

# 基于切向应变软化的深埋圆形隧道围岩弹塑性分析

王凤云, 钱德玲

(合肥工业大学 土木与水利工程学院, 安徽 合肥 230009)

**摘 要:** 为了研究深埋圆形隧道围岩的应变软化行为, 首先通过引入应变软化度, 即软化区与残余区交界面处的切向应变和弹塑性交界面处的切向应变的比值, 来表征应变软化程度。其次, 推导了求解软化区与残余区位移方程, 并将该方法求得的位移曲线与 Lee 法和 Cui 法对比, 验证了方法的正确性。最后, 通过算例分析, 研究不同力学模型对塑性区半径的影响, 以及应变软化度对塑性区中软化区与残余区比例和位移的影响。结果表明: 弹塑性交界面处的围压与软化度和支护力均无关, 塑性区半径与支护力有关; 软化度直接影响软化区与残余区的比例, 随着软化度的增加, 软化区范围增加, 相应的残余区范围减小; 软化区与残余区交界面的位移随着软化度的增加而逐渐增加, 应变软化度的增加, 支护力对其影响增加; 洞壁处的位移受支护力的影响较大, 随支护力的增加而减小。

**关 键 词:** 围岩; 应变软化度; 塑性区半径; 位移

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2018) 09-3313-08

## Elasto-plastic analysis of a deep circular tunnel based on tangential strain softening

WANG Feng-yun, QIAN De-ling

(College of Civil Engineering, Hefei University of Technology, Hefei, Anhui 230009, China)

**Abstract:** To explore the strain-softening behavior of a deep circular tunnel, the strain softening coefficient is introduced to characterize the degree of strain softening. This coefficient is defined as the ratio of the tangential strain at the boundary of the softening-residual plastic zone to the tangential strain at the boundary of the elasto-softening zone. Then, the displacement equations of the softening plastic zone and the residual plastic zone are deduced. The displacement curves calculated by the deduced method are compared with those calculated by Lee's method and Cui's method to verify its accuracy. Finally, using example analysis, the difference of the plastic radius is obtained due to the difference of the selected mechanical model. In addition, the effect of the strain softening coefficient on the ratio of the softening plastic zone to the residual plastic zone and displacement is analyzed. The results show that the confining stress at the elasto-plastic boundary is not related to strain softening coefficient and support force, but the plastic radius is related to the support force. The strain softening coefficient has a direct influence on the ratio of the radius of the residual plastic zone to the radius of the plastic zone. With the increase of strain softening coefficient, the range of softening area increases, leading to the decrease of the residual plastic zone. The displacement surrounding tunnel wall is greatly affected by support force and decreased with the increase of support force.

**Keywords:** rock masses; strain softening coefficient; plastic radius; displacement

## 1 引 言

根据岩体应力峰值后阶段的力学特性, 岩体的力学模型可以分为理想的弹脆性、理想的弹塑性和

应变软化。大量岩体的三轴受压试验结果表明, 硬岩的峰后力学特征与弹脆性模型相似, 软岩与弹塑性模型相似, 而中等级岩体普遍存在应变软化现象<sup>[1]</sup>。国内外的学者对这 3 种不同的岩体力学模型

收稿日期: 2016-12-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.51378168)。

This work was supported by the National Nature Science Foundation of China (51378168).

第一作者简介: 王凤云, 女, 1989 年生, 博士研究生, 主要从事隧道工程数值计算和理论分析等研究工作。E-mail: fengyunwang\_sc@sina.com

通讯作者: 钱德玲, 女, 1956 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土工程方面的教学和科研工作。E-mail: dlqian@sina.com

下弹塑性解均进行了大量的研究,如 Sharan<sup>[2]</sup>通过解析法得到了满足非线性屈服准则的弹脆性岩体的解析解,并利用数值模拟验证了其正确性;Park 等<sup>[3]</sup>得到了线性和非线性弹脆性岩体的理论解,同时研究了弹脆性模型下不同塑性区域内弹性应变定义对围岩位移收敛的影响;张常光等<sup>[4]</sup>综合考虑诸多因素的影响,得到了弹脆性模型下围岩位移与特征曲线的解析解;针对弹塑性模型,侯公羽等<sup>[5]</sup>对围岩与支护之间相互作用的全过程给出了清晰的认知;Alonso 等<sup>[6]</sup>利用自相似解将应变软化围岩的特征曲线的偏微分方程转化成微分方程,但是该方法过程复杂,运用并不广泛;Lee 等<sup>[7]</sup>对深埋软化圆形隧道提出了一种简便的有限差分法,将开挖的隧道周围发生塑性变形的岩体按照相等的径向应力增量划分为若干个同心圆,通过迭代法求解;Park 等<sup>[8]</sup>考虑塑性区内的弹性应变,改进 Brown 等<sup>[9]</sup>的有限差分法求得圆形隧道的特征曲线;姚国圣等<sup>[10]</sup>考虑扩容和塑性软化特性给出了满足线性屈服下软岩巷道的解析解。

根据以上研究成果可知,由于理想的弹塑性模型和弹脆性模型是岩体的力学特性的两个极端简化模型,能够得到封闭的解析解,但是应变软化模型中塑性残余区内强度参数的变化,造成在该模型下只能得到数值解,且大多采用有限差分法计算。本文将塑性区分成软化区和残余区,以软化区与残余区交界面为对象给出了塑性软化区和残余区的解析解,通过引入应变软化度这一参数,反映围岩塑性软化区切向应变的增加量,表征应变软化情况,采用非线性的 Hoek-Brown 屈服准则,推导了软化区和残余区的位移变形公式并验证其正确性,比较不同模型下塑性区半径,分析了应变软化度对塑性软化区半径、应力和位移变形的影响。研究结果为应变软化隧道围岩的支护结构设计及其稳定性评估提供更加深刻的理论认识。

## 2 围岩屈服准则和应变软化

非线性的 Hoek-Brown 屈服准则为

$$f = \sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_c \left( m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^a = 0 \quad (1)$$

式中:  $\sigma_1$  和  $\sigma_3$  分别为屈服面上最大主应力和最小主应力;  $\sigma_c$  为岩体单轴抗压强度;  $m_b$ 、 $s$  和  $a$  均为岩体的材料参数。图 1 为 Hoek-Brown 屈服准则下应变软化岩体的应力-应变曲线。

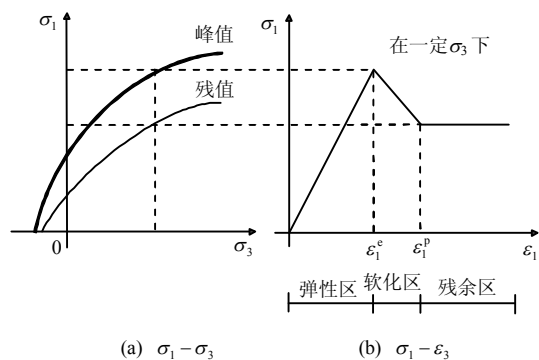


图 1 应变软化岩体的应力-应变曲线

Fig.1 Stress-strain curves of strain-softening rock masses

根据塑性增值理论,塑性应变增量  $\epsilon_1^p$  和  $\epsilon_3^p$  可以表示为

$$\epsilon_1^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_1}, \quad \epsilon_3^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_3} \quad (2)$$

式中:  $\lambda$  为非负的塑性尺度因子;  $g$  为塑性潜能方程。

式(2)也称为非相关性流动法则(non-associated flow rule)。采用 Mohr-Coulomb 的形式,  $g$  的计算公式为

$$g = \sigma_1 - \beta \sigma_3 \quad (3)$$

式中:  $\beta$  为岩体的扩容系数。

不考虑沿纵向应变,将式(3)代入式(2),得到最大主应力方向应变增量  $d\epsilon_1^p$  与最小主应力方向应变增量  $d\epsilon_3^p$  的关系可以用扩容系数表示为

$$\left. \begin{aligned} \text{软化区: } d\epsilon_3^p &= -\beta_2 d\epsilon_1^p \\ \text{残余区: } d\epsilon_3^p &= -\beta_1 d\epsilon_1^p \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中:  $\beta_2$  和  $\beta_1$  分别为软化区和残余区的扩容系数。

## 3 圆形隧道开挖后的力学特征

开挖隧道后洞壁处均匀的受到支护力  $p_0$ , 假定周围岩体形成的塑性区分为塑性软化区和残余区,图 2 为开挖后圆形隧道应变软化围岩的力学模型,其中  $R_2$  为弹塑性交界面的半径,此处环向应力和径向应力分别为  $\sigma_{\theta 2}$ 、 $\sigma_{r 2}$ 。塑性软化区与残余区交界面的半径为  $R_1$ , 环向应力和径向应力分别为  $\sigma_{\theta 1}$ 、 $\sigma_{r 1}$ 。隧道半径为  $R_0$ , 原地应力为  $\sigma_0$ 。那么,环向应力  $\sigma_\theta$  对应于最大主应力  $\sigma_1$ , 径向应力  $\sigma_r$  对应于最小主应力  $\sigma_3$ 。

圆形深埋隧道围岩满足平面应变假定条件下力的平衡方程:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (5)$$

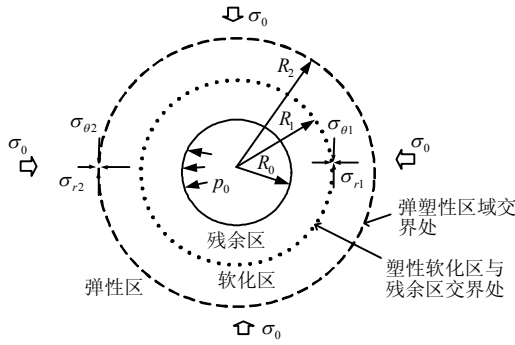


图2 圆形隧道开挖后应变软化围岩的力学模型  
Fig.2 Mechanical model of strain-softening rock mass after excavation for a circle deep tunnel

径向和环向应变  $\varepsilon_r$ 、 $\varepsilon_\theta$  与径向位移  $u_r$  的关系为

$$\varepsilon_r = \frac{du_r}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r} \quad (6)$$

### 3.1 弹性区

在弹性区内，环向应力  $\sigma_\theta^e$ 、径向应力  $\sigma_r^e$  和位移  $u^e$  为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta^e &= \sigma_0 + (\sigma_0 - \sigma_{r2}) \left( \frac{R_2}{r} \right)^2 \\ \sigma_r^e &= \sigma_0 - (\sigma_0 - \sigma_{r2}) \left( \frac{R_2}{r} \right)^2 \\ u^e &= \frac{1+\nu}{E} (\sigma_0 - \sigma_{r2}) \frac{R_2^2}{r} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中： $E$  和  $\nu$  分别为围岩的弹性模量和泊松比。

结合式 (7) 和式 (1) 可得

$$2\sigma_{r2} - 2\sigma_0 + \sigma_c \left( m_{b2} \frac{\sigma_{r2}}{\sigma_c} + s_2 \right)^{a_2} = 0 \quad (8)$$

式中： $m_{b2}$ 、 $s_2$  和  $a_2$  为 Hoek-Brown 屈服准则在弹性区域的强度参数。

利用 Newton-Raphson 迭代式 (8)，可以求出  $\sigma_{r2}$ 。

对于弹塑性交界面的半径  $R_2$ ，Alejano 等<sup>[11]</sup>通过总结 Carranza-Torres<sup>[12]</sup>提出的在弹脆性模型和弹塑性模型下塑性半径的公式，拟合大量应变软化岩体 ( $30 < GSI < 75$ ) 的塑性半径数据提出了其计算公式如下：

$$R_{SS} = R_{EPP} + \Delta R_{SS-EPP} \quad (9)$$

式中： $R_{SS}$  为在应变软化模型下的塑性半径； $R_{EPP}$  为

在相同条件的理想弹塑性模型下的塑性半径，可参照文献[8]计算； $\Delta R_{SS-EPP}$  为两种模型下塑性半径的差值，其值拟合数据得到：

$$\left. \begin{aligned} \Delta R_{SS-EPP} &= \\ &R_0 \left[ \frac{\sigma_{r2} (0.024 \, 4GSI - 0.53) (1 - m_b/50)}{q_u} \right]^k \\ k &= \frac{1}{(1 + K_p)(0.001 \, 8GSI^p + 0.078 \, 3)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中： $GSI$  为岩体的地质强度指标，表征岩体质量的参数； $q_u$  和  $K_p$  均为 Morh-Coulomb 的强度参数，

$$K_p = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}, \quad q_u = 2c \sqrt{K_p}, \quad \varphi \text{ 和 } c \text{ 分别为岩体的内}$$

摩擦角和黏聚力。若给出的是 Hoek-Brown 的强度参数，可以通过屈服强度的转换公式转换为相应的 Morh-Coulomb 参数<sup>[13]</sup>。

### 3.2 塑性区

假设围岩为应变软化岩体，为了描述岩体的软化程度，本文引入应变软化度  $\delta$ ，表示为在一定围压下软化区与残余区交界面的切向应变与弹塑性交界面的切向应变之比，示意图如图3所示。应变软化度的计算式如下：

$$(\varepsilon_\theta)_{r=R_1} = \delta (\varepsilon_\theta)_{r=R_2} = \delta \frac{1+\nu}{E} (\sigma_0 - \sigma_{r2}) \quad (11)$$

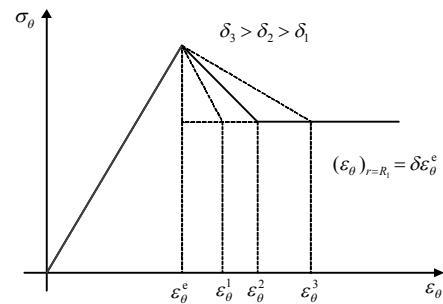


图3 应变软化系数示意图

Fig.3 Schematic of strain-softening coefficient

根据文献[14]关于塑性区域内的弹性部分径向应变  $\varepsilon_r^e$  和环向应变  $\varepsilon_\theta^e$  的表达，在软化区与残余区分别应用该弹性应变公式，计算式如下：

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{ri}^e &= \frac{1+\nu}{E_{ri}} \left[ (1-2\nu)P_i + \frac{Q_i}{r^2} \right] \\ \varepsilon_{\theta i}^e &= \frac{1+\nu}{E_{ri}} \left[ (1-2\nu)P_i - \frac{Q_i}{r^2} \right] \end{aligned} \right\} (i=2, 1) \quad (12)$$

式中：下标“2”和“1”表示软化区和残余区的参数； $E_{r2}$ 和 $E_{r1}$ 分别为软化区和残余区围岩的弹性模量。对于式(12)中系数 $P_i$ 和 $Q_i$  ( $i=2, 1$ )，在软化区( $i=2$ )，有

$$\left. \begin{aligned} P_2 &= \frac{(\sigma_{r2} - \sigma_0)R_2^2 - (\sigma_{r1} - \sigma_0)R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \\ Q_2 &= \frac{(\sigma_{r1} - \sigma_{r2})R_2^2 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

在残余区( $i=1$ )，有

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \frac{(\sigma_{r1} - \sigma_0)R_1^2 - (p_0 - \sigma_0)R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \\ Q_1 &= \frac{(p_0 - \sigma_{r1})R_1^2 R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

塑性区域内围岩的应变是由弹性和塑性两个部分的应变组成：

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{ri} \\ \varepsilon_{\theta i} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{ri}^e \\ \varepsilon_{\theta i}^e \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{ri}^p \\ \varepsilon_{\theta i}^p \end{array} \right\} \quad (i=2, 1) \quad (15)$$

式中： $\varepsilon_{ri}^e$ 和 $\varepsilon_{\theta i}^e$ 分别为塑性区域内弹性径向应变和切向应变； $\varepsilon_{ri}^p$ 和 $\varepsilon_{\theta i}^p$ 分别为塑性区域内塑性径向应变和切向应变。

根据式(5)可知， $\varepsilon_{ri}^p + \beta_i \varepsilon_{\theta i}^p = 0$ ，则有

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ri} + \beta_i \varepsilon_{\theta i} &= \varepsilon_{ri}^e + \beta_i \varepsilon_{\theta i}^e + (\varepsilon_{ri}^p + \beta_i \varepsilon_{\theta i}^p) = \\ &= \varepsilon_{ri}^e + \beta_i \varepsilon_{\theta i}^e \quad (i=2, 1) \end{aligned} \quad (16)$$

### 3.2.1 软化区 $R_1 \leq r \leq R_2$

将式(6)、(12)、(15)代入式(16)，且边界条件 $r=R_2$ 时 $u=u^e$ 可得位移微分方程：

$$\begin{aligned} \frac{du_2}{dr} + \beta_2 \frac{u_2}{r} &= \\ &= \frac{(1+\nu)}{E_{r2}} \left[ (1-2\nu)(1+\beta_2)P_2 + (1-\beta_2)\frac{Q_2}{r^2} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

解得软化区的位移为

$$\begin{aligned} u_2(r) &= \\ &= \frac{1+\nu}{E_{r2}} \left[ P_2(1-2\nu) \left( r - \frac{R_2^{\beta_2+1}}{r^{\beta_2}} \right) - Q_2 \left( \frac{1}{r} - \frac{R_2^{\beta_2-1}}{r^{\beta_2}} \right) \right] + \\ &+ \frac{1+\nu}{E} (\sigma_0 - \sigma_{r2}) \frac{R_2^{\beta_2+1}}{r^{\beta_2}} \end{aligned} \quad (18)$$

结合式(6)、(15)和式(18)可得软化区塑性应变增量：

$$\begin{aligned} \varepsilon_r^p &= \varepsilon_r - \varepsilon_r^e = \\ &= \frac{(1+\nu)}{E_{r2}} \beta_2 \left[ P_2(1-2\nu) \frac{R_2^{\beta_2+1}}{r^{\beta_2+1}} - Q_2 \frac{R_2^{\beta_2-1}}{r^{\beta_2+1}} \right] + \\ &+ \frac{(1+\nu)}{E} \beta_2 (\sigma_0 - \sigma_{r2}) \frac{R_2^{\beta_2+1}}{r^{\beta_2+1}} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\theta}^p &= \varepsilon_{\theta} - \varepsilon_{\theta}^e = \\ &= \frac{(1+\nu)}{E_{r2}} \left[ Q_2 \frac{R_2^{\beta_2-1}}{r^{\beta_2+1}} - P_2(1-2\nu) \frac{R_2^{\beta_2+1}}{r^{\beta_2+1}} \right] + \\ &+ \frac{(1+\nu)}{E} (\sigma_0 - \sigma_{r2}) \frac{R_2^{\beta_2+1}}{r^{\beta_2+1}} \end{aligned} \quad (20)$$

因此， $r=R_1$ 时，软化区与塑性区交界面处的位移 $u_1^0$ 和切向应变 $\varepsilon_{\theta}$ 为

$$\begin{aligned} u_1^0 &= \\ &= \frac{1+\nu}{E_{r2}} \left[ P_2(1-2\nu) \left( R_1 - \frac{R_2^{\beta_2+1}}{R_1^{\beta_2}} \right) - Q_2 \left( \frac{1}{R_1} - \frac{R_2^{\beta_2-1}}{R_1^{\beta_2}} \right) \right] + \\ &+ \frac{1+\nu}{E} (\sigma_0 - \sigma_{r2}) \frac{R_2^{\beta_2+1}}{R_1^{\beta_2}} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} (\varepsilon_{\theta})_{r=R_1} &= \\ &= \frac{1+\nu}{E_{r2}} \left[ P_2(1-2\nu) \left( 1 - \frac{R_2^{\beta_2+1}}{R_1^{\beta_2+1}} \right) - \frac{Q_2}{R_2^2} \left( 1 - \frac{R_2^{\beta_2-1}}{R_1^{\beta_2-1}} \right) \right] + \\ &+ \frac{1+\nu}{E} (\sigma_0 - \sigma_{r2}) \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^{\beta_2+1} \end{aligned} \quad (22)$$

根据应变软化度的定义，将式(22)代入式(11)中可得

$$\begin{aligned} P_2(1-2\nu) &\left[ 1 - \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^{\beta_2+1} \right] - \frac{Q_2}{R_1^2} \left[ 1 - \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^{\beta_2-1} \right] + \\ &+ \frac{E_r}{E} (\sigma_0 - \sigma_{r2}) \left[ \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^{\beta_2+1} - \delta \right] = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

值得注意的是，在式(23)中，当 $\delta=1$ ， $\sigma_{r1}=p_0$ ，时，屈服函数中强度参数为残余值，则该模型回归为弹脆性模型；当 $\delta=\infty$ ， $\sigma_{r1}=p_0$ ，屈服函数中强度参数为峰值，则该模型回归为弹塑性模型。

### 3.2.2 残余区 $R_0 \leq r \leq R_1$

根据式(15)、(16)，残余区位移微分方程为

$$\frac{du_1}{dr} + \beta_1 \frac{u_1}{r} = \varepsilon_{r1}^e + \beta_1 \varepsilon_{\theta 1}^e + (\beta_1 - \beta_2)(\varepsilon_{\theta}^p)_{r=R_2} \quad (24)$$

以  $u = u_1$  为边界条件，代入式 (30) 中，得到残余区的位移：

$$u_1(r) = \frac{F}{1 + \beta_1} \left( r - \frac{R_1^{\beta_1+1}}{r^{\beta_1}} \right) - \frac{1 + \nu}{E_{r1}} \frac{Q_1}{r} \left[ 1 - \left( \frac{R_1}{r} \right)^{\beta_1-1} \right] + u_1^0 \frac{R_1^{\beta_1}}{r^{\beta_1}} \quad (25)$$

其中：

$$F = \frac{1 + \nu}{E_{r1}} (1 + \beta_1)(1 - 2\nu)P_1 + (\beta_1 - \beta_2)(1 + \nu) \cdot \left\{ \frac{1}{E_{r2}} \left[ \frac{Q_2}{R_2^2} - (1 - 2\nu)P_2 \right] - \frac{1}{E} (\sigma_0 - \sigma_{r2}) \right\} \quad (26)$$

将  $r = R_0$  代入上式，可得到洞壁处的位移  $u_0$ ：

$$u_0 = \frac{F}{1 + \beta_1} \left( R_0 - \frac{R_1^{\beta_1+1}}{R_0^{\beta_1}} \right) - \frac{(1 + \nu)}{E_{r1}} \frac{Q_1}{R_0} \left[ 1 - \left( \frac{R_1}{R_0} \right)^{\beta_1-1} \right] + u_1^0 \frac{R_1^{\beta_1}}{R_0^{\beta_1}} \quad (27)$$

塑性残余区域内围岩的强度系数均为残余值，将残余区的边界条件 ( $r = R_0$ ,  $\sigma_r = p_0$ ;  $r = R_1$ ,  $\sigma_r = \sigma_{r1}$ ) 代入式 (5) 求解得到  $R_1$ ：

$$\frac{R_1}{R_0} = \exp \left[ \frac{\left( m_{b1} \frac{\sigma_{r1}}{\sigma_c} + s_1 \right)^{1-a_1} - \left( m_{b1} \frac{p_0}{\sigma_c} + s_1 \right)^{1-a_1}}{m_{b1}(1-a_1)} \right] \quad (28)$$

式中： $m_{b1}$ 、 $s_1$  和  $a_1$  均为 Hoek-Brown 屈服准则在塑性残余区域的强度参数。

计算洞壁处位移的步骤如下：

(1) 根据式 (8) ~ (10)，计算得出弹塑性交界面的围压  $\sigma_{r2}$  和塑性区半径  $R_2$ ；

(2) 将  $P_2$ 、 $Q_2$ 、 $\sigma_{r2}$  和  $R_2$  代入式 (23)，联合式 (28) 组成方程组，求得  $\sigma_{r1}$  和  $R_1$ ；

(3) 将  $\sigma_{r2}$ 、 $R_2$ 、 $\sigma_{r1}$  和  $R_1$  代入式 (21) 可得到软化区与残余区交界面的位移  $u_1^0$ ；

(4) 代入式 (27)，可得到洞壁处的位移  $u_0$ 。

## 4 实例验证

为验证本方法的正确性，选取 4 种不同质量的岩体<sup>[15]</sup>，代表不同等级的围岩，隧道半径  $R_0 = 3$  m，岩体的单轴抗压强度  $\sigma_c = 75$  MPa，泊松比  $\nu = 0.25$ ，原岩地应力  $\sigma_0 = 15$  MPa，参数  $a_2 = a_1 = 0.5$ ，其余材料参数和转换后的 M-C 屈服准则参数见表 1。

表 1 岩体的材料参数

Table 1 Material parameters of rock masses

岩体 编号	GSI	$m_{b2}$	$s_2/10^{-2}$	$m_{b1}$	$s_1/10^{-3}$	$\beta$	$E$ / GPa	$c$ / MPa	$\varphi$ / (°)
A	75	4.090	6.22	1.173	1.3	1.390	36.510	10.449	54.836
B	60	2.379	1.17	0.981	0.7	1.220	15.400	6.328	48.324
C	50	1.677	0.39	0.821	0.4	1.140	8.660	5.433	43.796
D	40	1.173	0.13	0.737	0.3	1.060	4.870	4.966	39.141

### 4.1 塑性半径的验证

表 2 为 3 种不同方法计算的塑性区半径，由表可以看出，对于地质条件较好的硬岩 ( $GSI = 75$ )，其他两种方法与本文计算的塑性区半径相差较大，达到了 20.3%。但是，对于中等级软岩而言 ( $GSI$  分别为 60、50、40)，塑性半径相对误差值逐渐减小，特别是对  $GSI = 40$  的岩体，相对误差只有 0.1%，因此，对于中等级岩体 ( $30 < GSI < 75$ )，本文塑性区半径的计算方法满足要求。

表 2 不同方法计算的塑性区半径

Table 2 Plastic radius calculated by different methods

GSI	$R_2$			平均 误差 /%
	文献[15]方法	文献[16]方法	式 (9)、(10) 计算	
75	3.22	3.56	3.75	12.80
60	4.22	4.17	4.31	2.98
50	4.65	4.56	4.58	0.85
40	4.96	4.95	4.96	0.10

### 4.2 计算方法的验证

为验证本文计算位移方法的正确性，选中等级岩体 C 为研究对象，计算得到沿半径方向隧道位移收敛情况，与 Lee 法<sup>[7]</sup>及 Cui 法<sup>[16]</sup>比较。应变软化度的取值 1.2、1.5 和 2.5，采用本文所提应变软化模型计算方法。需要说明的是，应变软化度的上限值是塑性区只有软化区，不出现残余区。

图 4 为不同方法和软化度的隧道塑性区沿半径方向位移收敛曲线图。从图中可以看到：

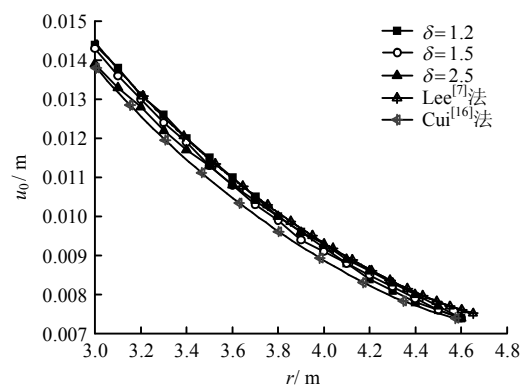


图 4 隧道沿半径方向塑性区的位移收敛曲线

Fig.4 Displacement curves along radius in plastic zone

(1) 计算所得的洞壁处位移,  $\delta = 2.5$  和 Cui 法相接近, 其值为 0.013 8 m,  $\delta = 1.2$  和 Lee 法相接近, 其值为 0.014 4 m, 且最大值与最小值两者之差只有 0.6 mm, 基本一致, 验证本文方法的正确性。

(2) 随着应变软化度的增加, 洞壁处位移值逐渐降低, 这说明围岩应变软化度的增加使得软化区比例增加, 残余区范围降低, 导致洞壁处的位移相应降低。

(3) 而 Lee 法与 Cui 法计算位移存在一定差异的原因在于这两种方法对控制是否进入残余区的参数(临界软化系数)取值不同, Lee 法采用的临界软化系数为定值, 而 Cui 法采用的临界软化系数是随围压变化的参数, 其考虑到围压沿半径方向的变化, 导致计算的位移值较小。

## 5 参数分析

为探究不同模型、软化度和支护力等参数对塑性区域半径和隧道洞壁处的影响, 选文献[1]的中等级岩体, 具体参数如下: 隧道半径为 10 m, 原地应力为 40 MPa, 地质强度指标峰值为 50, 弹性模量峰值和残值分别为 9 000 MPa 和 5 000 MPa, 泊松比为 0.25, 岩体的抗压强度为 80 MPa, 扩容系数为 1.15, 其余 Hoek-Brown 参数和转换的 Mohr-Coulomb 参数见表 3。

表 3 岩体的强度参数

Table 3 Strength parameters of rock mass

参数	$m_b$	$s/10^{-3}$	$c/\text{MPa}$	$\varphi/(^\circ)$
弹性阶段	2.01	3.9	7.25	34.28
残余阶段	0.34	0.0	5.10	20.35

### 5.1 不同模型的影响

表 4 为 3 种力学模型下支护力为 0 时的塑性区半径大小。从表 4 中可以看出, 弹塑性模型下塑性区半径最小, 应变软化模型次之, 弹脆性模型下塑性区半径最大, 这说明对于隧道围岩的弹塑性分析, 其基础在于选择合适的力学模型, 之后才能进行位移分析。对此, Hoek 等<sup>[13]</sup>在总结试验数据和实际工程的基础上, 提出了对于软岩采用理想的弹塑性模型, 中等级围岩采用应变软化模型, 硬脆岩体则采用理想的弹脆性模型。值得注意的是, 根据

表 4 不同力学模型下的塑性区半径 ( $p_0 = 0$ )

Table 4 Plastic radius calculated by different mechanical models

模型类型	理想的弹塑性	应变软化	理想的弹脆性
塑性区半径 $R_2/\text{m}$	17.43	23.21	44.55

Carranza-Torres<sup>[12]</sup>和式(9)~(10)可知, 应变软化模型下的塑性区半径与岩体的峰值强度参数、外部支护力和加载类型有关, 与加载过程无关。

### 5.2 应变软化度对塑性区半径的影响

图 5 为在不同支护条件下应变软化度对软化区与残余区交界面半径  $R_1$  的影响曲线图。需要说明的是, 软化区与残余区交界面半径和弹塑性交界面半径直接反映残余区和塑性区的范围。从图 5 可以看出, 整体上随着应变软化度的增加, 残余区半径呈减小趋势, 这是因为应变软化度越大, 软化区所占塑性区范围越大, 那么残余区所占塑性区的范围就越小; 与此相反, 应变软化度越小, 残余区范围越大。

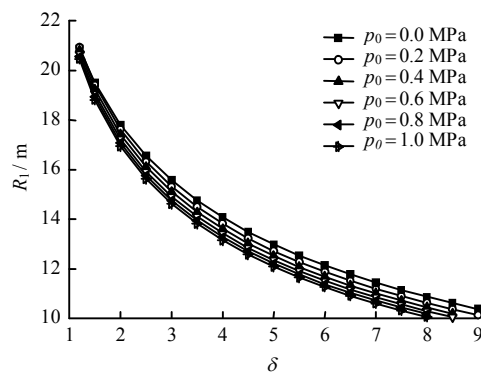


图 5 应变软化度对  $R_1$  的影响

Fig.5 Effect of strain-softening coefficient on  $R_1$

图 6 为残余区半径与塑性区半径的比值随应变软化度变化曲线图。从图中可以看出, 整体上随着应变软化度的增加, 残余区与塑性区半径的比值减小, 其范围在 0.45~0.95。随着应变软化度增加, 不同支护力下残余区与塑性区半径比值基本保持一致。这说明应变软化度能基本对应残余区与塑性区半径比值, 呈反比例关系。

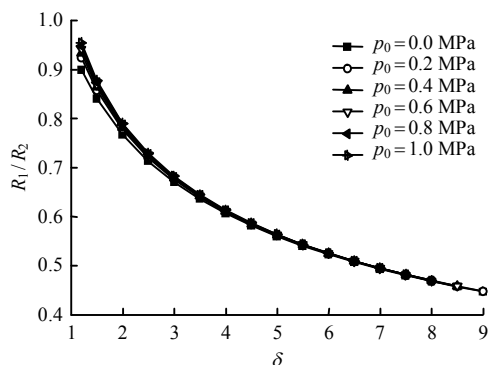


图 6 应变软化度对  $R_1/R_2$  影响图

Fig.6 Effect of strain-softening coefficient on  $R_1/R_2$

表5为在应变软化模型下不同支护力的塑性区半径大小, 支护力越大, 塑性区半径越小, 这说明支护结构对围岩的支撑作用可以抑制塑性区的发展。

表5 不同支护力下的塑性区半径

$p_0/\text{MPa}$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$R_2/\text{m}$	23.21	22.66	22.27	21.95	21.67	21.43

结合图5、6和表5可以看出, 在给定的支护力下, 塑性半径一定, 随着应变软化度的增加, 软化区范围逐渐增加, 致使残余区半径逐渐减小, 由此可见, 应变软化度能反映塑性区内软化区与残余区的范围比例。

### 5.3 应变软化度对软化区与残余区交界面围压的影响

通过计算得到软化区与残余区交界面处的围压 $\sigma_{r1}$ 随应变软化度变化曲线图, 如图7所示。从图中可以看到, 随着应变软化度的增加,  $\sigma_{r1}$ 逐渐减小, 这主要是由于软化度的增加, 导致残余区半径减小, 围压从 $\sigma_{r2}$ 下降至 $\sigma_{r1}$ 过程中, 软化区范围较大, 导致 $\sigma_{r1}$ 减小。随着支护力增加,  $\sigma_{r1}$ 增加, 无支护条件下的 $\sigma_{r1}$ 最小。

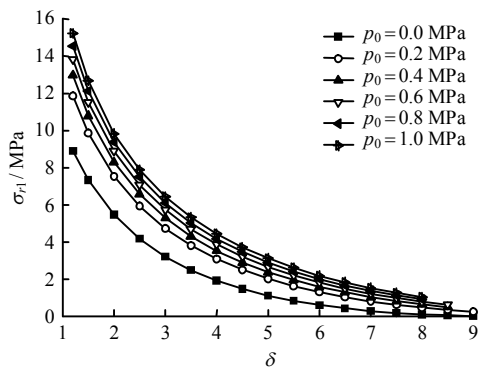


图7 软化区与残余区交界面处围压随应变软化度变化图  
Fig.7 Effect of strain-softening coefficient on confining stress at the boundary of softening zone and residual zone

### 5.4 应变软化度对位移的影响

图8、9分别为不同支护力下软化区与残余区交界面处和洞壁处的位移随应变软化度变化曲线图。从图8可以看出, 随着软化度的增加, 软化区与残余区交界面处的位移增加, 这是因为随着软化度的增加, 残余区半径 $R_1$ 减小, 距隧道洞壁处越来越靠近, 该交界面处的位移随之增加。而支护力对该处位移的影响, 主要体现在软化度较大时, 随着软化度增加, 支护力的影响越大。从图9可以看出, 对

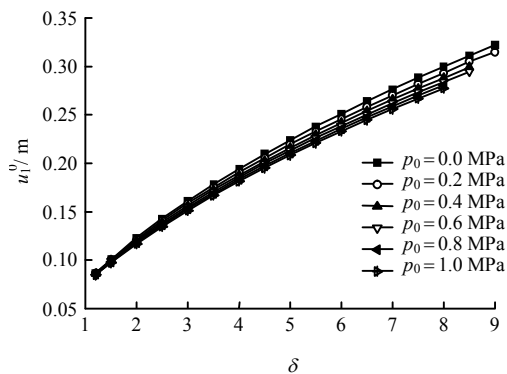


图8 软化区与残余区交界处的位移随应变软化度变化图  
Fig.8 Effect of strain-softening coefficient on displacement at the boundary of softening zone and residual zone

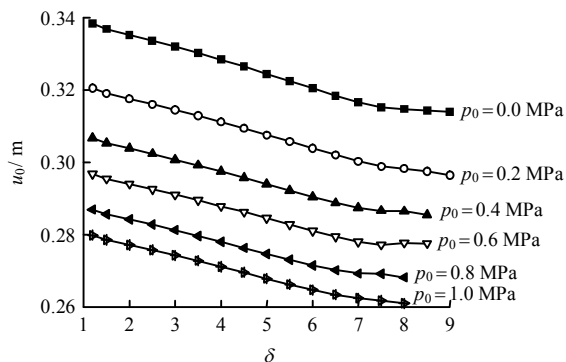


图9 洞壁处的位移随应变软化度变化图  
Fig.9 Effect of strain-softening coefficient on displacement surrounding tunnel wall

于给定的支护力, 洞壁处位移随着软化度的增加呈缓慢降低的趋势, 而对于既定的软化度来说, 支护力越大, 洞壁处的位移越小。

综合分析可知, 软化区与残余区交界面的位移受软化度的影响显著, 支护力影响较小, 随着软化度的增加, 支护力的影响加大, 而洞壁处位移受支护力影响较大, 随软化度的增加, 洞壁处位移缓慢降低。

## 6 结 论

通过引入应变软化度, 即两交界面处(软化区与残余区交界面处的切向应变与弹塑性交界面处)的切向应变的比值, 分析了应变软化度对塑性区内软化区范围, 软化区与残余区交界面处围压和位移的影响, 得到以下结论:

(1) 对于给定的软化围岩, 弹塑性交界面处的围压与软化度和支护力均无关, 而弹塑性交界面半径与支护力有关。

(2) 应变软化度能反映软化区与残余区范围的

比值,与残余区半径和塑性区半径之比成反比例关系,即应变软化度越大,残余区占塑性区范围越小。

(3) 软化区与残余区交界面的位移受应变软化度的影响较大,支护力影响较小,而洞壁处位移受支护力影响较大,随支护力的增加而减小。

(4) 由于本文的计算是建立在不考虑扩容系数的变化的基础上,忽略了扩容变化的影响,而考虑扩容系随围压变化的进一步研究,值得深入探讨。

### 参 考 文 献

- [1] HOEK E, BROWN E T. Practical estimates of rock mass strength[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 1997, 34(8): 1165—1186.
- [2] SHARAN S K. Elastic-brittle-plastic analysis of circular openings in Hoek-Brown media[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2003, 40(40): 817—824.
- [3] PARK K H, KIM Y J. Analytical solution for a circular opening in an elastic-brittle-plastic rock[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2006, 43(4): 616—622.
- [4] 张常光, 范文, 赵均海. 深埋圆形巷道围岩塑性区位移及特征曲线新解和参数分析[J]. **岩土力学**, 2016, 37(1): 12—24.  
ZHANG Chang-guang, FAN Wen, ZHAO Jun-hai. New solutions of rock plastic displacement and ground response curve for a deep circular tunnel and parametric analysis[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(1): 12—24.
- [5] 侯公羽, 李晶晶. 弹塑性变形条件下围岩-支护相互作用全过程解析[J]. **岩土力学**, 2012, 33(4): 961—970.  
HOU Gong-yu, LI Jing-jing. Analysis of complete process of interaction of surrounding rock and support under elastoplastic deformation condition[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(4): 961—970.
- [6] ALONSO E, ALEJANO L R, VARAS F, et al. Ground response curves for rock masses exhibiting strain-softening behaviour[J]. **International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics**, 2003, 27(13): 1153—1185.
- [7] LEE Y K, PIETRUSZCZAK S. A new numerical procedure for elasto-plastic analysis of a circular opening excavated in a strain-softening rock mass[J]. **Tunnelling & Underground Space Technology**, 2008, 23(5): 588—599.
- [8] PARK K H, TONTAVANICH B, LEE J G. A simple procedure for ground response curve of circular tunnel in elastic-strain softening rock masses[J]. **Tunnelling & Underground Space Technology**, 2008, 23(2): 151—159.
- [9] BROWN E T, BRAY J W, LADANYI B, et al. Ground response curves for rock tunnels[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1983, 109(1): 15—39.
- [10] 姚国圣, 李镜培, 谷拴成. 考虑岩体扩容和塑性软化的软岩巷道变形解析[J]. **岩土力学**, 2009, 30(2): 463—467.  
YAO Guo-sheng, LI Jing-pei, GU Shuan-cheng. Analytic solution to deformation of soft rock tunnel considering dilatancy and plastic softening of rock mass[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(2): 463—467.
- [11] ALEJANO L R, RODRIGUEZ-DONO A, VEIGA M. Plastic radii and longitudinal deformation profiles of tunnels excavated in strain-softening rock masses[J]. **Tunnelling & Underground Space Technology**, 2012, 30(3): 169—182.
- [12] CARRANZA-TORRES C. Elasto-plastic solution of tunnel problems using the generalized form of the Hoek-Brown failure criterion[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2004, 41(Supp.1): 629—639.
- [13] HOEK E, CARRANZA-TORRES, BRENT CORKUM. Hoek-Brown failure criterion—2002 edition[C]//Proceedings of the NARMS-TAC Conference. Toronto: University of Toronto Press, 2002.
- [14] SHARAN S K. Analytical solutions for stresses and displacements around a circular opening in a generalized Hoek-Brown rock[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2008, 45(1): 78—85.
- [15] ALEJANO L R, ALONSO E, RODRIGUEZ-DONO A, et al. Application of the convergence-confinement method to tunnels in rock masses exhibiting Hoek-Brown strain-softening behaviour[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2010, 47(1): 150—160.
- [16] CUI L, ZHENG J J, ZHANG R J, et al. Elasto-plastic analysis of a circular opening in rock mass with confining stress-dependent strain-softening behaviour[J]. **Tunnelling & Underground Space Technology**, 2015, 50(Supp.1): 94—108.