Phi_{31}^* = \Phi_{32}^* = 0 \quad (B4)$$

$$\Phi_{33}^* = -K\delta / s \quad (B5)$$

上接第 3138 页

- [17] HOULSBY G T, BYRNE B W. Design procedures for installation of suction caissons in sand[J]. *Geotechnical Engineering*, 2005, 158(3): 135—144.
- [18] GUO Z, JENG D, GUO W, et al. Simplified approximation for seepage effect on penetration resistance of suction caissons in sand[J]. *Ships and Offshore Structures*, 2016: 1—11.
- [19] American Petroleum Institute. API RP 2A Recommended practice for planning, designing and constructing fixed offshore platforms—working stress design[S]. Washington D.C: API Publishing Services, 2000.

- [20] HARIRECHE O, MEHRAVAR M, ALANI A M. Soil conditions and bounds to suction during the installation of caisson foundations in sand[J]. *Ocean Engineering*, 2014, 88: 164—173.
- [21] 陈飞, 练继建, 马煜祥, 等. 粉砂中筒型基础沉贯过程筒-土作用机制试验研究[J]. *岩土工程学报*, 2015, 37(4): 683—691.
- CHEN Fei, LIAN Ji-jian, MA Yu-xiang, et al. Model tests on bucket-soil interaction during installation of bucket foundation in silt sand[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2015, 37(4): 683—691.