

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.0982

边坡稳定性分析条分法的细胞自动机求解和应用

陈文胜, 谢亚军, 刘龙武, 曾红春

(长沙理工大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410114)

摘 要: 边坡稳定性分析的条分法如瑞典条分法、毕肖普条分法等, 现仍是边坡分析和评估的主要方法。由于刚体条分的假定, 如何简化和计算条间力, 是各种方法里最为关键的问题。合理的简化成为不同方法的求解途径, 也是影响其计算结果差别的主要和直接的原因。然而, 带着这一简化的遗憾, 各种条分法仍是我们目前分析边坡稳定性的主要手段。针对研究现状, 尝试更合理求解条分法条间力的求解方法, 对条块刚性接触的条间力, 不做简化, 而引入细胞自动机求解方法, 通过迭代得到条间力的解, 从而使超静定的边坡条分力学模型, 得到了唯一收敛的静定解。编制了相应的程序软件 CASlope。结果表明, 这一求解途径是可行的, 所求解的结果是合理的。

关 键 词: 边坡; 条分法; 细胞自动机; 弹簧模型

中图分类号: TU 43

文献标识码: A

文章编号: 1000—7598 (2018) 10—3505—10

Cellular automata solution for slope stability analysis by slices model and its application

CHEN Wen-sheng, XIE Ya-jun, LIU Long-wu, ZENG Hong-chun

(School of Civil Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha, Hunan 410114, China)

Abstract: Slices models for slope stability analysis, such as Sweden simplified method, Bishop simplified method, etc, are still the mainstream methods of slope analysis and evaluation. However, due to the rigid body assumption, how to simplify and calculate the forces between rigid slices is the most critical problem for slices model. A reasonable simplified condition will result in a solving approach to different methods, and also is the main and direct reason that affects the difference of calculation results. However, even a simplified condition must be given, slices methods are still important means of the analysis of slope stability at present. Considering the fact existing, this paper attempts to present a more reasonable approach to calculate the force between slices. In this study, the forces between slices will not be simplified by adopting the cellular automata method, and the forces will be obtained by an iterative solution so that the only statically determinate convergent solution is obtained for the statically indeterminate slope slices model. The corresponding program software CASlope is developed. Example results show that this approach is feasible and the results are reasonable.

Keywords: slope; slices analysis method; cellular automata; spring model

1 引 言

边坡稳定性分析是对边坡安全性评估和加固的基本理论依据, 长期以来是岩土等土木工程领域的一个研究热点。其中, 传统的以极限平衡理论为基础的条分法如瑞典条分法、毕肖普条分法等, 现仍是边坡分析和评估的主要方法。

条分法由费伦纽斯 1927 年提出^[1], 该方法基于

圆弧滑动的假设, 将复杂的滑体划分为若干竖直条形, 并通过平衡求解, 获得各条块上的相互作用力, 最后通过极限平衡理论, 求到由阻滑与下滑力或力矩比值获得安全系数。条分法的提出, 使边坡稳定性求解变得简单易实现, 克服了以往整体求解的若干问题, 如岩土体不均质、滑动面应力不同等。典型条分法的求解, 一般要先求到所有条块上的作用力, 包括条块之间的条间接触力和条块底面与滑床

收稿日期: 2017-08-22

基金项目: 国家自然科学基金(No. 51778067, No. 51279018)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51778067, 51279018).

第一作者简介: 陈文胜, 男, 1966 年生, 博士, 教授, 研究员, 主要从事岩土工程教学与科研工作。E-mail: chenwensheng1966@126.com

的接触力。在求解这些力的过程中,如果不进行简化,待求的未知量数量大于能建立的平衡方程数量,因此,条分法实际成为了解超静定问题。为了将超静定问题变成静定问题可以求解,一些代表性的方法均进行了各自的简化,可称为简化方法(simplified method),如瑞典条分法忽略条间力的存在,即认为条间力为 0;毕肖普法^[2]则考虑到条块侧面受力,未考虑切向条间力;摩根斯顿-普赖斯法^[3]假定了条分面上剪力和水平推力比值的相似形 $f(x)$;简布法^[4]假定了推力线的位置,利用了条块的力矩平衡条件,首先令条间竖向力差值为 0,然后进行迭代求解等。

然而,简化后的方法也造成方法之间求解结果的差别和遗憾,简化后所导致的计算结果上的影响也无法预测,如瑞典法造成的条块力学上的不严格平衡(即在平面上不满足所有平衡方程);同时,不同的简化假定,看似发展出来众多的以条分法为模型的求解方法,实则是人们面对条分法模型超静定性的一种无奈,对于条分法力学模型,任何简化,甚至看似合理的简化,都无法让大家完全接受,这也是条分法能衍生出如此多的简化方法的原因。

由于条分法力学模型从力学分析角度是属于超静定问题,超静定问题意味着可以多解,而具体的边坡受力状态却被认为是确定唯一的。通过条分模型想得到这一确定唯一解,用传统的平衡方程求解必然要进行简化,如何能在不简化的前提下求得分析结果似乎是不可能的。为了解决这一矛盾,在原条分刚体模型基础上,本文拟引入自动细胞机的演化方法,在对条间力不简化的前提下,探讨条间力求解,通过细胞机的演化机制,使条块间的力达到一种合理的平衡状态,并最终得到边坡的稳定性系数。

2 细胞自动机的方法原理

细胞自动机模型的基本思想是指自然界里许多复杂结构和过程,归根到底只是由大量基本组成单元的简单相互作用所引起。细胞和细胞之间紧密相连,相互影响彼此相邻的细胞,而相隔的细胞不受影响,这被称之为细胞自动机的局部原理。因此,利用各种细胞自动机有可能模拟复杂事物的演化过程。细胞自动机在随机初始条件下,通过构造简单的数学规则,可以描述离散系统内部单元之间的相互作用而导致系统自组织演化过程的一种数学模型。

细胞自动机是一种特殊的有限状态机,一种简化的离散动力学系统,它具有时间、空间和状态的

离散性^[5],在电子科学领域称为迭代阵列^[6]、细胞结构、同类结构和网格自动机等^[7]。细胞自动机可视为由若干小单元构成的动态阵列,其中每一个单元具有有限状态,在离散步序中,每一小单元按一致的法则,由其原状态及其邻域单元的状态决定新的状态。在任意时刻,诸小单元状态的总体构成细胞自动机的格局。从初始格局到最后格局的进化过程为计算处理过程,最后格局被视为计算结果。实际上,细胞自动机的每一小单元均为一有限态自动机,细胞自动机即为有限态自动机的动态阵列,细胞自动机格局的演化过程即为并行计算过程。

由于早期细胞自动机结构复杂,在应用方面有很大局限性,所以早期的细胞自动机研究主要集中于理论方面^[8];20 世纪 80 年代初,Wolfram^[7]建议简化细胞自动机的状态空间和邻域半径,以获得具有组成单元结构的简单规则性、单元之间作用的局部互连性和信息处理的高度并行性等优点的细胞自动机,并提出了具有两个状态、邻域半径为 1 的基本细胞自动机。此举对细胞自动机理论部分进行了简化并推动了其应用研究。

细胞自动机着眼于局部作用理论,按照一定的局部迭代达到自组织平衡状态,故有其独特的优势和特点。特点具体分为 5 点:①它们由细胞的离散格局构成;②它们在离散时间步序中演化;③每一细胞的状态均在同一有限集中取值;④每一细胞的状态按同一确定的法则演化;⑤细胞状态的取值法则仅依赖于其自身及其周围局部邻域细胞的状态值。

目前,细胞自动机已有应用于土木工程的分析的例子。2002 年,周辉等^[9]在传统地震细胞自动机的基础上,根据岩体的结构与破坏特征的合理简化,有效地模拟岩体的破坏过程,建立了一种适合于模拟岩体非线性破坏演化的细胞自动机——物理细胞自动机模型,该模型为研究岩体的非线性动力学特征提供了一种有力的数值模拟手段。同年,周辉等^[10]利用所建立的二维物理细胞自动机(PCA)编写了岩体破坏演化的物理细胞自动机模拟程序(RFPCA),对岩石破坏的不同力学行为进行了模拟验证,得到良好效果并完成了对传统细胞自动机模型理论的一种突破;并在同时间完成了物理细胞自动机与岩石弹-脆-塑性性质的细观机制研究的试验^[11];王士民等^[12]以细胞自动机方法的基本理论为基础,结合岩石力学的基本原理提出了演化细胞自动机模型,突破以往细胞自动机只有一类细胞的限制,采用包含节点细胞和三角形细胞在内的两类细胞的邻居模

型。该方法以位移、力、应力和应变等矢量和张量作为系统的基本变量, 将张量和纯量定义在三角形细胞中, 而将矢量定义在节点细胞上, 两类细胞共同形成细胞空间。在演化细胞自动机系统中, 两类细胞互为邻居, 依据模型所建立的局部作用规则进行演化, 并且按照以修正的摩尔-库仑准则为依据建立的破坏演化规则进行破坏演化, 分别考虑了由拉伸和剪切两种原因所引起的破坏情况, 进而实现对脆性岩石材料加载及破坏过程的模拟。2006 年, 周辉等^[13]采用平面弹塑性细胞自动机模型模拟应变软化岩石类材料的单轴压缩破坏过程。在平面弹性力学细胞自动机的基础上, 推导分析平面弹塑性问题的细胞自动机更新规则, 开发二维岩石弹塑性细胞自动机数值模拟软件。2009 年, 潘鹏志等^[14]在三维条件下定义了实体细胞自动机的基本组件, 综合运用弹塑性理论、细胞自动机自组织演化理论、统计原理以及岩石力学理论等, 建立了模拟岩石三维破裂过程的张量型细胞自动机模型, 并开发了相应的数值模拟软件 EPCA3D, 得到了理想的结果。总之, 细胞自动机已成为解决复杂问题的一有力工具。

3 条分法的力学模型分析和细胞自动机求解机制

3.1 条分法的力学模型

典型的条分法力学模型如图 1 所示(本文以圆弧滑动面为例), 图中右侧为竖直条分后的任一条块 i 的受力分析。则条块上的受力分别为: ①条块的重力 W_i ; ②滑动面 ef 上的法向力 N_i , 剪切力 T_i ; ③条块两侧的法向力 E_i 、 E_{i+1} 和竖向剪切力 X_i 、 X_{i+1} 。

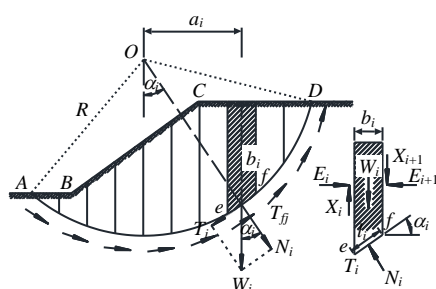


图 1 条块受力模型

Fig.1 The mechanical model of block

一般认为, 条块 i 的作用力中有 5 个未知数(N_i 、 T_i 、 E_{i+1} 、 X_{i+1} 、 E_{i+1} 作用点), 其他所示的力为已知或前一条块已求出。这一力学模型是基于块与块接触或与滑动面接触是平面接触, 接触之间的力可以用等效的集中力表达, 而且已经将底滑面的法向量的作用点简化为在接触面的中点(不简化实则有 6

个未知数)。根据图 1 的模型, 因为在平面上只能建立 3 个平衡方程, 故为超静定或静不定问题。为了求得 N_i 、 T_i 值并最终求到安全系数, 就要简化上述 5 个未知数, 或补充方程, 达到未知数与方程数相等, 从而可以静定求解, 如流行的毕肖普方法、简布方法和不平衡推力传递系数法, 可以达到静定求解的方法, 因为每一个条块均为静定解, 所以滑动体整体也为静定, 均可称为严格平衡的方法。但极端情况如瑞典条分法, 简化后未知数个数小于可求解方程数, 求解时力矩方程没有列出, 既不能保证条块力矩的平衡, 从而又可认为是不严格平衡的方法。

3.2 等效的条分法弹簧力学模型

对于图 1 力学模型, 关键问题实际为如何模拟条块之间或与滑动面之间的刚性接触问题。为了实现对图 1 的求解, 可以通过在接触处先施加弹簧的方法加以模拟, 虽然弹簧受力会引起位移, 但因为我们知道图 1 模型是不会发生任何位移的, 所以可以将此位移在求解完成后忽略归零, 只需要其力学解。对于弹簧刚度, 应为是刚体, 可以设为一个很大的刚度。基于这么一个认识, 则可以将图 1 模型转化为等效的弹簧力学模型, 将力学接触转化为弹性约束。对于图 1 条块 i , 如图 2 所示。对于图 2, 在弹簧刚度系数设定 K_n 、 K_s 后, 可以不做任何简化求解的。图 1、2 中条块 i 的等效, 可以从下面几点说明:

(1) 图 1 对于条块之间或与滑动面之间的力学接触, 力学上表现为法向力、切向力和法向力的作用点, 即 3 个待求量。

(2) 图 2 中对于条块的接触面, 分别在接触两端施加了法向和切向弹簧, 即在条块产生假想位移情况下, 可以模拟求到 4 个力, 两个法向力和两个切向力; 如果采用刚度系数相等, 两个切向力是相等的, 同 (1), 待求量为 3 个。

(3) 在求到的 4 个力中, 两个法向力的合力对应着接触产生的法向力, 两个切向力的合力对应着接触切向力; 而两个法向力的合力作用点, 正好对应着法向力的作用点。

可以知道, 在不考虑位移的情况下, 图 2 模型和图 1 的受力模型是等效的。而且, 图 2 不需要假定滑动面处法向力作用点为中点, 也不需要预先知道当前条块与前一个条块的接触受力是已知(实际上在求当前条块的平衡时, 所有接触力均应该为未知), 从这一角度, 可以说图 2 模型更优于图 1 模型。

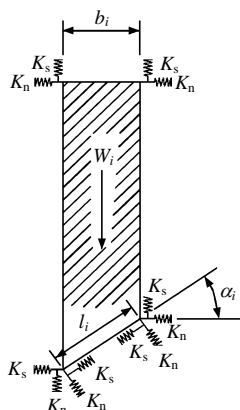


图2 等效的条块弹簧力学模型
Fig.2 The spring model of slices method

当然，图2的求解，还依赖于弹簧刚度系数的设定，而整体系统的求解，需要进行循环迭代。为了求到最终系统平衡解，可以通过细胞自动机来执行。

3.3 条分法的细胞自动机求解机制

为了求到图2的解进而求到系统的整体解，本文引入了细胞自动机的求解机制。

可以将每个条块作为一个元胞细胞，它只在局部与周边条块或底滑面发生影响，以每个条块求解局部平衡方程作为更新规则，这时，块体只将弹簧力传递给周边条块，传递过去的弹簧力，对于周边条块，则是一种外力，加入到周边条块的平衡方程求解中。如此循环求解，通过细胞（条块）之间的力的循环传递，试图最后求到系统的平衡解。而在每次局部求解后，细胞（条块）只发生力的传递，求到的位移均忽略清零。由于没有发生位移，这也使细胞（条块）之间的每循环影响作用均按同一简单的数学力学规则进行力的传递，直到达到系统的平衡。这样就形成了模型2的细胞自动求解机制。由于位移在每次计算后被清零，每个条块细胞的邻域函数规则不发生变化，所以所建立的细胞自动机将是单一的或规则的，属于确定性细胞自动机。

对于切向弹簧所求到的切向力，在每循环中，均应对切向方向的抗剪切强度进行校正，必须满足强度准则，即超出其剪切强度时，可令切向力为其强度值。

3.4 弹簧刚度影响因素

通过上面整个计算过程看出，影响计算结果的除了计算模型本身土层性质，如重度 \$\gamma\$、内摩擦角 \$\varphi\$ 和黏聚力 \$c\$ 等参数，还有为了进行自动细胞机计算所设置的弹簧的刚度系数即 \$K_s\$、\$K_n\$。所以设定合理的弹簧刚度影响着计算结果的准确性。借鉴离散

元中 \$K_s\$、\$K_n\$ 的计算公式^[15]，法向刚度系数 \$K_n\$ 和切向刚度系数 \$K_s\$ 可由下面公式近似计算。

如图3所示的两个接触块体，其长度和宽度分别为 \$a\$ 和 \$b\$，其弹性模量为 \$E\$ 泊松比为 \$\nu\$，则根据弹性力学理论有

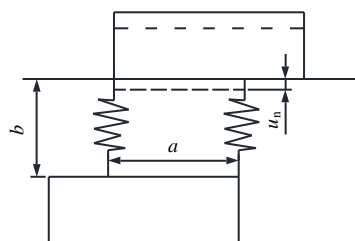


图3 块体接触计算模型
Fig.3 Calculation model for blocks contact

$$2K_n u_n / a = E u_n / b \quad (1)$$

式中：\$u_n\$ 为法向弹簧位移。

从而得到法向刚度系数 \$K_n\$ 为

$$K_n = (Ea) / (2b) \quad (2)$$

由法向刚度系数可求得切向刚度系数 \$K_s\$ 为

$$K_s = K_n / [2(1+\nu)] \quad (3)$$

类似的，魏怀鹏等^[16]推导基于连续介质模型的离散元方法中三维有限元刚度矩阵转化为离散元弹簧刚度的解析表达式，给出了不同条件下离散元弹簧的取法。研究立方体八节点单元中离散元弹簧的性质，得到棱弹簧、面对角线弹簧以及体对角线弹簧的刚度和方向表达式，给出这些弹簧刚度以及方向与泊松比的关系图。同时给出了二维链网模型弹簧刚度的公式。对于平面应变问题，相邻质点连线方向的弹簧刚度为 \$\frac{-\sqrt{3}Et(4\mu-5)}{12(1+\mu)(2\mu-1)}\$，与它正交弹簧

的刚度为 \$\frac{-\sqrt{3}Et(4\mu-1)}{12(1+\mu)(2\mu-1)}\$，其中 \$E\$、\$t\$ 及 \$\mu\$ 分为弹

性模量、厚度和泊松比。所以结论与文献[15]的结论是一致的，即弹簧刚度大小与材料的弹性模量和泊松比有关。

4 计算模型

在将细胞自动机的局部作用原理引入到条分法问题的求解当中，还需要选择一种合适的计算方法对条块间作用力进行计算。在此，根据图2模型，按条块的平面力学静力平衡进行求解。首先如图

4~6 所示, 条块间设置切向和法向弹簧, 如图 7 所示, 即可对求解条块建立平衡方程。

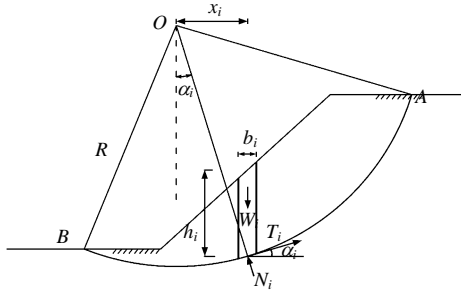


图 4 条分法模型 1

Fig.4 The model of slices method (1)

条块 i 的联立平衡方程组一般表达式为

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta \theta \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{XSUM} \\ F_{YSUM} \\ M_{SUM} \end{Bmatrix} = 0 \quad (4)$$

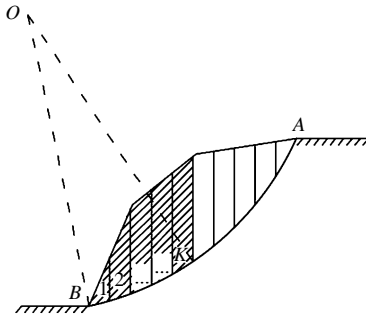


图 5 条分法模型 2

Fig.5 The model of slices method (2)

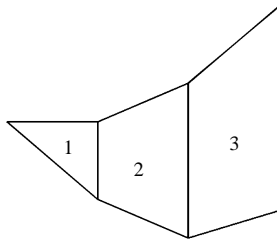


图 6 条分法模型 3

Fig.6 The model of slices method (3)

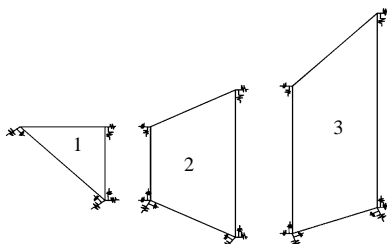


图 7 设置弹簧条分法模型图

Fig.7 The spring model of slices method

式中: ΔX 、 ΔY 和 $\Delta \theta$ 是块体形心的位移; F_{XSUM} 、 F_{YSUM} 分别为块体在 X 、 Y 方向所受的合外力; M_{SUM} 为块体所受的合外力矩; A_{mn} ($m, n=1, 2, 3$) 为系数, 可由力-位移关系求得, 在求解中需逐个计算弹簧接触点对系数的贡献, 并总合到式 (4) 系数矩阵中。对于某处弹簧施加点或接触点 C , 对系数 A_{mn} 的贡献求解为

$$\left. \begin{aligned} A_{11}^i &= -K_s \cos^2 \alpha - K_n \sin^2 \alpha \\ A_{12}^i &= -K_s \cos \alpha \sin \alpha + K_n \cos \alpha \sin \alpha \\ A_{13}^i &= K_s [\cos^2 \alpha (Y_C - Y^i) - \sin \alpha \cos \alpha (X_C - X^i)] + K_n \cdot \\ &\quad [\cos \alpha \sin \alpha (X_C - X^i) + \sin^2 \alpha (Y_C - Y^i)] \\ A_{21}^i &= -K_s \cos \alpha \sin \alpha + K_n \cos \alpha \sin \alpha \\ A_{22}^i &= -K_s \sin^2 \alpha - K_n \cos^2 \alpha \\ A_{23}^i &= K_s [\cos \alpha \sin \alpha (Y_C - Y^i) - \sin^2 \alpha (X_C - X^i)] - K_n \cdot \\ &\quad [\cos \alpha^2 (X_C - X^i) + \cos \alpha \sin \alpha (Y_C - Y^i)] \\ A_{31}^i &= A_{21}^i (X_C - X^i) - A_{11}^i (Y_C - Y^i) \\ A_{32}^i &= A_{22}^i (X_C - X^i) - A_{12}^i (Y_C - Y^i) \\ A_{33}^i &= A_{23}^i (X_C - X^i) - A_{13}^i (Y_C - Y^i) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: ΔX_C^i 、 ΔY_C^i 为块体 i 在接触点 C 的位移增量; ΔX^i 、 ΔY^i 和 $\Delta \theta^i$ 为块体 i 形心的位移增量; X_C 、 Y_C 为块体接触点 C 的坐标; X^i 和 Y^i 为块体 i 的形心坐标; α 为滑动面倾角。

将每个弹簧施加点算出来的 $[A_{mn}]$ 求和得到总的系数矩阵。如第 1 条块块体有 3 个节点, 4 组弹簧, 即求 4 个 $[A_{mn}^i]$ 之和, 即可求出式 (5) 中的系数矩阵 $[A_{mn}]$ 。

$$\left. \begin{aligned} F_{XSUM}^i &= \sum_C F_X^{C_i} + F_{XLOAD} \\ F_{YSUM}^i &= \sum_C F_Y^{C_i} + W_i + F_{YLOAD} \\ M_{SUM}^i &= \sum_C F_Y^{C_i} (X_C - X^i) - \sum_C F_X^{C_i} (Y_C - Y^i) + M_{LOAD} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: F_{XLOAD} 、 F_{YLOAD} 和 M_{LOAD} 是进行该条块计算前通过计算所得的施加于条块 i 上的荷载和力矩; W_i 为条块 i 所受的重力; $F_X^{C_i}$ 、 $F_Y^{C_i}$ 为条块 i 在接触点 C 所受的力。

第 1 个条块第 1 次计算时, 如果只有自重, 则 $F_{XSUM}=0$, $F_{YSUM}=W$ 和 $M_{SUM}=0$ 。因此, 通过联立式 (5) 即可得到位移 ΔX 、 ΔY 和 $\Delta \theta$ 。进而通过下式即得到各弹簧施加点的位移:

$$\left. \begin{aligned} \Delta X_p &= -\Delta X + (Y_p - Y^i) \Delta \theta \\ \Delta Y_p &= -\Delta Y - (X_p - X^i) \Delta \theta \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: (X_p, Y_p) 为块体上任一弹簧施加点 P 的坐标; (X^i, Y^i) 为块体形心的坐标。

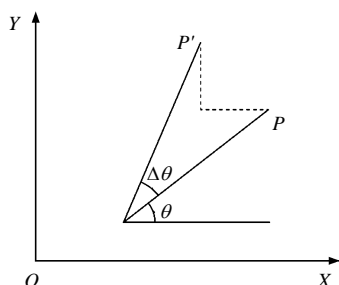


图 8 刚体位移
Fig.8 Displacement of rigid body

将式(7)所求得弹簧施加点的位移分别投影至相应点的法向和切向,即可得到该点相应的法向和切向位移,从而求出相应的法向弹簧力和切向弹簧力。对于当前计算条块,所计算的所有弹簧力不仅作用于该条块,同时作用于与其接触的条块和滑动底面,是作用力与反作用力关系。所计算的所有弹簧力,将累加到原有弹簧力中,并将改变下一步计算相应条块的 F_{XLOAD} 、 F_{YLOAD} 和 M_{LOAD} 。

每一循环的每条块计算所得的位移,仅是用来计算弹簧力增量的,得到弹簧力增量后,位移清零。所以,这个计算过程中,所有条块是没有位移发生的,这与边坡的条分法模型是一致的。条块没有发生位移,也即没有发生几何变位,则式(5)中的 A_{mn} ($m, n=1, 2, 3$) 系数不变,符合细胞自动机中的重复的简单相互作用。总的来说,条块与条块之间的关系就是建立平衡又被相邻条块打破平衡,再重新建立平衡的过程,可形象地理解为块体之间的不平衡力在相互转移,直到同时达到了局部和系统的平衡。此时,计算循环迭代的结果将使各接触点的弹簧力趋于稳定,且计算位移趋向于 0。

值得指出的是,这里的循环求解迭代过程,是一种物理含义上的过程,是细胞邻域之间的更新,执行的是更新规则。与其他条分法中针对所建立的平衡方程求解的数学求解迭代是不同的。

在得到各个节点上稳定的弹簧力后,可按照通常安全系数定义式计算边坡的稳定性安全系数。对于圆弧滑动面,如图 9 所示,按式(8)求得安全系数即可。

$$K = \frac{M_r}{M_s} = \frac{\sum (N_i \tan \varphi_i + c_i l_i)}{\sum (T_1 + T_2)} \quad (8)$$

式中: M_r 为抗滑力矩之和; M_s 为外荷载及滑动力矩之和; $N_i = N_1 + N_2$; $T_i = T_1 + T_2$ 。

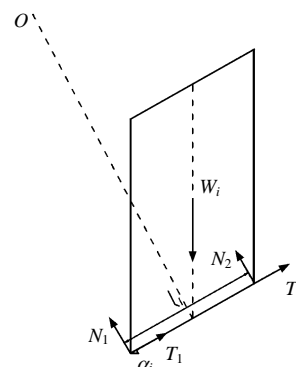


图 9 安全系数的求解
Fig.9 Solution of safety factor

5 程序与算例

5.1 程序的基本情况

根据计算模型和细胞自动机计算机制,开发了相应分析软件。采用的开发语言为 C++, 基于 MFC 类库, 开发环境为 Visual Studio 2012, 最大程度上覆盖到各个版本的 Windows 操作系统, 提高程序的兼容性, 代码编辑器采用 Sublime Text v3.3083, 开发过程中的反汇编调试工具采用 Microsoft 公司的 Dot net 反编译工具 IL DASM 3.5.30729.1。边坡稳定性计算程序 CASlope 命名来源于 Cellular Automata Slope Stability 的缩写, 程序基于现代软件工程理论, 采用面向对象模块化的开发思想, 遵守最新的编码规范。

程序设计整体分为文件系统 (file systems)、模型绘制 (model rendering)、模型设定 (preference)、分析计算 (calculations)、数据可视化 (data visualization) 5 大模块, 各模块独立开发, 低耦合, 大大增加了程序的鲁棒性。程序的计算过程与通常的条分法分析基本一致, 不同点在于以求解弹簧力代替了求解条间力, 而弹簧力求解采用了细胞自动机的机制。本文程序的主要步骤如下: ①建立边坡分析地质模型剖面; ②按滑动面搜索方法 (本程序按预设滑动面圆心区域搜索方法), 选取某一滑动面; ③划分条块, 获得物理力学参数; ④建立条块细胞的邻域更新规则, 按更新规则迭代计算弹簧力, 求到收敛弹簧力; ⑤根据弹簧力计算安全系数; ⑥本次循环计算安全系数与当前最小安全系数比较, 若更小则替代 (若本次为第 1 次循环, 最小安全系数直接去本次计算值); ⑦返回第 2 步。

5.2 案例分析

为了证明本文方法和所开发的程序,按文献[17]中的澳大利亚计算机应用协会(ACADS)针对边坡稳定性的考题取了单层土质边坡和多层土质边坡两个案例进行模拟分析。

5.2.1 单层土质边坡

如图 10 所示,均质土坡的材料特性分别为重度 20 kN/m^3 、黏聚力 3.0 kPa 、内摩擦角 19.6° 。对于该算例,极限平衡法计算得到的安全系数为 $0.991 \sim 1.080$,裁判推荐的标准安全系数为 1.000 ,滑裂面形状如图 11 所示。文献[17]得到的边坡最小安全系数为 1.000 。

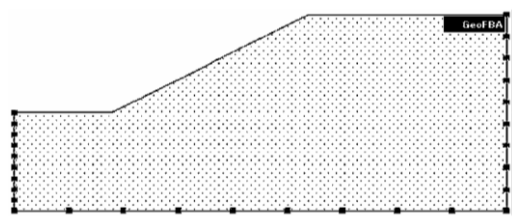


图 10 案例 1 边坡模型

Fig.10 The slope model of example No.1

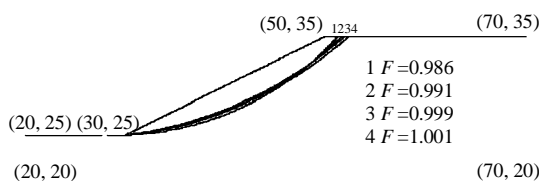


图 11 极限平衡法参考解 (单位: m)

Fig.11 Results by LEM (unit: m)

弹性模量 E 取 20.7 MPa , 泊松比 ν 取 0.35 , 符合岩土力学里参数规范。选用文献[16]给出的公式,对于平面应变问题,法向弹簧刚度为 $\frac{-\sqrt{3}Et(4\mu-5)}{12(1+\mu)(2\mu-1)}$,切向弹簧的刚度为 $\frac{-\sqrt{3}Et(4\mu-1)}{12(1+\mu)(2\mu-1)}$,

可以得到 $K_n=265\ 581\ 12 \text{ Pa}$, $K_s=295\ 090\ 1 \text{ Pa}$ 。

根据软件 CASlope 模拟出的结果如图 12~15 所示。

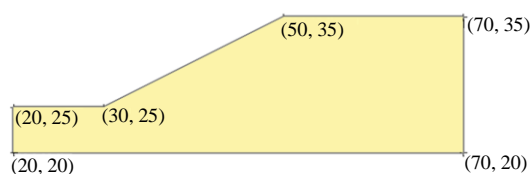
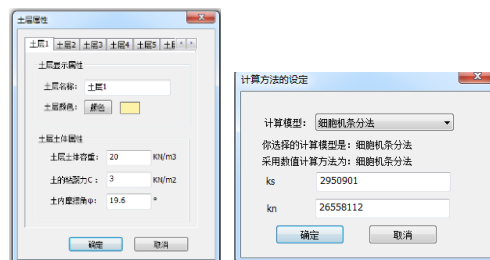


图 12 案例 1 边坡 CASlope 坐标 (单位: m)

Fig.12 Coordinates of slope No.1 in CASlope (unit: m)



(a) 土层参数

(b) 刚度系数

图 13 计算设定

Fig.13 The set of calculation

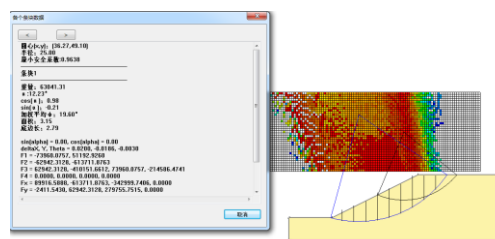


图 14 案例 1 计算结果图 1

Fig.14 Results of calculation for slope No.1 (1)

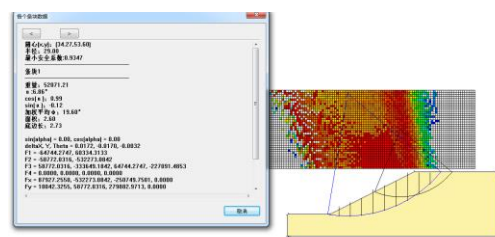


图 15 案例 1 计算结果图 2

Fig.15 Results of calculation for slope No.1 (2)

例子取相似滑动面算的安全系数为 $0.934\ 7$ 、 $0.963\ 8$,可以在一定程度上佐证本文方法的正确性。用 MATLAB 模拟出力迭代效果图,程序默认的第 3 条块所有弹簧力的输出图。从图 16 可以看出最终迭代达到稳定,且每个条块的弹簧力可明显看出最终达到收敛。

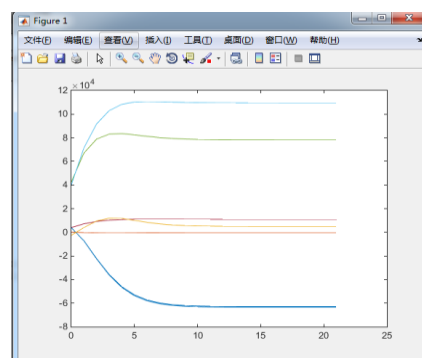


图 16 案例 1 条块弹簧力的输出结果

Fig.16 Output of block spring forces in example No.1

5.2.2 多层土质边坡

多层土质边坡案例分为 3 层土层, 各土层参数见表 1。图 17 为分层剖面图, 图 18 为坐标点和文献[17]所取滑动面图。对于该算例, 原文极限平衡法计算得到的安全系数为 1.230~1.520, 参考值安全系数为 1.381, 得到的安全系数为 1.430。图 18 中安全系数 1.385 为 STABF 软件结果, 1.405 为文献[17]方法计算结果。

表 1 土层性质
Table 1 Properties of soils

土层性质	重度/(kN/m ³)	黏聚力/(kN/m ²)	内摩擦角/(°)
土层 1	19.5	0.0	38
土层 2	19.5	5.7	23
土层 3	19.5	7.2	20

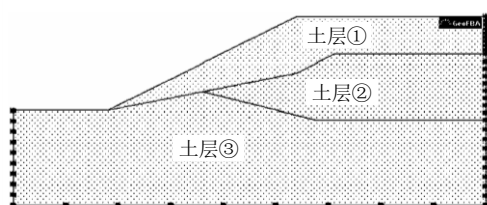


图 17 案例 2 边坡模型

Fig.17 The slope model of example No.2

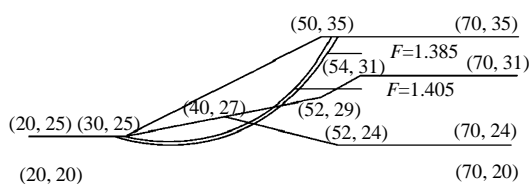


图 18 极限平衡法参考解 (单位: m)

Fig.18 Results by LEM (unit: m)

根据软件 CASlope 模拟出的结果如图 19~23 所示。

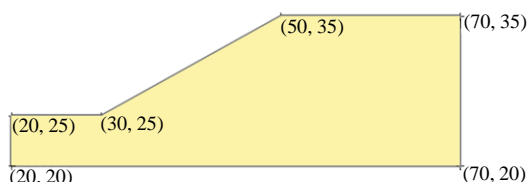


图 19 案例 2 边坡 CASlope 坐标 (单位: m)

Fig.19 The coordinates of slope No.2 in CASlope (unit: m)

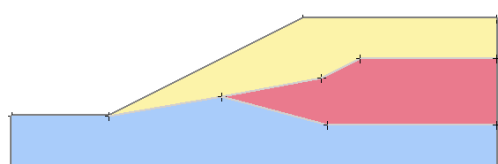
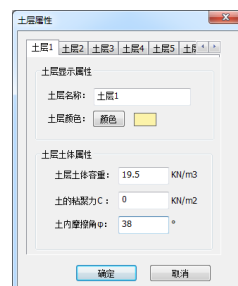
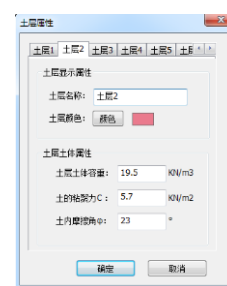


图 20 案例 2 边坡 CASlope 模型

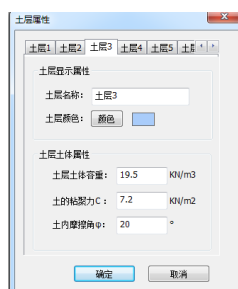
Fig.20 The CASlope model of slope No.2



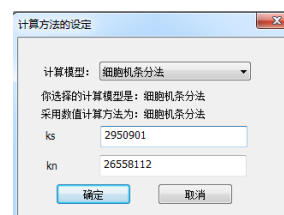
(a) 土层 1 参数



(b) 土层 2 参数



(c) 土层 3 参数



(d) 刚度系数

图 21 计算设定

Fig.21 The set of calculation

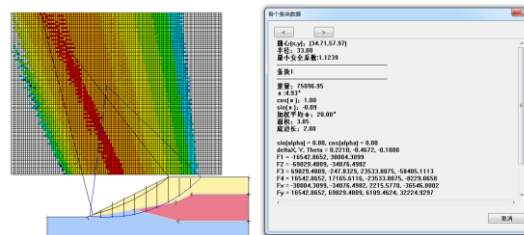


图 22 案例 2 计算结果图 1

Fig.22 Calculation results of slope No.2 (1)

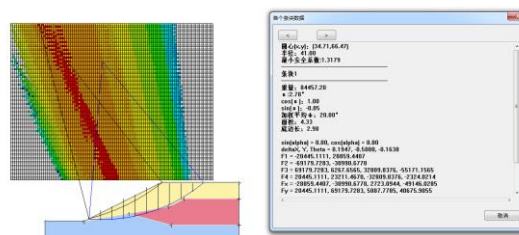


图 23 案例 2 计算结果图 2

Fig.23 Calculation results of slope No.2 (2)

算例取相似滑动面算的安全系数为 1.123 9、1.317 9, 可以认为本文计算结果在合理范围。同时得到图 24 为条块弹簧力迭代收敛图, 计算收敛。

另外, 根据本文方法, 计算结果需要确定的计算参数只有 K_s 、 K_n , 其取值一定要根据其岩土本身的物理力学性质确定。为了验证这一点, 采用不同的 K_s 、 K_n 值计算了图 10 模型, 计算所得到的条

块弹簧力收敛值是不同的, 也将由此得到不同的安全系数。这恰好说明了岩土性质对边坡安全的影响。如图 25、26 所示。

图 25 为 K_s 缩小一半, K_n 不变的情况下得到的力的收敛结果, 此时安全系数为 2.095 8。图 26 为 K_s 增大一倍, K_n 不变的情况下得到的力的收敛结果, 安全系数为 0.200 0。由于篇幅所限, 更多的讨论将另文说明。

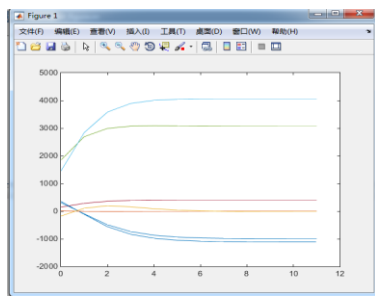


图 24 案例 2 条块弹簧力的输出结果

Fig.24 Output of block spring forces in example No.2

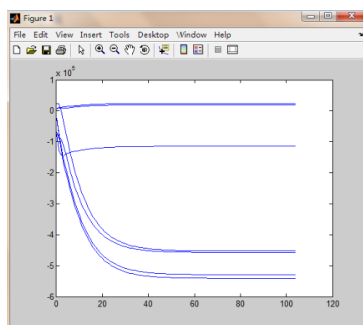


图 25 条块弹簧力的输出结果 1

Fig.25 Output of block spring forces (1)

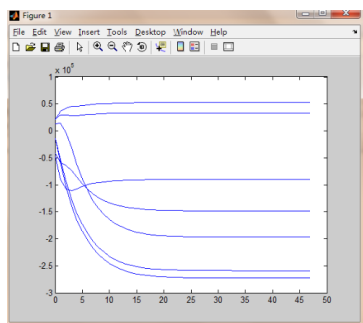


图 26 条块弹簧力的输出结果 2

Fig.26 Output of block spring forces (2)

6 结 论

本文给出了一种新的计算边坡稳定性安全系数的边坡刚体条分法, 得到如下结论:

(1) 将条分法中的条块间力采用了细胞自动机的迭代更新模型来求解, 建立了新的迭代求解条间力的方法。

(2) 本文求解条间力的模型, 不需要对条间力做任何简化, 让原本认为超静定的边坡条分力学模型, 得到了唯一收敛的静定解, 实现了一种非简化的求解, 这对条分法模型有特别重要的意义。

(3) 通过算例, 本文的计算结果在合理的范围之内。由于传统的条分法均为简化方法, 本文方法因为没有人为简化和干扰, 所求结果在力学上更趋于合理。同时, 为了方便比较, 本文算例是以圆弧滑动面为例的, 但本文的计算模型很显然可以适应非圆弧滑动面的条分模型。

(4) 编制了相应的程序软件 CASlope, 该软件可以让使用者自行构造边坡模型, 步骤简单, 使用方便, 结果详细, 显示结果一目了然。在不断迭代的过程中, 每个刚度矩阵只需要进行一次计算, 整体的迭代通过细胞元胞与其邻胞根据更新规则的相互作用依次传递, 达到平衡状态。这种方法的优点是对内存要求极低, 假设条件很少, 有利于在数值模拟条件下对边坡条分法进行较为精细的仿真。

参 考 文 献

- [1] FELLENIUS W. Erdstatische Berechnungen mit Reibung und Kohasion (in German)[M]. Berlin: Ernst, 1927.
- [2] BISHOP A W. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes[J]. *Geotechnique*, 1955, (5): 7—17.
- [3] MORGENSTEM N R, PRICE V E. The Analysis of the stability of generalised slip surfaces[J]. *Geotechnique*, 1965, (15): 79—93.
- [4] JANBU N. Slope stability computations[J]. *Embankment Dam Engineering-Casagrande Volume*, 1973: 47—86.
- [5] WOLFRAM S. University and complexity in cellular automata[J]. *Physica D*, 1984, 10(1): 1—35.
- [6] TOFFOLI T, MARGOLUS N. Cellular automata machines: A new environment for modeling[M]. Cambridge: MIT Press, 1987.
- [7] WOLFRAM S. Statistical mechanics of cellular automata[J]. *Review Modern Physics*, 1983, 55(3): 601—644.
- [8] PARIMAL PAL CHAUDHURI, DIPANWITA ROY CHOWDHURY, SUKUMAR NANDI, et al. Additive cellular automata: Theory and Application[M]. Wiley:

- IEEE Computer Society, 1997.
- [9] 周辉, 王泳嘉, 谭云亮, 等. 岩体破坏演化的物理细胞自动机(PCA)(I)——基本模型[J]. 岩石力学和工程学报, 2002, 21(4): 475—478.
- ZHOU Hui, WANG Yong-jia, TAN Yun-liang, et al. Study on physical cellular automata model of rock mass failure(I): Basic model[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2002, 21(4): 475—478.
- [10] 周辉, 谭云亮, 冯夏庭, 等. 岩体破坏演化的物理细胞自动机(PCA)(II)——模拟例证[J]. 岩石力学和工程学报, 2002, 21(6): 782—786.
- ZHOU Hui, TAN Yun-liang, FENG Xia-ting, et al. Study on physical cellular automata model of rock mass failure(II): Examples[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2002, 21(6): 782—786.
- [11] 周辉, 冯夏庭, 谭云亮, 等. 物理细胞自动机与岩石弹-脆-塑性性质的细观机制研究[J]. 岩土力学, 2002, 23(6): 678—682.
- ZHOU Hui, FENG Xia-ting, TAN Yun-liang, et al. Research on physical cellular automata and microscopical mechanism of elasticity-brittleness-plasticity of rock[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2002, 23(6): 678—682.
- [12] 王士民, 冯夏庭, 王泳嘉, 等. 脆性岩石破坏的演化细胞自动机(ECA)研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(15): 2634—2639.
- WANG Shi-min, FENG Xia-ting, WANG Yong-jia, et al. Study on evolving cellular automata(ECA) to model crack of brittle rock[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(15): 2634—2639.
- [13] 周辉, 潘鹏志, 冯夏庭. 循环载荷作用下岩石单轴压缩破坏过程的平面弹塑性细胞自动机模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(增刊 2): 3623—3628.
- ZHOU Hui, PAN Peng-zhi, FENG Xia-ting. Plane elastoplastic cellular automata model of failure process of rocks under cyclic loading[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2006, 25(Supp. 2): 3623—3628.
- [14] 潘鹏志, 冯夏庭, 周辉. 脆性岩石破裂演化过程的三维细胞自动机模拟[J]. 岩土力学, 2009, 30(5): 1471—1476.
- PAN Peng-zhi, FENG Xia-ting, ZHOU Hui. Failure evolution processes of brittle rocks using 3D cellular automaton method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(5): 1471—1476.
- [15] 王泳嘉, 邢纪波. 离散单元法及其在岩土力学中的应用[M]. 沈阳: 东北工学院出版社, 1991.
- WANG Yong-jia, XING Ji-bo. Discrete element method and its applications in geotechnical[M]. Shenyang: Northeast China Institute of Technology Press, 1991.
- [16] 魏怀鹏, 易大可, 李世海, 等. 基于连续介质模型的离散元方法中弹簧性质研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(6): 1160—1169.
- WEI Huai-peng, YI Da-ke, LI Shi-hai, et al. Study on spring properties of continuum-based discrete element method[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2006, 25(6): 1160—1169.
- [17] 郑文博, 庄晓莹, 李耀基, 等. 基于流形方法和图论算法的岩土质边坡稳定性分析[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(11): 2045—2052.
- ZHENG Wen-bo, ZHUANG Xiao-ying, LI Yao-ji, et al. Graph theory for stability analysis of rock/soil slopes based on numerical manifold method[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2013, 35(11): 2045—2052.