DOI：10.16285/j.rsm.2016.2623

粗糙岩石裂隙低速非线性渗流模型及试验验证

熊 峰[1]，孙 昊[1]，姜清辉[1]，叶祖洋[2]，薛道锐[1]，刘乳燕[1]

（1. 武汉大学 土木建筑工程学院，湖北 武汉 430072；2. 武汉科技大学 资源与环境工程学院，湖北 武汉 430081）

摘 要：岩体粗糙裂隙非线性渗透特性是岩体渗流研究的重要课题。针对 Javadi 所提 T 模型中亚裂隙中速度恒定这一假设的不足，将其修正为速度与开度成正比的经验关系，考虑黏性压降和局部压降，提出了新的低速下粗糙裂隙非线性渗流模型（MT 模型）。为了验证 MT 模型的正确性，对 5 种不同粗糙裂隙进行了低流量的饱和渗流试验，将现有模型及 MT 模型的预测值与试验结果进行对比，分析表明 MT 模型与试验结果更为吻合，且模型适用于粗糙性系数 *JRC*≤10 的低粗糙度裂隙，雷诺数小于 1 000 的低流速情况。对 MT 模型进行分析，初步揭露了粗糙裂隙的非线性渗流机制，即小雷诺数下的 Darcy 流和大雷诺数下的 Forchheimer 流，并用临界雷诺数区分两种流动行为。分析了裂隙的粗糙度和开度对非线性渗流特性的影响，表明裂隙越粗糙或开度越小，则临界雷诺数越小，非线性作用将越强。提出了临界雷诺数与水力开度和绝对粗糙度的经验关系式，同时指出该关系式适用于 *JRC*≤10 的低粗糙度裂隙。

关 键 词：岩石裂隙；非线性流动模型；渗流试验；开度；粗糙度；临界雷诺数

中图分类号：O 351 **文献识别码：**A **文章编号：**1000－7598 (2018) 09－3294－10

Theoretical model and experimental verification on non-linear flow at low velocity through rough-walled rock fracture

XIONG Feng[1], SUN Hao[1], JIANG Qing-hui[1], YE Zu-yang[2], XUE Dao-rui[1], LIU Ru-yan[1]

(1. School of Civil Engineering, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China; 2. School of Resources and Environmental Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430081, China)

Abstract: Non-linear flow in rough-walled rock fracture is one of significant issues of rock mass seepage properties. Based on viscous pressure drop and local pressure drop, a novel non-linear flow model (MT model) at the low velocity though rough-walled rock fracture is proposed for the assumption of velocity proportional to an aperture in sub-fracture which takes place assumption of equal velocity in Javadi's T model. Saturated seepage experiments of five rock fracture replicas at the low flow rate are carried out. The results show that MT model is preferable to fit experimental data compared with preceding others, so the MT model is more exact in describing non-linear flow. Furthermore, the MT model is applicable to the case: the fractures with *JRC* less than or equal to 10 and Reynolds number lower than 1 000. After a thorough study of MT model, it is discovered that there are two flow regimes in rough-walled rock fractures: Darcy flow in small Reynolds number and Forchheimer flow in large Reynolds number, and a critical Reynolds number is defined to differentiate between them. The effects of fracture roughness and aperture on non-linear flow are discussed. The rougher and smaller aperture of fracture is, the smaller critical Reynolds number is, and the stronger non-linear effect is. A formulation of the critical Reynolds number, hydraulic aperture and absolute roughness is developed. In addition, the formulation is reasonable in rough-walled fracture with *JRC* less than or equal to 10.

Keywords: rock fracture; non-linear flow model; seepage experiment; aperture; roughness; critical reynolds number

1 引 言

岩体作为一种复杂的地质体，内部发育有大量裂隙，裂隙和密集的岩石孔隙是地下水、油、气迁移主要通道和储存空间。因此，开展裂隙渗流特性研究，对于分析复杂岩体环境中的渗流场演化特征

收稿日期：2016-11-08
基金项目：国家自然科学基金（No.51679173， No.51709207）；湖北省自然科学基金（No.2016CFA083）。
This work was supported by National Natural Science Foundation of China (51679173, 51709207) and the Natural Science Foundation of Hubei Province (2016CFA083).
第一作者简介：熊峰，男，1992 年生，博士研究生，主要从事裂隙岩体渗流方面的研究工作。E-mail: Whufengx@163.com
通讯作者：姜清辉，男，1972 年生，博士，教授，博士生导师，主要从事岩石力学数值方法方面的研究工作。E-mail: Jqh1972@whu.edu.cn

和裂隙岩体渗流控制具有重要的理论意义。

早期研究中，基于线性达西流岩体裂隙被简化为光滑平行板模型，通过求解 N-S 方程推导经典的立方定理，以此估测裂隙的过流能力。

但在复杂的地质构造环境条件下，岩体裂隙的粗糙度、张开程度、接触面积分布以及内部的充填物等对裂隙的渗透特性有着显著影响。因此，国内外学者通过理论、试验和数值模拟方法，考虑应力状态、粗糙度、开度等影响因素，对立方定理予以修正[1−2]。

然而在流量较大条件下，粗糙裂隙渗流不再满足线性达西流动，立方定理及其修正形式评估裂隙的过流能力会出现较大偏差。流速较大时，惯性作用较大，N-S 方程中惯性项不可忽略，通常引入多孔介质渗流理论[3]中 Forchheimer 定律描述粗糙裂隙非线性渗透特性:

$$-\nabla p = AQ + BQ^2 \tag{1}$$

式中：∇p 为裂隙两端的压力梯度（kg/(m^2 • s^2)）；Q 为通过裂隙的体积流量（m^3/s）；A、B 分别为线性系数（kg/(m^5 • s)）和非线性系数（kg/m^8）。

Zimmerman 等[4]首次通过试验和数值的方法，观察到雷诺数 $Re > 20$ 时粗糙裂隙 Forchheimer 流动现象；Tzelepis 等[5]通过大量试验，发现式（1）能够准确描述粗糙裂隙的流量与压力的非线性关系；Ranjith 等[6]在不同围压下裂隙的饱和水渗和气渗试验中，发现 Forchheimer 流动机制存在于水渗试验中，而在围压大于 2.0 MPa 下，气体在裂隙中的流动不再满足 Forchheimer 定律；Ji 等[7]开展了裂隙中有机溶剂的流动试验，发现当雷诺数 Re>10 时，表现出 Forchheimer 流动行为；Zoorabadi 等[8]对不同粗糙性系数 JRC 的裂隙试件进行饱和渗流试验，用式（1）定量地研究了水力梯度与导水系数之间的关系，并探讨了雷诺数与相对粗糙度对非线性特征的影响；Javadi 等[9]还探讨了裂隙剪切作用下 Forchheimer 流动行为。

Forchheimer 定律是基于大量的试验得出的经验公式，但公式系数的确定及应用范围需要进一步研究。Chen 等[10]通过不同围压下的压水试验，认为低流速也存在 Forchheimer 流现象，并解释了 A 和 B 系数的物理意义，系数 A 表征粗糙裂隙的过流能力，而 B 取决于流体的非线性特征，并给出了 B 的经验关系式。Bear[11]提出雷诺数和摩擦因子来解释 Forchheimer 流动现象。Nazridoust 等[12]利用 CFD 软件对 2 维粗糙裂隙渗流进行了模拟，并拟合了摩擦因子；Zhang[13]和 Zhou[14]等在试验的基础上考虑了粗糙度的影响，分别提出摩擦因子的数学表达式。尽管用 Forchheimer 定律较好地描述了粗糙裂隙非线性行为，但其流动机制、影响因素和适用范围等都有待进一步探讨。

本文通过 3D CaMega 光学扫描系统，测取裂隙表面形貌及开度分布，从细观模型出发，分别计算黏性压降和局部压降，提出了一种新的低速下粗糙裂隙非线性渗流模型，通过试验进行验证，并进一步确定线性流动过渡到非线性流动的临界雷诺数经验关系式。

2　Forchheimer 流细观渗流模型

关于流量与压力梯度的数学模型，肖维民等[15]以 Reynolds 方程为基础，建立了粗糙裂隙的渗流空腔模型；朱红光等[16]基于改进的立方定理，建立了裂隙非线性流动几何模型；Javadi 等[17]提出一个基于裂隙细观单元，类似于 Forchheimer 定律的流动几何模型（T 模型）。本文基于 T 模型，提出一个新的非线性渗流细观模型——改进 T 模型（MT）：对任意粗糙裂隙，将裂隙沿流动方向离散成 n 组亚裂隙，每组亚裂隙编号为 j，并且划分成 m 组裂隙单元。裂隙单元编号为 (i, j)，长、宽为 Δx 和 Δy，单位为 m，并且有开度标记为 b_{ij}，单位为 m。流体流动方向如图 1 所示，两侧为阻水边界，前后为进出口。

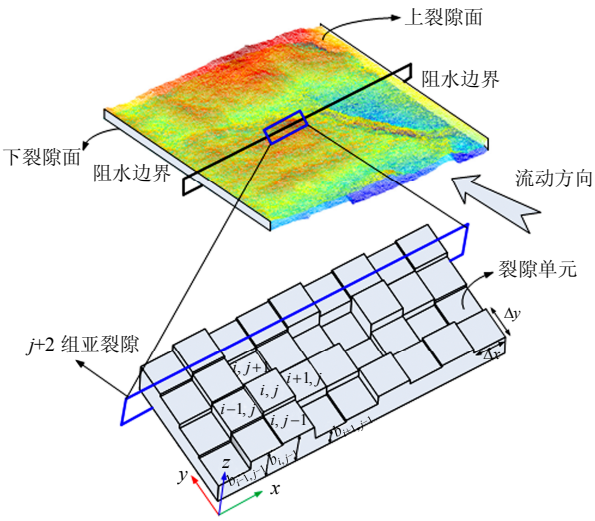


图 1　离散裂隙单元示意图

Fig.1　Discretizing to rock fracture

为了能得到流量与压力梯度的非线性关系式，做以下假定：

（1）流体不可压缩。

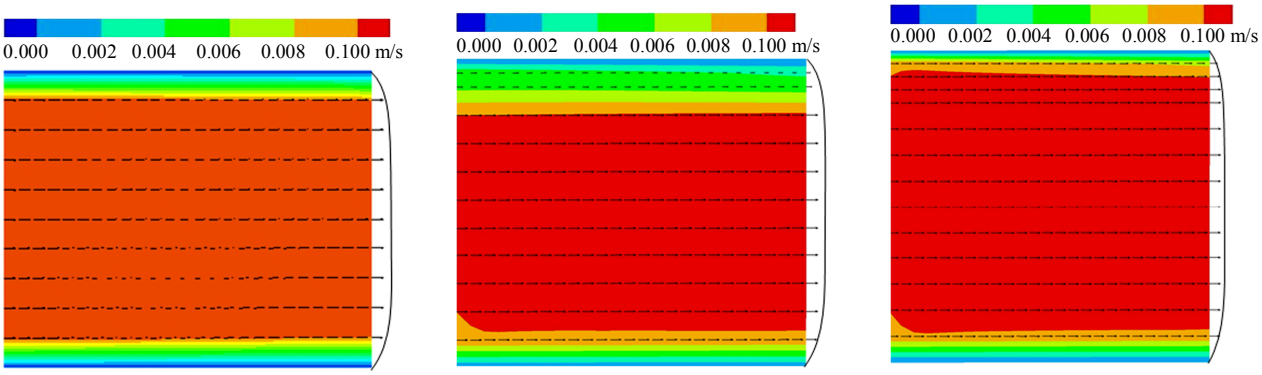
（2）流体不能左右侧流，以保证流动只沿模型

上下游方向。在流速较低和裂隙表面粗糙性较低时，内部裂隙空间相差较小，流体会向下游方向流动，而不发生明显的扩散效应。

（3）为了简化流速分布，假设各组亚裂隙中，裂隙单元的平均流速（指向上下游方向）与其开度的一次方成正比经验关系：

$$v_{1j} : v_{2j} : v_{3j} : \cdots v_{mj} = b_{1j} : b_{2j} : b_{3j} \cdots b_{mj} \quad (2)$$

式中：v_{1j} 代表 $(1, j)$ 裂隙单元平均流速（m/s），其他依次类推。Wang 等[18]利用格子 Boltzmann 法模拟了三维裂隙水流运动，结果表明，总体上，一亚裂隙中开度大的地方，“分配”的速度大。为了验证该假设的正确性，笔者将 5 个不同开度值的裂隙单元并列，并用 Fluent 软件进行模拟，其中进出口设置成压力边界，压差为 0.01 Pa，其他设成 wall 边界，流体密度为 997.298 kg/m^3，黏性系数为 0.001 088 kg/m • s，采用层流模型计算。图 2 给出其中 3 种开度裂隙的速度分布以及平均流速值 $\bar{v}$。



(a) $\bar{v}$ = 0.007 2 m/s, b = 0.983 5 mm (b) $\bar{v}$ = 0.007 8 m/s, b = 1.183 5 mm (c) $\bar{v}$ = 0.008 8 m/s, b = 1.383 5 mm

图 2 不同开度裂隙速度分布

Fig.2 Velocity distributions of fractures under different apertures

从图 2 可以看出，尽管各裂隙单元大小不一，但速度分布呈现“两头小，中间大”的特点，而中间大流速分布区域较广，而不像立方定律给出的二次抛物线的关系，主要因为边界的滑移作用。利用 Tecplot 软件提取平均流速 $\bar{v}$，并拟合得到与开度 b 的关系如图 3 所示。由图可知，在垂直上下游方向，$\bar{v}$ 与开度 b 的一次方近似成正比。Javadi 等[17]认为同一 j 组亚裂隙 (i, j) 裂隙单元流速相等，这与实际是不符的，主要是因为忽视了流体的剪切和拖拽的影响。

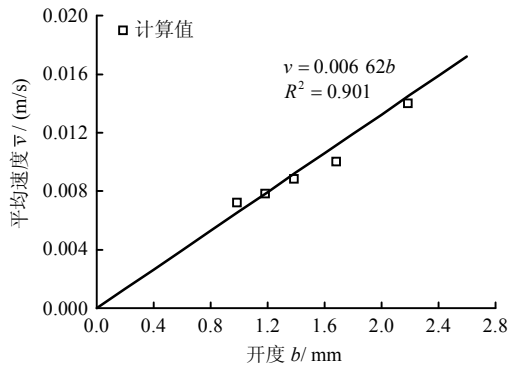


图 3 速度与开度的关系

Fig.3 Relationship between velocity and apertures

（4）裂隙面粗糙不平，流体流过整个裂隙面，存在两种压力损失：黏滞压降和局部压降。黏性阻力造成的压力损失，即黏滞压降 $\Delta p_{ij}^{\mathrm{vis}}$（viscous pressure drop），单位为 kg/(m • s^2)，可用立方定理表征为

$$\Delta p_{ij}^{\mathrm{vis}} = \frac{12L\mu}{wb^3}Q \quad (3)$$

式中：L 和 w 为裂隙长度（m）和宽度（m）；μ 为流体的黏性系数（kg/(m • s)）。

开度分布的不均匀，使得在流动过程中，过流断面发生改变，引发强烈的惯性作用，用 Borda 公式代表着惯性作用导致的压降，称为局部压降 $\Delta p_{ij}^{\mathrm{l}}$（local pressure drop），单位为 kg/(m • s^2)：

$$\Delta p_{ij}^{\mathrm{l}} = \frac{\rho\varepsilon}{2}(v_1 - v_2)^2 \quad (4)$$

式中：ρ 为流体密度（kg/m^3）；v_1 和 v_2 为前后截面平均流速；ε 为局部阻力损失系数，为无量纲。对于非线性层流，两种压力损失之和代表着流体流过裂隙面的能量损失，可用能量叠加原理计算[19]。

分别计算两种压力损失。对于 j 组亚裂隙，由质量守恒定律可知：

$$Q_j = \sum_{i=1}^{m} Q_{ij} = Q_{\mathrm{total}} \quad (5)$$

式中：Q_j 为 j 组亚裂隙的流体体积流量；Q_{ij} 为 (i, j) 裂隙单元的流量；Q_{total} 为初始射入裂隙的体积流量。

对整个裂隙，式（5）可以表示为

$$\sum_{i=1}^{m} v_{ij} b_{ij} \Delta x = Q_j \tag{6}$$

将式（6）代入式（2）、（5），得

$$v_{ij} = \frac{Q_{\text{total}} b_{ij}}{\Delta x \sum_{i=1}^{m} b_{ij}^2} \tag{7}$$

将式（7）代入 $Q_{ij} = v_{ij} b_{ij} \Delta x$，得

$$Q_{ij} = \frac{Q_{\text{total}} b_{ij}^2}{\sum_{i=1}^{m} b_{ij}^2} \tag{8}$$

为了计算黏性压降 $\Delta p_{ij}^{\text{vis}}$，将式（8）代入式（3）中，并考虑 $\Delta x = \Delta y$，可得

$$\Delta p_{ij}^{\text{vis}} = \frac{12\mu Q_{ij} \Delta y}{b_{ij}^3 \Delta x} = \frac{12\mu Q_{\text{total}}}{b_{ij} \sum_{i=1}^{m} b_{ij}^2} \tag{9}$$

式中：$\Delta p_{ij}^{\text{vis}} Q_{ij}$ 表示裂隙单元流量上黏滞作用导致的能量损失，因此，有

$$\Delta p_j^{\text{vis}} Q_j = \sum_{i=1}^{m} \Delta p_{ij}^{\text{vis}} Q_{ij} \tag{10}$$

式中：Δp_j^{vis} 为 j 组亚裂隙压降。

将式（8）、（9）代入式（10）中，得总的黏性压降 Δp^{vis} 为

$$\Delta p^{\text{vis}} = \sum_{j=1}^{n} \Delta p_j^{\text{vis}} = 12\mu Q_{\text{total}} \sum_{j=1}^{n} \frac{\sum_{i=1}^{m} b_{ij}}{\left(\sum_{i=1}^{m} b_{ij}^2 \right)^2} \tag{11}$$

同理，将式（7）、（8）、（10）代入式（4），有

$$\Delta p^1 = \frac{\rho\varepsilon}{2(\Delta x)^2} Q_{\text{total}}^2 \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{i=1}^{m} \underbrace{\left(\frac{b_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} b_{ij}^2} - \frac{b_{ij+1}}{\sum_{i=1}^{m} b_{ij+1}^2} \right)^2}_{①} \underbrace{\frac{b_{ij}^2}{\sum_{i=1}^{m} b_{ij}^2}}_{②} \tag{12}$$

结合式（11）、（12），得到粗糙裂隙非线性流动模型（MT）：

$$\Delta p = \Delta p^{\text{vis}} + \Delta p^1 = 12\mu Q_{\text{total}} \sum_{j=1}^{n} \frac{\sum_{i=1}^{m} b_{ij}}{\left(\sum_{i=1}^{m} b_{ij}^2 \right)^2} + \frac{\rho\varepsilon}{2(\Delta x)^2} Q_{\text{total}}^2 \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{b_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} b_{ij}^2} - \frac{b_{ij+1}}{\sum_{i=1}^{m} b_{ij+1}^2} \right)^2 \frac{b_{ij}^2}{\sum_{i=1}^{m} b_{ij}^2} \tag{13}$$

结合式（1）、（13）可知：

$$A = \frac{12\mu}{L_y} \sum_{j=1}^{n} \frac{\sum_{i=1}^{m} b_{ij}}{\left(\sum_{i=1}^{m} b_{ij}^2 \right)^2} \tag{14}$$

$$B = \frac{\rho\varepsilon}{2L_y (\Delta x)^2} \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{b_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} b_{ij}^2} - \frac{b_{ij+1}}{\sum_{i=1}^{m} b_{ij+1}^2} \right)^2 \frac{b_{ij}^2}{\sum_{i=1}^{m} b_{ij}^2} \tag{15}$$

式中：L_y 为沿流动方向上裂隙长度。从式（14）、（15）可知，Forchheimer 系数 A 描述了粗糙裂隙的过流能力，与开度分布（b_{ij}）有关；而系数 B 表征了粗糙裂隙流体流动的非线性特性，由式（12）可知，B 与①、②项成正比，①项描述了前后相邻裂隙单元的开度变化，反映了粗糙性的影响；同理，开度分布的复杂也会使得②项增大，故 MT 模型间接反映了裂隙粗糙度和开度对裂隙流的非线性影响[20]。粗糙度越大，开度分布越复杂，非线性机制越明显。由量纲齐次性原则可知，A 和 B 左右等式的量纲是相同的。MT 模型是基于各种假设在严格的数学理论下推导的，具有明确的物意义，参数可以通过开度分布直接确定。

3　渗流试验及开度测量

3.1　试件制备

人工模型裂隙的制备方法如下：首先将 5 组 150 mm × 150 mm × 150 mm 完整花岗岩试件进行巴西劈裂以获取新鲜完整裂隙，按照离边界每隔 30 mm，确定劈裂的位置，以产生不同粗糙的裂隙；将这些裂隙用硅胶复制制成模拟裂隙模板；然后在模板上浇一层 2 cm 厚的环氧树脂胶制成裂隙试样。环氧树脂胶是一种液型、双组份硬性胶，固化以后形成高透明、高强度的硬性体，本文采用环氧树脂胶，是为在试验过程中观察流体流动特性。最终制作了 5 种不同粗糙的模拟裂隙试样（G21、G23、G25、G26 和 G27），长、宽、高分别为 150、150、40 mm。

3.2　试验装置

试验采用自行设计和加工的单裂隙饱和渗流试验装置（见图 4）。该装置主要包括蠕动泵、渗流仪和测压管。蠕动泵可精确控制小流量流动，控制范围在 4.2～6 000.0 ml/min，控制精度为±1.0%；渗流仪是渗流的主要部件，是用玻璃胶和密封胶将模拟裂隙封装于有机玻璃盒中，制作成渗流仪；测压管用来测定流体流动的压力，该测量方式可以避免传

统方式将压力表直接接在管路上，减少管径变化引起的压力损失的误差；测压管对于较小压力具有较高的测量精度。模拟裂隙试样为透明材料，可在上面架设照相机，以获取流体流动过程。

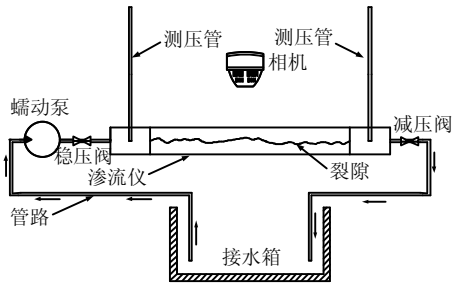


图 4 裂隙饱和渗流试验装置

Fig.4 Apparatus for seepage test of rock fracture

3.3 试验方法

试验包括两部分：开度分布的测量和饱和渗流试验。

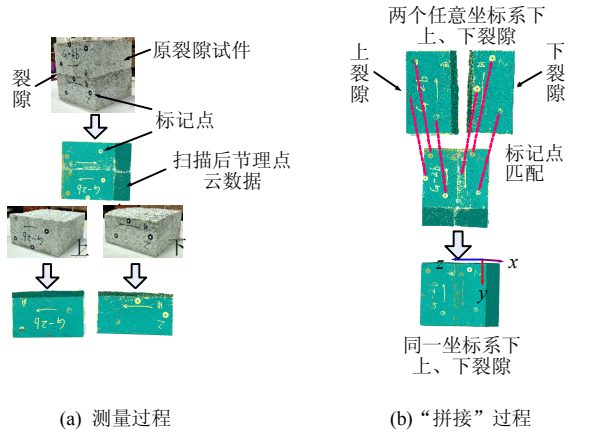
3.3.1 裂隙开度测量

在饱和渗流试验之前，需要对裂隙试件进行三维形貌测量，并确定开度的分布。学者们提出了各种开度测量方法[21]，如 CT 扫描、图像法、微电阻扫描成像、接触组合等。本文采用 3D CaMega 光学三维扫描系统，结合 Tatone 等[21]提出的新方法，准确、快速获得裂隙开度分布。该系统可获取投射到物体表面的可见光光栅图像，然后按照条纹曲率变化形状，利用相位法和三角法精确确定每一点空间坐标，形成三维点云数据，具有快速、精度高（测量精度为 25 μm）、非接触测量的特点。

具体测量开度分布方法如下：首先在上、下裂隙试件表面黏贴标记点，用 3D CaMega 光学三维扫描系统分别扫描裂隙试件的上、下裂隙面和裂隙“闭合”下的轮廓；然后用相关软件对生成的点云数据进行降噪、去除无关点、补面以优化点云数据；运用“拼接”技术，将上、下裂隙标记点进行匹配，使得上、下裂隙面位于同一坐标系下。最后取出闭合状态下上、下裂隙面，并用 Matlab 进一步优化，计算得到裂隙表面形貌和开度分布数据。整个量测过程见图 5。获得裂隙表面形貌和开度分布数据以后，再计算得到裂隙形貌参数，如粗糙度、平均开度、*JRC* 等，见表 1。

3.3.2 饱和渗流试验

试验装置组装完成后，用蠕动泵将水从接水箱中抽出，流过裂隙面，在试验中通过改变水流流量，形成不同的水头压差，并用测压管测定，记录不同流量 Q 下的压力差 Δp 。试验的流量范围控制在 0～100 ml/s 之间。按上述方法，分别对 5 种不同的粗糙裂隙进行饱和渗流试验。



(a) 测量过程 (b)“拼接”过程

图 5 裂隙开度测量方法

Fig.5 Measure method of fracture aperture

表 1 裂隙试件形貌参数

Table 1 Topography parameters of rock fracture

裂隙试件	长度 L / mm	宽度 w / mm	平均开度 b_m / mm	开度标准差 ξ / 10^{-4}	绝对粗糙度 s/ mm	*JRC*
G21	149.9	150.1	1.58	6.02	2.11	2.8
G23	150.1	150.0	2.20	6.96	4.21	5.4
G25	150.1	150.1	1.50	7.51	9.06	10.2
G26	150.2	149.9	2.45	5.91	8.72	9.5
G27	150.1	149.9	2.10	8.65	5.94	6.7

4 模型验证

为了验证提出的 MT 模型的正确性，将描述达西流的裂隙渗流公式（cubic law，简称 CL）[1]和 Zimmerman[2]计算公式，以及描述非达西流的 Izabsh[8]、Zhou[14]计算公式和 MT 模型预测值与试验实测值对比。各模型对比见表 2，预测值比较见图 6～10。

当流量较小（Q<10 ml/s）时，黏滞作用占主导地位，压力梯度随着流量呈线性增加，与试验数据契合。分析图 6～10 可知，各个公式拟合效果较好。但从图 6～10 可以看出，CL、Zimmerman 和 Zhou 公式预测与实测值有一定偏差，因为 CL 没有考虑粗糙性的影响，而 Zimmerman 公式是对立方定理的粗糙度修正，在小流量下放大了粗糙度的影响。对于裂隙 G21、G26 和 G27，Zhou 公式预测与试验值产生很大偏差，是由于 Zhou 公式中 f、g 是拟合参数，较难确定，没有考虑各裂隙的差异，直接取为 Zhou 给出的值。而 MT 模型能够较好地描述小流量下流量与压力的线性关系，拟合度较高。

表 2　各模型对比

Table 2　Comparison between different models

模型	表达式	非线性项	研究方法	备注
CL	$\nabla p=\frac{12\mu}{wb^3}Q$	/	理论推导	/
Zimmerman	$\nabla p=\frac{12\mu}{w\left[1-1.5\left(\frac{\xi}{b_{\mathrm{m}}}\right)^2\right](1-2c)(b_{\mathrm{m}})^3}$	/	试验	c 为接触率，b_{m} 为平均开度
Zhou	$\nabla p=\left(\frac{48}{Re}+4f\left(\frac{s}{2b_{\mathrm{h}}}\right)^g\right)\frac{\rho v^2}{4w}$	$4f\left(\frac{s}{2b_{\mathrm{h}}}\right)^g$	试验	$f=0.022$, $g=0.667$, b_{h} 为水力开度，v 为速度，g 为系数
Izbash	$\nabla p=CQ^d$	Q^d	试验	C 和 d 为拟合系数
MT	$\nabla p=AQ+BQ^2$	BQ^2	理论推导	系数 A 和 B 见式（14）、（15）

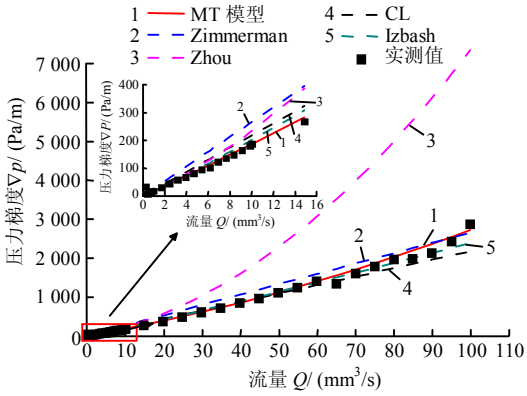


图 6　G21 裂隙试样∇*p*-*Q* 曲线

Fig.6　Flow rate vs. pressure in G21 rock fracture

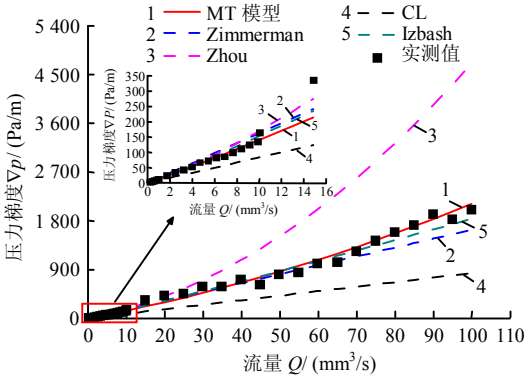


图 7　G23 裂隙试样∇*p*-*Q* 曲线

Fig.7　Flow rate vs. pressure in G23 rock fracture

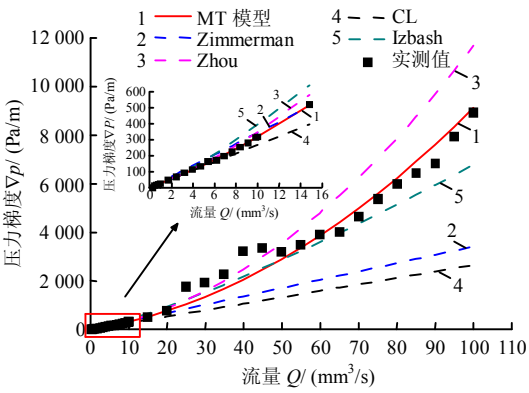


图 8　G25 裂隙试样∇*p*-*Q* 曲线

Fig.8　Flow rate vs. pressure in G25 rock fracture

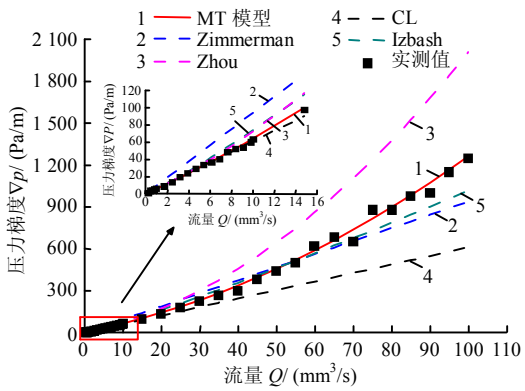


图 9　G26 裂隙试样∇*p*-*Q* 曲线

Fig.9　Flow rate vs. pressure in G26 rock fracture

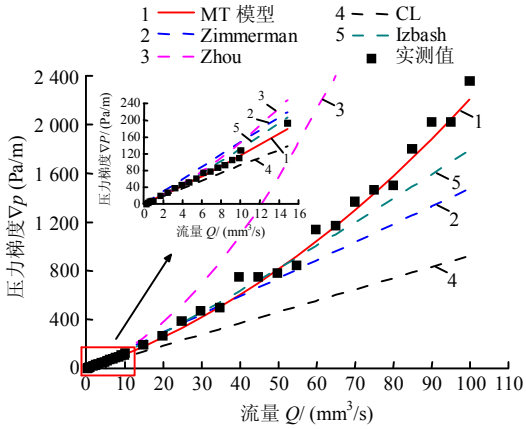


图 10　G27 裂隙试样∇*p*-*Q* 曲线

Fig.10　Flow rate vs. pressure in G27 rock fracture

当流量较大（Q>10 ml/s）时，惯性作用增强，流动线性阶段过渡至非线性阶段，压力梯度将随着流量增加呈非线性递增。图 6～10 表明，实测值与各个公式的计算值相差较大，且随着流量的增加而增加，其中 Zhou 公式计算值与实测值相差最大，比值在 1.5～4.0 倍不等，不再遵循线性流动关系。MT 和 Izabsh 公式预测值与实测值较为吻合，但 Izabsh 没有 MT 公式拟合度高。MT 模型考虑了裂隙细观结构的影响，较好地表征了裂隙渗流随流量增大，逐步从线性流动过渡至非线性流动的基本规

律。

5 粗糙裂隙非线性渗流规律分析

为了分析粗糙裂隙非线性渗流特性，引入真实导流系数（intrinsic transmissivity）T_0和表观导流系数（apparent transmissivity）T（m^4）。Zimmerman[4]改写了 Forchheimer 公式：

$$\frac{T}{T_0}=\frac{1}{1+\beta\cdot Re} \tag{16}$$

式中：$T_0=b_h^3w/12$，$T=\mu Q/\nabla p$；β 为无因次参数，无量纲。据 Forchheimer 定律 $\beta=Bw\mu/(A\rho)$；b_h 为水力开度（m）。在流动的初始段，用立方定律反求得到的开度；Re 为雷诺数。

图 11 给出了各裂隙实测与 MT 模型计算的 T/T_0 分别与雷诺数 Re 的关系图。由图可知，各裂隙实测与 MT 模型计算的 T/T_0 具有较好的拟合效果，且与 Zimmerman 和 Ranjith 试验结果趋势相一致，这也说明 MT 模型可描述粗糙裂隙非达西流动现象。王媛等[22]的研究表明，雷诺数 Re>2 300，流动将进入紊流阶段。从图 11 可知，Re<2 300，流动并没有进入紊流阶段，但非线性作用明显。在 Re 较小时，黏滞项占主导地位，T/T_0 呈水平直线，接近 1，称为黏滞作用阶段（viscous regime）；随着雷诺数增大，惯性作用也逐步增强，T/T_0 开始向下弯曲，但总体趋势由黏性作用主导，惯性作用可忽略，称为弱惯性作用阶段（weak inertia regime）；当雷诺数增大到一定值时，强惯性作用使得 T/T_0 开始直线下降，惯性作用不可忽略，称为强惯性作用阶段（strong inertia regime）。

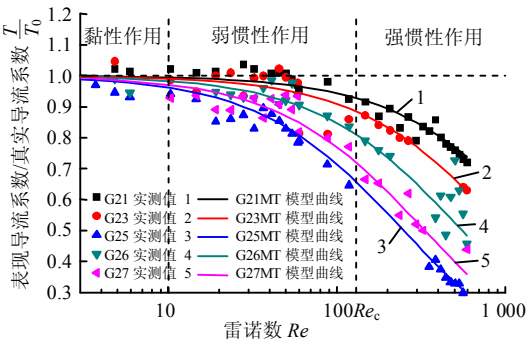


图 11 实测与 MT 模型计算导流系数比较

Fig.11 Comparison between experimental transmissivity and it calculated by MT model

为了进一步说明非达西流动机制，Zeng 等[23]在研究多孔介质非线性渗流问题基础上，提出非达西流效应因子（Non-Darcy effect factor）E：

$$E=\frac{BQ^2}{AQ+BQ^2} \tag{17}$$

非达西流效应因子 E 表示非线性作用强弱，大小在 0～1 之间。表 3 给出 MT 模型计算出的 A 和 B 系数，可利用系数 A 和 B 获得 E 与雷诺数 Re 和流量 Q 的关系曲线图，如图 12 所示。从图中可看出，E 随着雷诺数或流量的增加逐步增加，但增幅下降，趋近于某一值，这与 Zhang[13]、Zhou[14]等的试验结论相同。Zimmerman 等[4]提出 $E=0.1$，工程上用来区分线性和非线性流动。根据这一准则，定义了临界雷诺数（critical Reynolds number）Re_c 表示流动由线性流动进入非达西流动时的雷诺数，无量纲。结合式 $Re=\rho Q/(\mu w)$ 和式（1）、（17），得到计算 Re_c 的表达式：

$$Re_c=\frac{A\rho E}{B\mu w(1-E)} \tag{18}$$

由图 12 及式（18）可知，Re_c 为 24～130，见表 3，明显大于 Zimmerman[4]、Ranjith[6]和 Zhou[14]等的试验结果，但与 Tzelepis 等[5]的结论是一致的，原因在于所研究的开度尺度不一样。Zimmerman 等[4]认为随着开度的增大，Re_c 将逐步增大，与本文研究是吻合的。

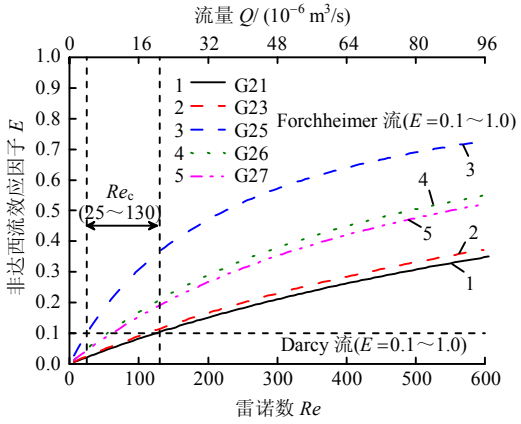


图 12 MT 模型计算的非达西流效应因子与雷诺数关系

Fig.12 Non-Darcy effect factor calculated by MT model vs. Reynolds number

Ranjith 等[24]研究表明，立方定理可描述弱惯性作用流动机制。因此，以临界雷诺数为依据，弱惯性作用阶段忽略，将粗糙裂隙流体非线性流动，划分为两种流动机制:当 Re< Re_c 时，惯性作用不计，黏性作用控制着流动行为，流量与压力成线性关系，满足达西定律；当 Re> Re_c 时，惯性作用占主导地

位，表现出 Forchheimer 流动行为。而当 Re>2 300 时，流动将进入紊流阶段，该阶段流动机制还有待进一步研究。

临界雷诺数对于粗糙裂隙非线性渗流至关重要。非线性渗流特性主要受到 2 个因素的制约，即裂隙的表面形貌和组合状态。表面形貌反映了裂隙表面的粗糙程度，影响着流动路径，组合状态控制着流量。两者结合，在固壁强烈的吸附作用[25]下，将改变渗流的特性。为了表征表面形貌和组合状态的影响，将两个因素量化，建立了临界雷诺数、粗糙度和开度的关系。其中，粗糙度用绝对粗糙度表示，开度用水力开度表示，见表 1 和表 3。

表 3　各裂隙水力开度、Forchheimer 系数 A 和 B 及 Re_c
Table 3　Hydraulic aperture, Forchheimer coefficients A ,B and Re_c of fractures

裂隙试件	水力开度 b_h / mm	A/ 10^7	B/ 10^{10}	Re_c
G21	1.71	1.766	9.600	124.89
G23	1.88	1.326	7.867	111.21
G25	1.52	2.492	66.627	24.80
G26	2.51	0.569	6.930	54.15
G27	2.01	1.034	11.733	61.26

根据非线性 Levenberg-Marquardt 拟合法，对表 1 和表 3 数据进行拟合，建立如下经验关系式：

$$Re_c = \lambda \ln\left(100\frac{s^U}{b_h^V}\right) \tag{19}$$

式中：λ、U 和 V 均为拟合参数，分别为−17.21、4 和 3。图 13 给出了各裂隙临界雷诺数、绝对粗糙度和水力开度的曲线图。由图可知，随着粗糙度的增加且开度的减小，雷诺数越小，越容易表现出非达西流动现象。

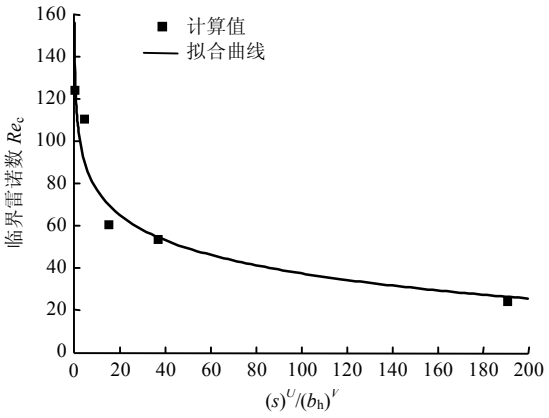


图 13　临界雷诺数与粗糙度、水力开度关系曲线
Fig.13　Relationship curve of critical Reynolds number with roughness and hydraulic aperture

6　分析与讨论

本文通过对裂隙流的 4 个假定条件，在严格的数学推导下，得到了 Forchheimer 流 MT 模型。模型参数只需根据裂隙的开度分布就能确定，因而具有计算简便、物理意义明确的特点，工程应用价值较高。然而，需要说明的是，假定（2）和（3）只能在特定的条件才能满足。郭建春等[26]指出，流速较低时，裂隙的沟槽决定了流动路径，而流速增大时，流动路径会变得复杂，曲折度会增加。对于低速且裂隙粗糙度较低时，开度分布较均匀，流体向前的流动阻力小，不会发生明显的左右扩散效应，此时，忽略侧流流速是合理的，故假定（2）即能满足。假定（3）是一个经验公式，大大简化了流速分布，但这种简化在低粗糙度裂隙中是合理的，因为低粗糙度意味着相邻开度变化不大，裂隙单元间的流速分布也较均匀，近似成线性关系。

Zhou 等[14]指出 Forchheimer 流存在于 Re<1 000 的情况，且粗糙度越高越容易出现完全的紊流。而试验选取的室内人工制备裂隙粗糙度较低（JRC≤10.2），且渗流结果在 Re<1 000 时，与 MT 模型吻合度较高。因此，MT 模型初步认定的适用范围是在裂隙粗糙度 JRC≤10 且雷诺数 Re<1 000 时，才能描述粗糙裂隙的非线性流动行为。另外，基于 MT 模型，分析得到了临界雷诺数 Re_c 与绝对粗糙度 s 和水力开度 b_h 的经验关系式（19），且关系式与选取的裂隙渗流试验数据吻合度高，故只适用于 JRC≤10 的低粗糙度裂隙。

7　结　论

（1）基于 Javadi 提出的 T 模型和细观模型亚裂隙速度与开度呈正比的假定，建立新的低速下粗糙岩石裂隙非达西渗流模型即 MT 模型，并推得相关参数与裂隙开度分布的定量关系式。对比试验和其他模型可知，MT 模型与试验结果吻合度较高，且适用范围为裂隙粗糙度 JRC≤10 且雷诺数 Re<1 000。

（2）通过 MT 模型的非线性渗流分析，定义并计算得到临界雷诺数 Re_c =25～130 之间，根据临界雷诺数将粗糙裂隙的非线性流动规律划分两种机制：小雷诺数下的 Darcy 流和大雷诺数下的 Forchheimer 流。

（3）裂隙的开度和粗糙度是影响非线性流动机制的两个主要因素：裂隙开度越小，粗糙度越大，雷诺数非线性作用将越强。同时拟合得到临界雷诺

数 Re_c 与水力开度和粗糙度的经验关系式，并分析了该关系式适用于 $JRC \leqslant 10$ 的低粗糙度裂隙，这为工程提供了一定的参考价值。

参 考 文 献

[1] 熊祥斌, 张楚汉, 王恩志. 岩石单裂隙稳态渗流研究进展[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(9): 1839－1847.
XIONG Xiang-bin, ZHANG Chu-han, WANG En-zhi. A review of study state seepage in a single fracture of rock[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2009, 28(9): 1839－1847.

[2] ZIMMERMAN R W, BODVARSSON G S. Hydraulic conductivity of rock fractures[J]. **Transport in Porous Media**, 1996, 23(1): 1－30.

[3] HUANG H, AYOUB J A. Applicability of the Forchheimer equation for non-Darcy flow in porous media[J]. **SPE Journal**, 2006, 13(1): 112－122.

[4] ZIMMERMAN R W, AL-YAARUBI A, PAIN C C, et al. Nonlinear regimes of fluid flow in rock fractures[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2004, 41(3): 163－169.

[5] TZELEPIS V, MOUTSOPOULOS K N, PAPASPYROS J N E, et al. Experimental investigation of flow behavior in smooth and rough artificial fractures[J]. **Journal of Hydrology**, 2015, 52(2): 108－118.

[6] RANJITH P G, DARLINGTON W. Nonlinear single-phase flow in real rock joints[J]. **Water Resources Research**, 2007, 43(9): 146－156.

[7] JI S H, LEE H B, YEO I W, et al. Effect of nonlinear flow on DNAPL migration in a rough-walled fracture[J]. **Water Resources Research**, 2008, 44(11): 636－639.

[8] ZOORABADI M, SAYDAM S, TIMMS W, et al. Non-linear flow behavior of rough fractures having standard JRC profiles[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2015, 76: 1992－199.

[9] JAVADI M, SHARIFZADEH M, SHAHRIAR K. Critical Reynolds number for nonlinear flow though rough-walled fractures: the role of shear processes[J]. **Water Resources Research**, 2014, 50(2) : 1789－1804.

[10] CHEN Y F, ZHOU J Q, HU S H, et al. Evaluation of Forchheimer equation coefficients for non-Darcy flow in deformable rough-walled fractures[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2015(59): 993－1006.

[11] BEAR J. Dynamics of fluids in porous media[M]. New York: Dover Publications Inc., 1998.

[12] NAZRIDOUST K, AHMADI G, SMITH D H. A new friction factor correlation for laminar, single-phase flows though rock fractures[J]. **Journal of Hydrology**, 329(1−2): 315－328.

[13] ZHANG Z, NEMICK J, QIAO Q, et al. A model for water flow though rock fractures based on friction factor[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2015, 48(2): 559－571.

[14] ZHOU J Q, HU S H, CHEN Y F, et al. The friction factor in the Forchheimer equation for rock[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2016, 49(8): 3055－3068.

[15] 肖维民, 夏才初, 王伟, 等. Reynolds 控制方程下粗糙裂隙渗流空腔模型研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(12): 3680－3688.
XIAO Wei-min, XIA Cai-chu, WANG Wei, et al. study of void model for fluid flow though rough fractures-taking Reynolds equation as governing equation[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(12): 3680－3688.

[16] 朱红光, 易成, 谢和平, 等. 基于立方定律的岩体裂隙非线性流动几何模型[J]. 煤炭学报, 2016, 41(4): 822－828.
ZHU Hong-guang, YI Cheng, XIE He-ping, et al. A new geometric model for non-linear flow in rough-walled fractures based on the cubic law[J]. **Journal of China Coal Society**, 2016, 41(4): 822－828.

[17] JAVADI M, SHARIFZADEH M, SHAHRIAR K. A new geometrical model for non-linear fluid flow though rough fractures[J]. **Journal of Hydrology**, 2010, 389(1−2): 18－33.

[18] WANG M, CHEN Y F, MA G W, et al. Influence of surface roughness on nonlinear flow behaviors in 3D self-affine rough fractures: Lattice Boltzmann simulation[J]. **Advances in Water Resources**, 2016, 96: 373－388.

[19] 鞠杨, 张钦刚, 杨永明, 等. 岩体粗糙单裂隙流体渗流机制的实验研究[J]. 中国科学(技术科学), 2013, 43(10): 1144－1154.
JU Yang, ZHANG Qin-gang, YANG Yong-ming, et al. An experimental investigation on the mechanism of fluid flow though single rough fracture of rock[J]. **Science China (Technological Sciences)**, 2013, 43(10): 1144－1154.

下转第 3312 页