文章编号：1000－7598 (2011) 02－0465－06

粉细砂的真三轴试验与强度特性

扈 萍[1]，黄茂松[2,3]，马少坤[4]，吕玺琳[2,3]

（1.济南大学 土木建筑学院，济南 250022；2.同济大学 地下建筑与工程系，上海 200092；
3.同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室，上海 200092；4.广西大学 资源与环境学院，南宁 530004）

摘 要：采用柔性真三轴仪对上海粉细砂进行了一系列不同中主应力系数条件下的真三轴试验，针对中主应力对粉细砂强度特性的影响进行了系统分析。基于真三轴试验结果对 Mohr-Coulomb 强度准则的形状函数进行了改进，并采用试验结果对强度准则进行验证。结果表明，建立在真三轴试验基础上的强度准则能更准确地反映砂土三维应力状态下的强度特性。

关 键 词：粉细砂；真三轴试验；中主应力；三维；强度

中图分类号：TU 411 **文献标识码：**A

True triaxial tests and strength characteristics of silty sand

HU Ping[1], HUANG Mao-song[2,3], MA Shao-kun[4], LÜ Xi-lin[2,3]

(1. Scholl of Civil Engineering, University of Jinan, Jinan 250022, China;
2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;
3. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China;
4. College of Resources and Environment, Guangxi University, Nanning 530004, China)

Abstract: In order to investigate the effect of intermediate principal stress on strength of sands, a series of true triaxial compression tests of Shanghai silty sand under different intermediate principal stress coefficients are performed on flexible true triaxial apparatus. Then the Lode angle dependent shape function of Mohr-Coulomb's strength criterion is modified based on true triaxial tests results; and the true triaxial test results of Shanghai silty sands are simulated. The results show that the strength criterion based on true triaxial tests can describe the strength characteristics of sand in true 3D state preferably.

Key words: silty sand; true triaxial tests; intermediate principal stress; 3D; strength

1 引 言

长期以来，人们一直以常规三轴试验作为研究土的性质及指标的主要试验手段。然而，常规三轴试验只能对土体施加 2 个方向的主应力，使土体处于轴对称的应力状态，只能反映轴对称应力状态下的强度和变形规律，而忽略了中主应力的影响，不能代表土体在实际三维复杂应力状态下的性能[1－2]。为克服这一不足，人们发展了真三轴试验[3－13]。真三轴试验能独立施加 3 个主应力，分析不同主应力对土体强度的影响，因而能更准确地模拟土体实际受力状态，有利于研究土体三维强度及三维本构关系。

上海粉细砂主要由粉粒和粉砂粒组成，中间夹杂着少量黏粒。这种砂由于不存在明显临界状态线，因此具有较为典型的研究意义。笔者对上海粉细砂进行了一系列不同中主应力系数条件下的真三轴试验，研究了中主应力对粉细砂强度特性的影响。在此基础上，对 Mohr-Coulomb 强度准则的形状函数进行了改进，改进后的强度参数可以通过真三轴试验得到。数值模拟结果表明，建立在真三轴试验基础上的强度准则能够更为准确地描述砂土的三维强度特性。

2 上海粉细砂的真三轴试验

2.1 试验仪器

本试验采用的真三轴仪是由同济大学和上海深尔科智能仪器科技有限公司联合研制开发的柔性真三轴仪。加荷方式为：大主应力通过竖直方向上的滚珠丝杆推进加荷平台向三轴压力室施加；中主应

收稿日期：2009-09-22
基金项目：济南大学博士基金（No. XBS0915）；国家自然科学基金（No. 10972159）。
第一作者简介：扈萍，女，1980 年生，博士，讲师，主要从事岩土本构理论的研究。E-mail:pinghu2002@163.com

力由一个步进电机驱动液压筒施加在试验侧面的柔性水囊上；小主应力由压力室的气压提供。这种仪器的最大优点就是采用柔性水囊取代了以往的刚性板，消除了边角效应，另外，采用高精度 GDS 自动控制装置可以提高中主应力的控制精度。该仪器可在等向固结、非等向固结以及在不同的主应力比的条件下进行真三轴试验。

2.2 砂样制备

本试验所用土样取自上海长兴岛造船基地吹填砂，该类砂料广泛分布于长江入海口区域，用作地基填筑材料。砂样级配范围为 0.025～0.1 mm，不均匀系数 $C_u = 0.15$，颗粒相对密度为 2.65，最大、最小干密度分别为 1.57 g/cm^3 和 1.25 g/cm^3。试验时采用多层湿捣法将土样制备成直径为 120 mm×70 mm×70 mm 的长方体。

2.3 试验方案

分别进行等向固结排水和等向固结不排水条件下的真三轴试验，排水条件下固结压力 p_0 取 50、100、150 kPa，不排水条件下固结压力取 50 kPa。同时，分别取不同的中主应力比系数 b 进行试验。中主应力系数的表达式为

$$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \tag{1}$$

式中：σ_1、σ_2、σ_3 分别为大主应力、中主应力和小主应力。中主应力系数 b 在整个剪切过程中保持不变，具体试验方案见表 1。

表 1 粉细砂真三轴试验方案

Table 1 Schemes of true 3D tests on silty sand

固结状态	D_r / %	初始孔隙比 e_0	初始围压 / kPa	中主应力系数 b
CD	80	0.776	50	0、0.25、0.50、0.75、1.00
CD	80	0.776	100	0、0.25、0.50、0.75、1.00
CD	80	0.776	150	0、0.25、0.50、0.75、1.00
CU	80	0.776	100	0、0.25、0.50、0.75、1.00

注：表中 $D_r = (e_{max} - e)/(e_{max} - e_{min}) \times 100\%$ 。

2.4 试验成果分析

（1）真三轴排水试验结果

砂土在 $p_0 = 50$、100、150 kPa 下的偏应力 q 与大主应变 ε_1 关系曲线如图 1 所示。从图中可以看出，在真三维应力条件下，偏应力峰值是随着初始围压的增大而增大的，但与中主应力系数 b 值的关系却比较复杂。当 b 值从 0 变化到 0.50 时，峰值是随着 b 值增加而增加的；当 $b = 0.75$ 时，峰值有所下降；当 $b = 1.00$ 时，峰值又有所回升，但仍低于 $b = 0.50$ 时的强度值。

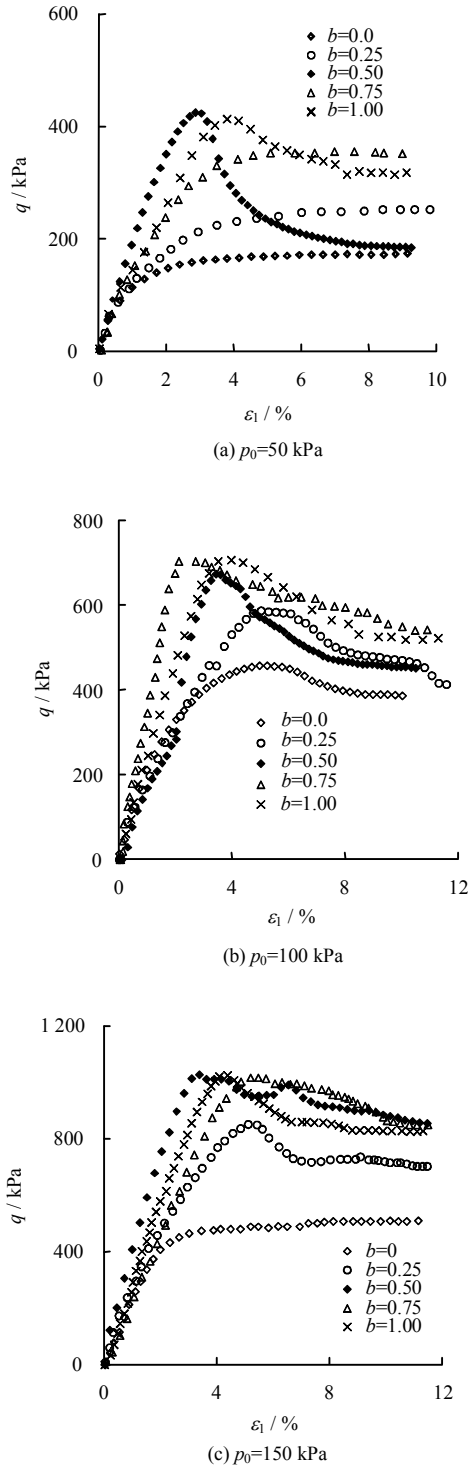


图 1 应力与大主应变关系曲线

Fig.1 Curves of stress versus major strain

（2）真三轴不排水试验结果

图 2 为砂土在 $p_0 = 50$ kPa 下的应力与大主应变关系曲线。从图中同样可以看出，偏应力峰值并不总随着 b 值的增加而增大，当 b 值从 0 变化到 0.75 时，峰值是随着 b 值增加而增加的；当 $b = 1.00$ 时，峰值又有所下降。图 3 为孔隙水压力与大主应变关系曲线，表明不排水试验中孔隙水压力基本呈先增大而后降低的趋势。

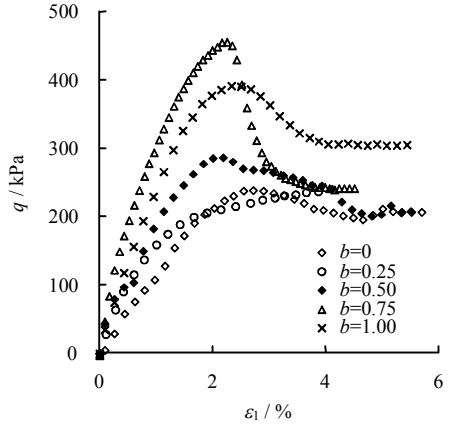


图 2　应力与大主应变关系曲线

Fig.2　Curves of stress versus major strain

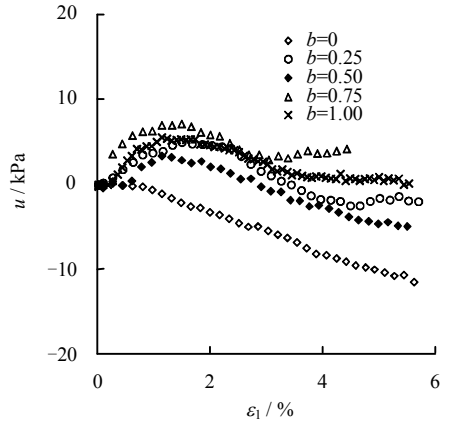


图 3　孔隙水压力与大主应变关系曲线

Fig.3　Curves of pore water pressure versus major strain

为研究中主应力对砂土强度参数的影响，国内外学者进行了大量的真三轴试验研究，并得出了一定的试验规律。图 4 对本文真三轴试验得到的φ_b-b 曲线与前人的试验结果[14−18]进行了对比，其中φ_b为对应于中主应力系数 b 的峰值内摩擦角，有

$$\sin\varphi_b=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma_1+\sigma_3} \tag{2}$$

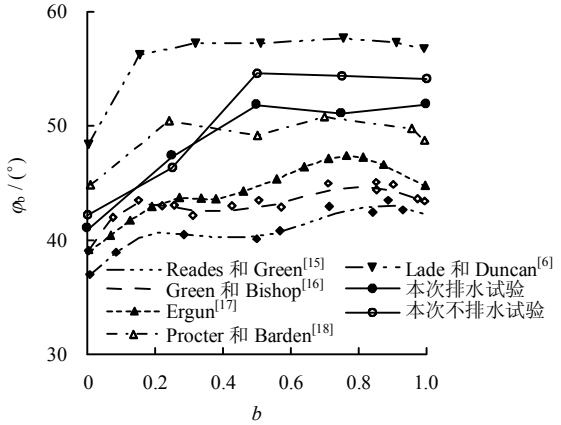


图 4　砂土真三轴试验的φ_b-b 曲线

Fig.4　φ_b-b curves of true triaxial tests on sands

对于排水条件下 3 组不同围压情况测得的φ_b可取平均值，发现上海粉细砂不排水条件下的试验规律与 Lade 和 Duncan[6]的试验规律最为相似，都是峰值内摩擦角随着中主应力从小主应力开始逐渐增加有一定提高，到接近大主应力时，又略微有所降低。而排水条件下的试验规律则略有不同，在峰值内摩擦角降低至$b=0.75$时又有所回弹，但总的趋势还是类似于不排水试验。

Lade 和 Wang 对不同相对密度的 Santa Monica Beach 砂进行了真三轴试验[19]，得到了破坏时的大主应变ε_1随中主应力系数 b 的变化规律，如图 5 所示。由图可以看出，Santa Monica Beach 砂达到破坏时，中主应力等于小主应力时对应的大主应变最大，随着 b 值的增加逐渐减小，在中主应力接近大主应力时会有一个轻微的增大再减小的过程。通过比较发现，粉细砂排水试验破坏时大主应变（平均值）的变化规律与 Santa Monica Beach 砂基本相一致。不排水试验达到破坏时的大主应变曲线则更平缓一些，随 b 值增加逐渐减小到一定程度后变化不大，到中主应力接近大主应力时也只有轻微的升高。

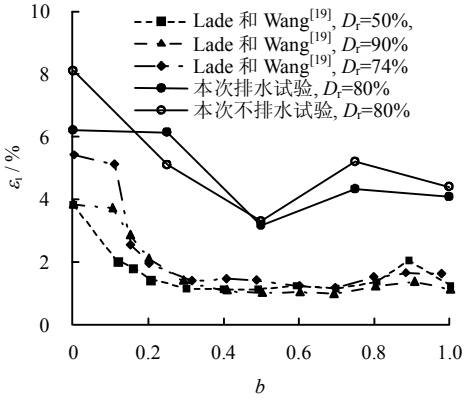


图 5　砂土真三轴试验的ε_1-b 曲线

Fig.5　ε_1-b curves of true triaxial tests on sands

3　砂土的三维强度准则

一般应力状态下土体强度准则为

$$F=F(p,q,\theta_\sigma,\varphi_f)=0 \tag{3}$$

式中：有效平均应力 $p=I_1/3=\sigma_{kk}/3$；有效广义剪应力 $q=\sqrt{3J_2}$，$J_2=s_{ij}s_{ij}/2$，$s_{ij}=\sigma_{ij}-\delta_{ij}p$；应力 Lode 角 $\theta_\sigma=\sin^{-1}\left[3\sqrt{3}J_3/(2J_2^3)\right]/3$，$(-\pi/6\leqslant\theta_\sigma\leqslant\pi/6)$，$J_3=\sqrt{s_{ij}s_{jk}s_{ki}/3}$；$\varphi_f$ 为峰值内摩擦角。Lode 角与中主应力比的转换关系为

$$b=\left(1-\sqrt{3}\tan\theta_\sigma\right)/2 \tag{4}$$

通过引入角隅函数 $g(\theta_\sigma)$，得到一般应力状态下 Mohr-Coulomb 强度准则为

$$F(p,q,\theta_\sigma)=q-M_{\mathrm{f}}g(\theta_\sigma)p=0 \tag{5}$$

式中：峰值应力比 $M_{\mathrm{f}}=6\sin\varphi_{\mathrm{f}}/(3-\sin\varphi_{\mathrm{f}})$；$g(\theta_\sigma)$ 表示破坏面在偏平面上的形状，对应于广义 Mohr-Coulomb 准则的 $g(\theta_\sigma)$，可以取为

$$g(\theta_\sigma)=\frac{3-\sin\varphi}{3-\sin\varphi+\sqrt{2}\sin\varphi\sqrt{1-\sin(3\theta_\sigma)}} \tag{6}$$

上述广义 Mohr-Coulomb 模型的形状函数为一存在尖点的六边形，如图 6 所示。这说明强度准则只能在三轴压缩条件下与试验规律符合，估计的强度代表三维强度的下限。为此，本模型采用 William 和 Warnke 提出的一种椭圆形式的形状函数[20]：

$$g(\theta_\sigma)=\left[2(1-\beta^2)\cos\left(\frac{\pi}{6}+\theta_\sigma\right)+(2\beta-1)\cdot\sqrt{4(1-\beta^2)\cos^2\left(\frac{\pi}{6}+\theta_\sigma\right)+\beta(5\beta-4)}\right]\Big/ 4(1-\beta^2)\cos^2\left(\frac{\pi}{6}+\theta_\sigma\right)+(2\beta-1)^2 \tag{7}$$

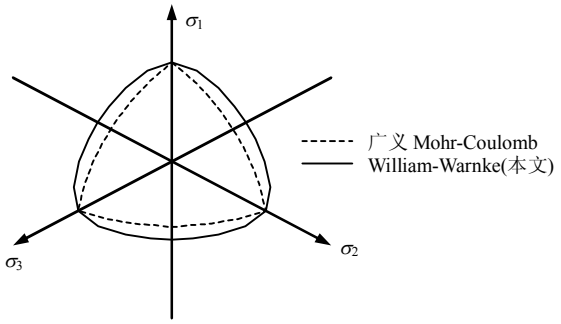


图 6 偏平面上破坏面形状

Fig.6 Failure surface in deviatoric stress space

由图 6 可以看出，William-Warnke 的形状函数比较圆滑，能够避免尖点给数值计算带来的困难。除了形状函数的选择以外，这里还有一个关键问题是式（7）中 β 的取值。通常情况下近似认为三轴拉伸和三轴压缩时强度参数相同，那么 β 可表示为

$$\beta=\frac{3-\sin\varphi_{\mathrm{f}}}{3+\sin\varphi_{\mathrm{f}}} \tag{8}$$

事实上，三轴拉伸试验比三轴压缩试验得到的强度一般要高[21]，为了更加合理地模拟真三轴试验，应该充分考虑到这种强度差异。因此，本文直接采用三轴拉伸和三轴压缩时的峰值应力的比值：

$$\beta=(M_{\mathrm{f}})_{\theta_\sigma=-\pi/6}/(M_{\mathrm{f}})_{\theta_\sigma=\pi/6} \tag{9}$$

式中：$(M_{\mathrm{f}})_{\theta_\sigma=-\pi/6}$ 和 $(M_{\mathrm{f}})_{\theta_\sigma=\pi/6}$ 分别对应于真三轴试验中 $b=1.00$ 和 $b=0$ 两种试验条件下广义剪应力与平均应力的峰值应力比[20]。试验验证表明，这一修正使得模型更加符合试验结果。

4 真三轴试验验证

为了验证修正后强度准则的合理性，对前述上海粉细砂的真三轴试验进行点积分程序的数值模拟，并同广义 Mohr-Coulomb 准则进行比较。采用的强度参数见表 2，M_{f} 由真三轴试验 $b=0$ 的试验条件下得到，β 由真三轴试验 $b=1.00$ 和 $b=0$ 的试验条件下得到。

表 2 三维强度准则所需参数

Table 2 Parameters for 3D strength criterion

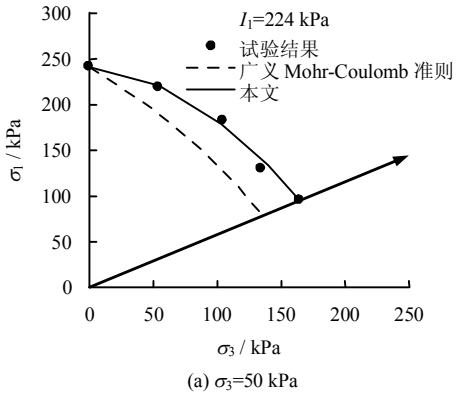
试验		强度参数	
固结类型	p_0 / kPa	M_{f}	β
CU	50	1.5	0.789
CU	100	1.5	0.684
CU	150	1.5	0.771
CD	50	1.5	0.681

4.1 偏平面上的破坏线

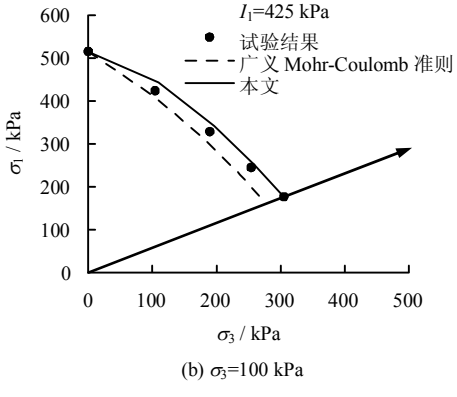
将上海粉细砂对应于不同中主应力系数条件下的破坏点绘在同一偏平面上，如图 7、8 所示。从图中可以看出，不管是排水条件还是不排水条件，采用广义 Mohr-Coulomb 准则的预测结果都只在三轴压缩（$b=0$）状态下与试验结果符合，随着 b 值增加则逐渐偏离试验结果，当 $b=1$ 时偏离最明显。显然广义 Mohr-Coulomb 准则在 $0<b\leqslant1$ 状态下低估了土体的强度。与广义 Mohr-Coulomb 准则相比，本文采用的破坏准则在各种 b 值条件下都与试验结果吻合较好。

4.2 峰值内摩擦角

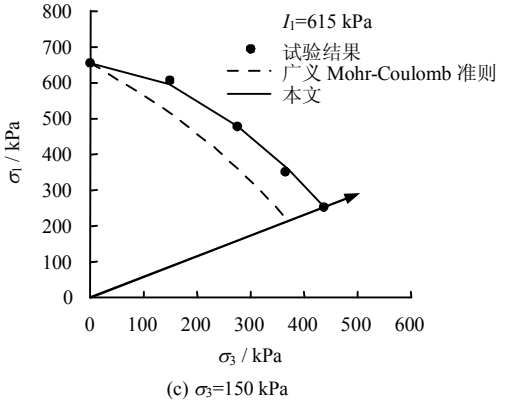
图 9、10 为上海粉细砂对应于不同中主应力系数条件下的峰值内摩擦角。由图可以发现，随着中主应力系数 b 的增加，峰值内摩擦角基本呈现先增加后降低的规律。不论 b 为何值，采用广义 Mohr-Coulomb 准则预测的峰值内摩擦角都等于三轴压缩（$b=0$）状态下的峰值内摩擦角，低估了土体在 $0<b\leqslant1$ 状态下的强度。而本文采用的破坏准则更符合实际情况。



(a) σ_3=50 kPa



(b) σ_3=100 kPa



(c) σ_3=150 kPa

图 7　上海粉细砂排水条件下偏平面上的破坏线

Fig.7　Failure line in octahedral plane of Shanghai silty sand under drained conditions

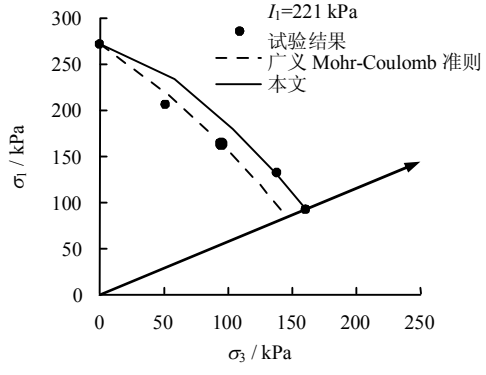
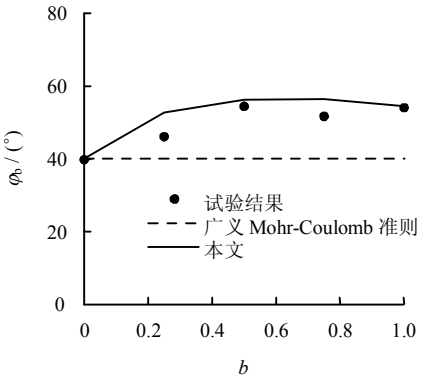
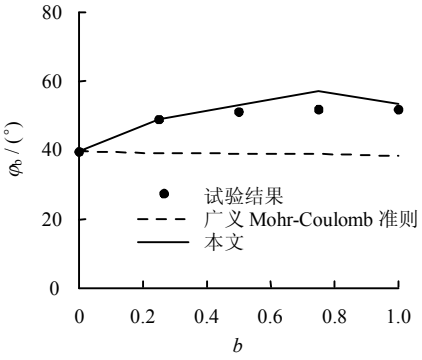


图 8　上海粉细砂不排水条件下偏平面上的破坏线 (p_0=50 kPa)

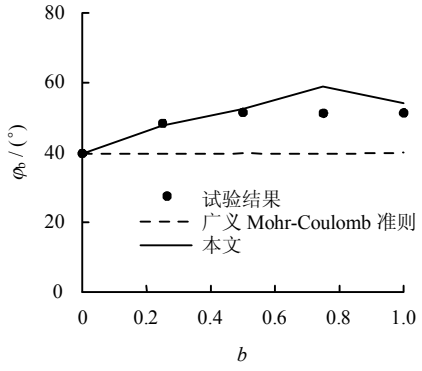
Fig.8　Failure line in octahedral plane of Shanghai silty sand under undrained conditions (p_0=50 kPa)



(a) σ_3=50 kPa



(b) σ_3=100 kPa



(c) σ_3=150 kPa

图 9　上海粉细砂排水条件下峰值内摩擦角

Fig.9　Peak failure friction angle of Shanghai silty sand under drained conditions

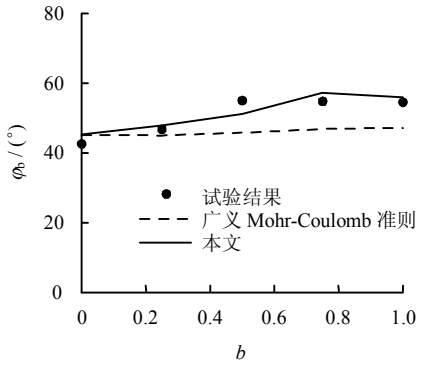


图 10　粉细砂不排水条件下峰值内摩擦角(p_0=50 kPa)

Fig.10　Peak internal friction angle of Shanghai silty sand under undrained conditions(p_0=50 kPa)

5 结 论

（1）粉细砂的强度特性与中主应力密切相关。当初始密度和围压一定时，不同中主应力系数使得粉细砂的强度不同，但并非强度总是随着中主应力系数的增加而增大的。总体上来说，随着中主应力从小主应力开始逐渐增加，砂土的强度也有所增加，但当接近大主应力时，又会有略微降低。

（2）以常规三轴试验参数为基础直接推广的三维 Mohr-Coulomb 强度准则，在预测土体强度特性时偏离比较明显，而建立在真三轴试验结果基础上的强度准则则更符合实际情况。这说明在研究土体三维状态下的强度特性时，不能只建立在常规三轴试验基础上，而应以更复杂应力条件的试验为基础进行研究。

（3）建立在三轴压缩和三轴拉伸条件下强度参数相同基础上的强度准则往往不能反映土体三维应力空间的真实特性。合理利用真三轴的试验结果对破坏准则进行修正，得到的结果更符合实际。

参 考 文 献

[1] 孙红, 袁聚云, 赵锡宏. 软土的真三轴试验研究[J]. 水利学报, 2002, 46(12): 74－78.
SUN Hong, YUAN Ju-yun, ZHAO Xi-hong. Study on soft soil by the true triaxial tests[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2002, 46(12): 74－78.

[2] 迟明杰, 李小军, 周正华, 等. 中主应力对砂土强度影响的细观机制研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(12): 3751－3757.
CHI Ming-jie, LI Xiao-jun, ZHOU Zheng-hua, et al. Meso-scale study of effects of intermediate principal stress on strength of sand[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(12): 3751－3757.

[3] BISHOP A W. The strength of soils as engineering materials[C]//6th Rankine Lecture, Geotechnique. London, England: [s. n.], 1966: 89－130.

[4] KO H Y, SCOTT R F. Deformation sand and failure[J]. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division**, **ASCE**, 1968, 94(4): 883－898.

[5] SUTHERLAND H B, MESDARY M S. The influence of the intermediate principal stress on the strength of sand[C]//Proceedings of the 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Mexico City: [s. n.], 1969: 391－399.

[6] LADE P V, DUNCAN J M. Cubical triaxial tests on cohesionless soil[J]. **Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering Division, ASCE**, 1973, 99(10): 783－812.

[7] CHU J, LO S C R, LEE I K. Strain softening and shear band formation of sand in multi-axial testing[J]. **Geotechnique**, 1996, 46(1): 63－82.

[8] CALLISTO L, CALABRESI G. Mechanical behavior of a natural soft clay[J]. **Geotechnique**, l998, 48(4): 495－513.

[9] 李锦坤, 张清慧. 应力劳台角对空隙压力发展的影响[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(4): 17－23.
LI Jin-kun, ZHANG Qing-hui. The effects of lode's angle of stress on pore pressure development[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1994, 16(4): 17－23.

[10] 姜洪伟. 软土的三维各向异性弹塑性/弹黏塑性本构关系理论及其应用研究[博士学位论文 D]. 上海: 同济大学, 1995.

[11] 向天兵, 冯夏庭, 陈炳瑞, 等. 三向应力状态下单结构面岩石试样破坏机制与真三轴试验研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(10): 2908－2916.
XIANG Tian-bing, FENG Xia-ting, CHEN Bing-rui, et al. Rock failure mechanism and true triaxial experimental study of specimens with single structural plane under three-dimensional stress[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(10): 2908－2916.

[12] 曾开华. 土质心墙坝水力劈裂机理及影响因素的研究[博士学位论文 D]. 南京: 河海大学, 2001.

[13] 孔德志. 粉土的真三轴试验及邓肯-张模型改进研究[硕士学位论文 D]. 南京: 河海大学, 2004.

[14] LADE P V, WANG Q. Analysis of shear banding in true triaxial tests on sand[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 2001, 128(8): 762－768.

[15] READES D W, GREEN G E. Independent stress control and triaxial extension tests on sand[J]. **Geotechnique**, 1976, 26(4):551–576.

[16] GREEN G E, BISHOP A W. A note on the drained strength of sand under generalized strain conditions[J]. **Geotechnique**, 1969, 19(1): 144–149.

[17] ERGUN M U. Evaluation of three-dimensional shear testing[C]//Proceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Stockholm: [s. n.], 1981: 593–596.

[18] PROCTER D C, BARDEN L. Correspondence on 'A note on the drained strength of sand under generalized strain conditions,' by Green and Bishop[J]. **Geotechnique**, 1969, 19(3): 424–426.

[19] WANG Q, LADE P V. Shear Banding in true triaxial tests and its effect on failure in sand[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 2001, 128(8): 754－761.

[20] BARDET J P. Lode dependences for pressure-sensitive isotropic elastoplastic materials[J]. **Journal of Applied Mechanics, ASME**, 1990, 57: 498－506.

[21] 许成顺, 栾茂田, 何杨, 等. 中主应力对饱和松砂不排水单调剪切特性的影响[J]. 岩土力学, 2006, 27(5): 689－673.
XU Cheng-shun, LUAN Mao-tian, HE Yang, et al. Effect of intermediate principal stress on undrained behavior of saturated loose sands under monotonic shearing[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(5): 689－673.