DOI：10.16285/j.rsm.2017.08.031

Rayleigh 波在饱和半空间中圆形洞室周围的散射

徐 颖[1, 2]，梁建文[1, 2]，刘中宪[3]

（1. 天津大学 建筑工程学院，天津 300072；2. 天津大学 天津市土木工程结构及新材料重点实验室，天津 300072；
3. 天津城建大学 天津市软土特性与工程环境重点实验室，天津 300384）

摘 要：基于 Biot 的两相介质理论，采用间接边界积分方程法，求解了 Rayleigh 波在饱和半空间中圆形洞室周围的二维散射问题，分析了入射波频率、孔隙率、边界渗透条件和洞室埋深等参数对地表位移幅值、洞室表面和地表孔隙水压力的影响。研究结果表明，由于圆形洞室的存在，饱和半空间地表位移幅值和地表孔隙水压被明显放大：在透水条件下，水平和竖向位移最大值分别比自由场放大了 10.1 倍和 11.2 倍；在不透水条件下，水平和竖向位移最大值分别比自由场放大了 12.0 倍和 9.6 倍，地表孔隙水压力放大了 2.1～3.0 倍。地表位移和孔隙水压力最大值均出现在入射波近端洞室边界附近。随着 Rayleigh 波入射频率的增大和洞室埋深的增加，地表位移幅值的放大作用有所减小。在相同孔隙率条件下，当入射频率为 1.0 时，洞室表面孔隙水压力最大；当入射频率为 2.0 时，洞室表面孔隙水压力最小，洞室表面最大孔隙水压力出现在洞室顶部。

关 键 词：饱和半空间；圆形洞室；散射；Rayleigh 波；间接边界积分方程法

中图分类号：P 315.9 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－7598 (2017)08－2411－14

Diffraction of Rayleigh waves around a circular cavity in poroelastic half-space

XU Ying[1, 2], LIANG Jian-wen[1, 2], LIU Zhong-xian[3]

(1. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
2. Tianjin Key Laboratory of Civil Engineering Structures and New Materials, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
3. Key Laboratory of Tianjin Soft Soil Character and Engineering Environment, Tianjin Chengjian University, Tianjin 300384, China)

Abstract: In this paper, the diffraction of Rayleigh waves around a circular cavity in poroelastic half-space was investigated by indirect boundary integral equation method based on the Biot's two-phase medium theory. The impacts of incident wave frequencies, porosities, drainage boundary conditions and depths of cavity on the displacement and pore pressure responses were discussed in detail. The results show that the existence of circular cavity amplifies the surface displacement and pore pressure in poroelastic half-space. The peak values of horizontal and vertical surface displacement were enlarged by 10.1 times and 11.2 times respectively for drained boundary, and enlarged by 12.0 times and 9.6 times respectively for undrained boundary. The peak value of surface pore pressure increases by 2.1 to 3.0 times compared with the free field responses. The peak values of displacement and pore pressure responses were both found at the cavity boundary close to the incident wave. With the increase of incident wave frequency or cavity depth, the amplification effect was weakened. The maximum pore pressure around cavity was found at the top of the cavity. For constant porosity, the pore pressure around cavity will reach the highest level when the incident frequency is 1.0 and reach the lowest level when the incident frequency is 2.0.

Keywords: poroelastic half-space; circular cavity; diffraction; Rayleigh waves; indirect boundary integration equation method

1 引 言

地表土层中传播的地震波包括体波和面波。体波主要包括 P 波、S 波，面波主要包括 Rayleigh 波和 Love 波。Rayleigh 波可由 P 波、SV 波干涉产生，在距波源较远处，其能量比 P 波和 SV 波大得多。Rayleigh 波传播比 P 波、S 波传播更为复杂，同时，Rayleigh 波存在着特殊的频散特性[1−6]和传播过程中的能量泄漏现象[7]。因此，Rayleigh 波的传播和散射问题还有待进行深入研究。

收稿日期：2015-09-08/
基金项目：国家自然科学基金项目（No. 51378348）。
This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51378348).
第一作者简介：徐颖，女，1987 年生，博士，主要从事钢结构及地震工程方面研究工作。E-mail: yingxu_civil@tju.edu.cn
通讯作者：梁建文，男，1965 年生，教授，博导，主要从事地震工程方面研究工作。E-mail: liang@tju.edu.cn

近年来，国内外学者对弹性半空间中局部场地周围 Rayleigh 波的散射规律进行了大量研究。文献[8–10]通过数值方法研究了凹陷地形周围的 Rayleigh 波散射问题。文献[11–12]通过波函数展开法得到了浅圆沉积谷地周围 Rayleigh 波散射问题的解析解答，文献[13]给出了多层沉积谷地动力响应的解析解。文献[14]采用积分方程法解决了不规则异质体引起的瑞利波散射问题。文献[15]采用间接边界积分方程法求解了平面 SH、P、SV 和 Rayleigh 波入射下半空间中洞室周围的位移和应力。文献[16]采用波函数展开法求解了地下衬砌洞室对 Rayleigh 的散射问题。文献[17]给出了平面 Rayleigh 波在浅圆衬砌圆形隧道周围散射问题的解析解。文献[18]基于有限元和黏弹性人工边界法分析了垂直断层宽度、剪切波速对 Rayleigh 波传播和场地地震响应的影响。值得指出的是，实际场地常常是饱和介质，饱和场地中波的传播规律与单相介质情况具有显著差异。

在此基础上，国内外学者基于 Biot 两相孔隙介质理论[19]，对饱和场地中 Rayleigh 波散射规律开展了研究。文献[20]讨论了平面波在饱和弹性半空间内的传播过程中，地表位移、应变和能量的变化规律。文献[21–22]基于 Biot 动力学理论，模拟了圆弧形沉积谷软土场地周围平面 Rayleigh 波的散射问题。文献[23]采用间接边界积分方程法求解了平面 Rayleigh 波在饱和半空间二维凹陷周围的散射问题。而目前针对 Rayleigh 波在饱和半空间中洞室周围散射问题的研究仍较为匮乏。

近年来，随着地下工程建设技术的发展，地下洞室的直径越来越大，形成许多大型地下洞室。文献[24–25]采用薄层分析法研究了波源、洞室深度以及表面透水性对 Rayleigh 波传播规律的影响。文献[26]基于薄层分析法，对非均匀半空间中矩形洞室对 Rayleigh 波的散射问题进行了参数化分析。目前对于采用间接边界积分方程法求解 Rayleigh 波在饱和半空间中洞室周围散射问题的研究尚未见诸报道。

本文结合饱和半空间中膨胀波源和剪切波源格林函数，采用间接边界积分方程法求解了饱和半空间中圆形洞室对 Rayleigh 波的二维散射问题。通过算例分析了入射波频率、洞室埋深、边界渗透条件、孔隙率等参数对地表位移幅值、洞室表面和地表孔隙水压力的影响，总结了 Rayleigh 波在饱和半空间中圆形洞室周围的散射规律。

2 研究方法

2.1 理论模型

如图 1 所示，饱和半空间 D 内埋置一无限长圆形洞室，洞室半径为 a，圆心位于 O_1，埋深为 d，洞室边界记为 S；为方便问题求解，在洞室的内部引入一虚拟波源面 S'，其半径为 R_s。待求问题即为饱和半空间中洞室对平面 Rayleigh 波的二维散射问题。

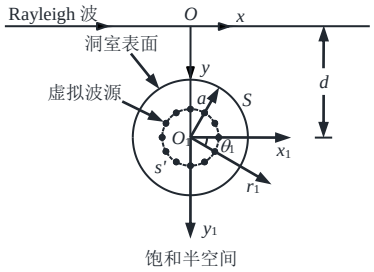


图 1 饱和半空间中洞室模型

Fig.1 The model of cavity in a poroelastic half-space

2.2 自由场与散射场

2.2.1 饱和半空间介质特性

饱和半空间介质特性确定如下：干土骨架泊松比 $\nu=0.25$，材料滞后阻尼比 $\xi=0.001$，临界孔隙率 $n_{\mathrm{cr}}=0.36$，干土骨架临界体积模量 $K_{\mathrm{cr}}=200$ MPa，固体颗粒体积模量 $K_{\mathrm{g}}=36$ GPa，流体体积模量 $K_{\mathrm{f}}=2$ GPa，土颗粒密度 $\rho_{\mathrm{g}}=2.65$ g/cm^3，流体密度 $\rho_{\mathrm{f}}=1.0$ g/cm^3，孔隙率 $n=0.1$、0.3、0.34、0.36 时，相应干土骨架体积模量 $K_{\mathrm{dry}}=26\,055$、6 167、2 189、200 MPa[20]。

2.2.2 自由场分析

一圆频率为 ω 的 Rayleigh 波入射饱和半空间，在直角坐标系中其波势函数可以表示为

$$\left.\begin{aligned}\phi_1^R(x,y)&=a_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}x-\nu_{\alpha1}y}\\ \phi_2^R(x,y)&=a_2\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}x-\nu_{\alpha2}y}\\ \psi^R(x,y)&=b\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{\mathrm{R}}x-\nu_{\beta}y}\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

式中：a_1、a_2 和 b 为复常数；k_{R} 为 Rayleigh 波波数，时间因子 $\exp(\mathrm{i}\omega t)$ 已略去，波势函数随深度衰减。并有以下关系：

$$\left.\begin{aligned}\nu_\beta&=k_{\mathrm{R}}\sqrt{1-\xi^2}\\ \nu_{\alpha1}&=k_{\mathrm{R}}\sqrt{1-\xi_1^2}\\ \nu_{\alpha2}&=k_{\mathrm{R}}\sqrt{1-\xi_2^2}\end{aligned}\right\}\tag{2}$$

其中：

$$\left.\begin{aligned}\xi^2&=(c_{\mathrm{R}}/c_\beta)^2\\ \xi_1^2&=(c_{\mathrm{R}}/c_{\alpha1})^2=c_1\xi^2\\ \xi_2^2&=(c_{\mathrm{R}}/c_{\alpha2})^2=c_2\xi^2\end{aligned}\right\}\tag{3}$$

c_{R}、$c_{\alpha 1}$、$c_{\alpha 2}$、c_{β} 分别为饱和半空间中 Rayleigh 波、$\mathrm{P_I}$ 波、$\mathrm{P_{II}}$ 波和 SV 波波速，并有 $k_{\mathrm{R}}c_{\mathrm{R}}=1$。

饱和介质中总应力表达式分别为

$$\sigma_{xx}^{\mathrm{f}}=\sum_{j=1}^{2}\left((\lambda+f_jQ)\nabla^2\phi_j^{\mathrm{R}}+2\mu\frac{\partial^2\phi_j^{\mathrm{R}}}{\partial x^2}\right)+2\mu\left(\frac{\partial^2\psi^{\mathrm{R}}}{\partial x\partial y}\right) \tag{4}$$

$$\sigma_{xy}^{\mathrm{f}}=\sum_{j=1}^{2}\left(2\mu\frac{\partial^2\phi_j^{\mathrm{R}}}{\partial x\partial y}\right)+\mu\left(-\frac{\partial^2\psi^{\mathrm{R}}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi^{\mathrm{R}}}{\partial y^2}\right) \tag{5}$$

$$\sigma_{yy}^{\mathrm{f}}=\sum_{j=1}^{2}\left((\lambda+f_jQ)\nabla^2\phi_j^{R}+2\mu\frac{\partial^2\phi_j^{R}}{\partial y^2}\right)-2\mu\left(\frac{\partial^2\psi^{R}}{\partial x\partial y}\right) \tag{6}$$

固相位移分别为

$$u_x^f=\sum_{j=1}^{2}\left(\frac{\partial\phi_j^{\mathrm{R}}}{\partial x}\right)+\left(\frac{\partial\psi^{\mathrm{R}}}{\partial y}\right) \tag{7}$$

$$u_y^f=\sum_{j=1}^{2}\left(\frac{\partial\phi_j^{\mathrm{R}}}{\partial y}\right)-\left(\frac{\partial\psi^{\mathrm{R}}}{\partial x}\right) \tag{8}$$

流体相对位移分别为

$$w_x^{\mathrm{f}}=\sum_{j=1}^{2}f_j\left(\frac{\partial\phi_j^{\mathrm{R}}}{\partial x}\right)+f_3\left(\frac{\partial\psi^{\mathrm{R}}}{\partial y}\right) \tag{9}$$

$$w_y^{\mathrm{f}}=\sum_{j=1}^{2}f_j\left(\frac{\partial\phi_j^{\mathrm{R}}}{\partial y}\right)-f_3\left(\frac{\partial\psi^{\mathrm{R}}}{\partial x}\right) \tag{10}$$

孔隙水压力为

$$P^{\mathrm{f}}=\sum_{j=1}^{2}(Q+f_jR)\nabla^2\phi_j^{\mathrm{R}},\quad (j=1,2) \tag{11}$$

式中：λ 为饱和介质拉梅常数；μ 为干土骨架剪切模量；f_1、f_2、f_3 为流-固耦合系数；Q 为固体、流体体积变化之间的耦合关系；R 用于度量施加在流体上用于保持恒定体积的压力，具体表达式见文献[20]。

在透水情况下饱和半空间 Rayleigh 波速方程为

$$(2-\xi)^2-4\sqrt{1-\xi^2}(\kappa_2\sqrt{1-c_1\xi^2}-\kappa_1\sqrt{1-c_2\xi^2})=0 \tag{12}$$

不透水情况下饱和半空间 Rayleigh 波速方程为

$$\begin{aligned}&(2-M_1\xi_1^2)\sqrt{1-c_2\xi^2}[2(1-f_3)-(1-f_2)(2-\xi^2)]-\\&(2-M_2\xi_2^2)\sqrt{1-c_1\xi^2}[2(1-f_3)-(1-f_1)(2-\xi^2)]+\\&4(f_1-f_2)\sqrt{(1-\xi^2)(1-c_1\xi^2)(1-c_2\xi^2)}=0\end{aligned} \tag{13}$$

其中

$$M_j=(P+f_jQ)/\mu,\ (j=1,2) \tag{14}$$

$$P=\lambda+2\mu \tag{15}$$

$$\kappa_j=\frac{c_jS_j}{c_2S_2-c_1S_1}\ \ (j=1,2) \tag{16}$$

$$S_j=(Q+f_jR)/\mu,\ (j=1,2) \tag{17}$$

利用波速方程求得 ξ^2 后，即可求得 k_{R}、$v_{\alpha 1}$、$v_{\alpha 2}$、v_{β} 进而求解 Rayleigh 波波势函数以及自由场引起的半空间响应。

图 2 给出了在 2 种渗透条件下 Rayleigh 波波速随孔隙率和泊松比的变化情况。在一定的孔隙率条件下，Rayleigh 波波速 ξ 为复数，Rayleigh 波在双相饱和介质中传播时会发生一定的能量泄漏。ξ_{r} 为相速度；δ (%)为实部与虚部比率，表征 Rayleigh 波的衰减情况。从图中可以看出，在相同孔隙率和泊松比条件下，在不透水条件下 δ 明显小于透水情况。

表 1 给出了在 2 种渗透条件下，Rayleigh 波自由场地表位移和孔隙水压力随孔隙率 n 的变化规律，泊松比 $v=0.25$，临界孔隙率 $n_{\mathrm{cr}}=0.36$。在透水条件下，地表孔隙水压力为 0；在不透水条件下，最大地表孔隙水压力为 0.397，此时 $n=0.34$；最小地表孔隙水压力为 0.008，此时 $n=0.1$。

2.2.3 散射场构造

由于洞室的存在，在饱和半空间中将会产生散射波。分别对洞室表面 S 和虚拟波源面 S' 进行离散，取每个洞室边界离散点数为 N，虚拟波源面上波源点数为 M，则饱和半空间内散射波场由 M 个虚拟波源点作用叠加得到。散射波场引起的固相位移、流体相对位移、总应力和孔隙水压力可以分别表达为

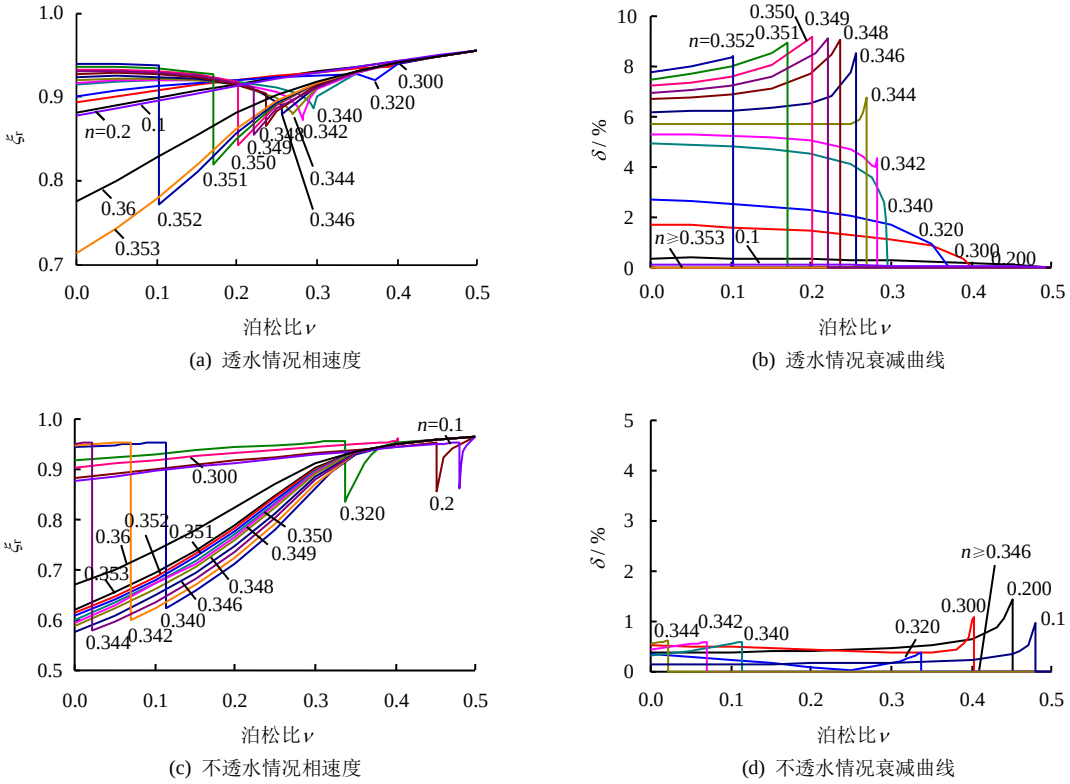
$$\begin{aligned}u_i^s(x)=\int_b[&b(x')G_{i,1}^{(u)}(x,x')+c(x')G_{i,2}^{(u)}(x,x')+\\&d(x')G_{i,3}^{(u)}(x,x')]\mathrm{d}S'\end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}w_i^s(x)=\int_b[&b(x')G_{i,1}^{(u)}(x,x')+c(x')G_{i,2}^{(w)}(x,x')+\\&d(x')G_{i,3}^{(w)}(x,x')]\mathrm{d}S'\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{ij}^s(x)=\int_b[&b(x')T_{ij,1}^{(\sigma)}(x,x')+c(x')T_{ij,2}^{(\sigma)}(x,x')+\\&d(x')T_{ij,2}^{(\sigma)}(x,x')]\mathrm{d}S'\end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}P^s(x)=\int_b[&b(x')T_1^{(p)}(x,x')+c(x')T_2^{(p)}(x,x')+\\&d(x')T_3^{(p)}(x,x')]\mathrm{d}S'\end{aligned} \tag{21}$$

式中：$b(x')$、$c(x')$ 和 $d(x')$ 分别对应虚拟波源面上 x' 位置处 P_{I}、P_{II} 和 SV 波源的密度；$G_{i,1}^{(u)}(x,x')$、$G_{i,1}^{(w)}(x,x')$、$T_{ij,2}^{(\sigma)}(x,x')$ 和 $T_l^{(p)}(x,x')$ 分别表示饱和半空间内固相位移、流体相对位移、总应力和孔隙水压力的格林函数[27]，角标 $l=1$、2、3 分别对应 P_{I}、P_{II} 和 SV 波源；角标 $i,j=x,y$ 表示水平或竖直方向，该函数自动满足运动方程和地表的边界条件。



(a) 透水情况相速度 (b) 透水情况衰减曲线

(c) 不透水情况相速度 (d) 不透水情况衰减曲线

图 2 Rayleigh 波饱和自由场波速

Fig.2 Velocity of Rayleigh waves in poroelastic half-space

表 1 不同孔隙率条件下 Rayleigh 波自由场响应

Table 1 Reponses in the free field with different porosities under the action of Rayleigh waves

边界条件	0.1			0.3			0.34			0.36		
	u_x^f	u_y^f	P^f	u_x^f	u_y^f	P^f	u_x^f	u_y^f	P^f	u_x^f	u_y^f	P^f
透水情况	0.296	0.376	0.000	0.286	0.433	0.000	0.304	0.428	0.000	0.296	0.407	0.000
不透水情况	0.284	0.423	0.008	0.251	0.439	0.099	0.373	0.302	0.397	0.384	0.379	0.373

2.2.4 边界条件及求解

求解过程中采用的地表边界条件分为：

透水情况

$$\sigma_{yy}=0,\ \sigma_{yx}=0,\ P=0 \tag{22}$$

即地表处竖向正应力、切应力和孔隙水压力均为 0。

不透水情况

$$\sigma_{yy}=0,\ \sigma_{yx}=0,\ w_y=0 \tag{23}$$

即地表处竖向正应力、切应力和流体相对位移均为 0。

洞室内表面与地表边界条件相同。即在透水情况下，洞室内表面法向应力、切向应力和孔隙水压力为 0；在不透水情况下，洞室内表面法向、切向应力和流体相对位移均为 0。

根据地表边界条件建立方程，采用最小二乘法求得各波源点处的波源密度，对式（18）～（21）进行积分，即可得到散射波场固相位移、流体相对位移、总应力和孔隙水压力解答。

Rayleigh 波在饱和半空间中洞室周围的总波场为自由场及散射场的叠加，可表示为

$$u_i(x)=u_i^{\mathrm{f}}(x)+u_i^{\mathrm{s}}(x) \tag{24}$$

$$\sigma_{ij}(x)=\sigma_{ij}^{\mathrm{f}}(x)+\sigma_{ij}^{\mathrm{s}}(x) \tag{25}$$

$$w_i(x)=w_i^{\mathrm{f}}(x)+w_i^{\mathrm{s}}(x) \tag{26}$$

$$P(x)=P^{\mathrm{f}}(x)+P^{\mathrm{s}}(x),\ \ x\in D \tag{27}$$

2.2.5 数值实现

与单相情况类似，对饱和介质而言，各波源点处格林函数在波数域内积分时存在奇异点，可通过假设固-液两相间的黏滞系数 $b\neq 0$ 或考虑土体介质的阻尼特性等方法加以消除。为方便计算，文中引入了复弹性常数：$\bar{\mu}=\mu(1+2\zeta\mathrm{i})$，$\bar{\lambda}=\lambda(1+2\zeta\mathrm{i})$，$\zeta$ 为材料阻尼比。

定义入射波无量纲频率：$\eta=\omega a/\pi c_\beta$，$a$ 为洞室半径；c_β 为入射 SV 波波速。虚拟波源面半径 R_s

取为 0.4a～0.6a，波源点数 M 取为洞室边界离散点数 N 的 1/2 左右。对于高频入射情况，还可适当增大虚拟波源面半径 R_s，取为 0.7a～0.9a。随着入射波无量纲频率的增大，可适当增加洞室边界离散点数。

3　精度检验

由于饱和半空间中孔洞对弹性波的散射问题至今还没有完全精确的解析解，只能通过边界条件验算以及通过退化到单相情况与已有结果进行比较来考察计算精度。

将与饱和特性相关的参数取为 0，孔洞埋深 d/a 分别取 1.5 和 5.0，滞后阻尼比 $\zeta=0.001$，无量纲频率 $\eta=0.5$，材料泊松比 $\nu=1/3$，计算地表位移幅值（已由入射波位移标准化），并与文献[15]中单相弹性介质方法得到的位移结果进行比较。如图 3 所示，地表位移吻合得非常好，从一方面验证了本文方法的正确性。

表 2 给出了两种边界条件下随离散点增加，孔洞上方地表位移的收敛情况，计算参数取：$d/a=2$，$\zeta=0.001$，$\eta=2.0$，饱和介质参数与文献[8]相同。孔洞边界离散点数 N 分别取 80 和 120，虚拟波源点数 M 相应取 60 和 80。

计算结果表明，随着边界离散点数增加，边界应力残值逐渐减小。即使离散点数取 N =80，对较高频率波入射情况（$\eta=2.0$），残值水平 e（残余应力与入射波场应力比）也能达到 1/1 000 以下。同时，随着离散点数的增加，位移结果收敛非常好，相对误差保持在10^{-4}水平，反映了该方法具有很好的数值稳定性。

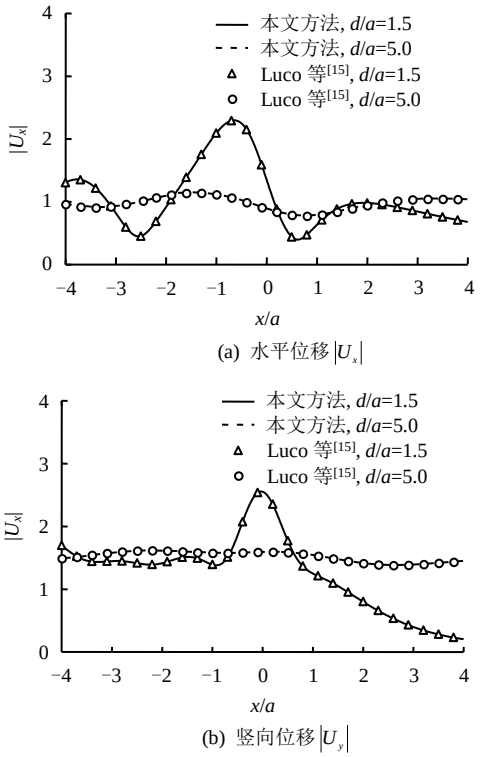


图 3　地表位移结果比较

Fig.3　Comparison of surface displacement results

表 2　地表位移幅值数值稳定性检验(η=2.0)

Table 2　Numerical stability of displacement amplitudes for η=2.0

x/a	透水情况				不透水情况			
	N_1=80; N_2=60		N_1=120; N_2=80		N_1=80; N_2=60		N_1=120; N_2=80	
	$\lvert U_x\rvert$	$\lvert U_y\rvert$	$\lvert U_x\rvert$	$\lvert U_y\rvert$	$\lvert U_x\rvert$	$\lvert U_y\rvert$	$\lvert U_x\rvert$	$\lvert U_y\rvert$
−4.0	0.899 3	1.650 4	0.899 3	1.650 4	0.944 9	1.533 2	0.944 9	1.533 2
−3.2	0.991 7	1.456 1	0.991 7	1.456 1	0.954 4	1.488 5	0.954 4	1.488 5
−2.4	1.051 4	1.440 4	1.051 4	1.440 4	1.071 8	1.481 0	1.071 8	1.480 8
−1.6	0.897 6	1.501 0	0.897 6	1.501 0	1.080 8	1.443 9	1.080 7	1.444 2
−0.8	1.018 4	1.653 1	1.018 4	1.653 1	1.090 9	1.497 0	1.090 8	1.497 2
0.0	0.672 9	1.415 5	0.672 9	1.415 5	0.717 6	1.569 1	0.717 5	1.569 0
0.8	0.727 6	1.012 5	0.727 6	1.012 5	0.999 7	1.287 9	0.999 7	1.287 8
1.6	0.567 0	0.866 7	0.567 0	0.866 7	0.787 6	1.178 3	0.787 8	1.178 6
2.4	0.625 0	0.872 7	0.625 0	0.872 7	0.887 7	1.360 5	0.887 6	1.360 4
3.2	0.440 9	0.578 9	0.440 9	0.578 9	1.040 5	1.443 1	1.040 7	1.443 4
4.0	0.411 7	0.735 9	0.411 7	0.735 9	0.857 9	1.379 8	0.857 6	1.379 6

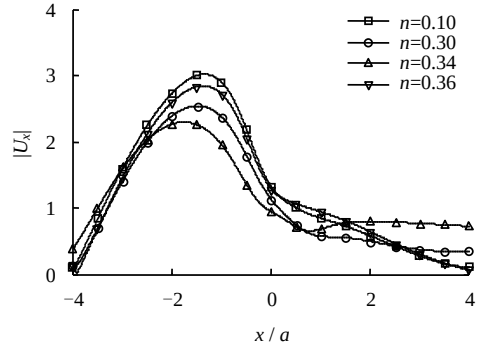
4　算例分析

4.1　地表位移响应

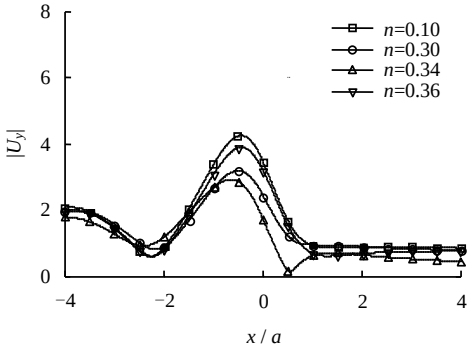
4.1.1 透水边界

假定半径为 a 的圆形洞室埋于饱和半空间中，埋深 $d/a=1.5$。饱和半空间介质参数同 2.2.1 节。

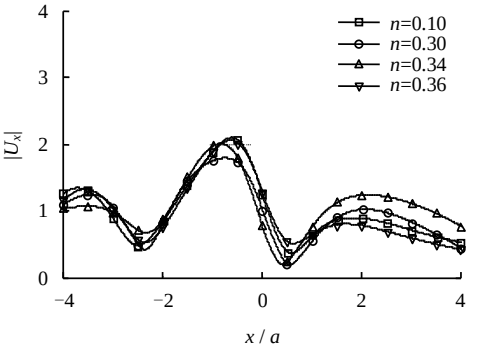
图 4 给出了在透水边界条件下，入射 Rayleigh 波频率 η 分别为 0.25、0.50、1.00 和 2.00 时，地表水平和竖向位移幅值随孔隙率 n 的变化情况，图中地表位移幅值已由入射波位移幅值标准化，下同。



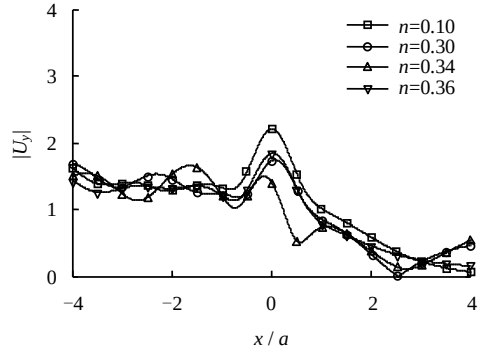
(a) $|U_x|$, $\eta = 0.25$



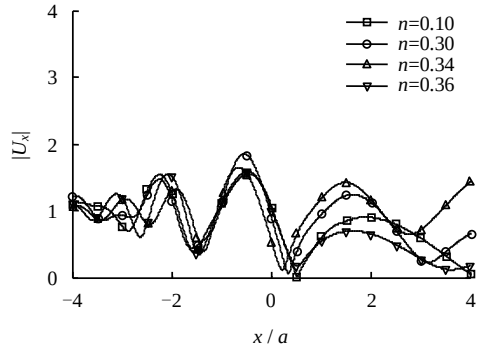
(b) $|U_y|$, $\eta = 0.25$



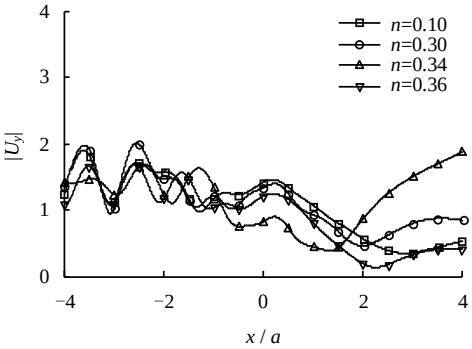
(c) $|U_x|$, $\eta = 0.50$



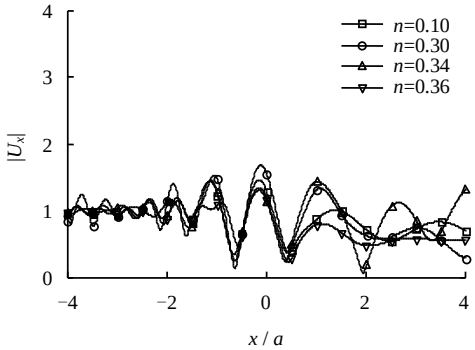
(d) $|U_y|$, $\eta = 0.50$



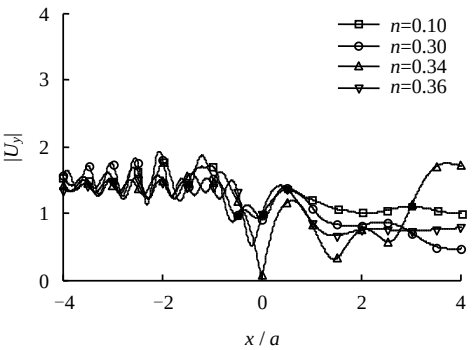
(e) $|U_x|$, $\eta = 1.00$



(f) $|U_y|$, $\eta = 1.00$



(g) $|U_x|$, $\eta = 2.00$



(h) $|U_y|$, $\eta = 2.00$

图 4 孔隙率对透水情况地表位移的影响

Fig.4 Surface displacement amplitudes for drained boundary

在透水边界条件下，由于洞室的散射作用，地表位移幅值被明显放大。在入射波的近端，地表位移幅值变化相对剧烈，而在入射波的远端，地表位移幅值变化相对平缓，地表水平及竖向位移最大值均出现在入射波近端洞室边界附近。

随着 Rayleigh 波入射频率的增大，地表位移幅值的空间分布由简单逐渐变得复杂，但对地表水平及竖向位移幅值的放大作用有所减小。当$\eta=0.25$、$n=0.1$ 时，地表位移幅值最大，水平位移最大值为 3.02，比自由场放大了 10.1 倍；竖向位移最大值为 4.25，比自由场放大了 11.2 倍。

饱和介质的孔隙率也会对地表位移幅值产生影响。在某些孔隙率情况下 Rayleigh 波波速为复数，此时 Rayleigh 波在双相饱和介质传播过程中会发生能量泄漏，地表位移幅值衰减。Rayleigh 波实波速越大，地表位移幅值越大；相对虚波速越大，能量泄露越多，地表位移幅值越小。从图中可以看出，在低频情况下（$\eta\leqslant0.5$），孔隙率为 0.1 时对应的地表位移幅值最大；在高频情况下（$\eta>0.5$），孔隙率为 0.3 时对应的地表位移幅值最大。而孔隙率为 0.34 时，Rayleigh 波能量泄露现象明显，对应的地表位移幅值明显小于其他情况。

4.1.2 不透水边界

图 5 给出了在不透水边界条件下，入射 Rayleigh 波频率η 分别为 0.25、0.50、1.00 和 2.00 时，地表水平和竖向位移幅值随孔隙率 n 的变化情况。

在不透水边界条件下，地表水平及竖向位移最大值仍出现在入射波近端洞室边界附近。随着 Rayleigh 波入射频率的增大，地表位移幅值的空间分布由简单逐渐变得复杂，但地表水平及竖向位移幅值的放大作用有所减小。当$\eta=0.25$、$n=0.3$ 时，地表位移幅值最大，水平位移最大值为 3.01，比自由场放大了 12.0 倍；竖向位移最大值为 4.21，比自由场放大了 9.6 倍。在各入射频率下，孔隙率为 0.1、0.3 时对应的地表位移幅值较大，而孔隙率为 0.34 时，对应的地表位移幅值最小，与透水情况规律一致。

4.1.3 渗透条件的影响

渗透条件对 Rayleigh 波的散射具有一定的影响。当孔隙率$n=0.1$ 时，在两种渗透条件下的地表位移幅值均与干土情况非常接近。随着孔隙率增加，边界渗透条件对地表位移幅值的影响则不容忽视。图 6 给出了孔隙率$n=0.3$ 时，在干土、透水和不透水 3 种边界条件下洞室附近地表水平和竖向位移幅值在不同入射频率下的变化情况。

由图可以看出，在低频情况下（$\eta\leqslant0.5$），干土情况和不透水情况的地表位移幅值接近，并明显大于透水情况；在高频情况下（$\eta>0.5$），透水情况的地表位移幅值大于干土情况和不透水情况。

4.1.4 洞室埋深的影响

图 7、8 给出了在两种渗透条件下入射 Rayleigh 波频率η 分别为 0.25、0.50、1.00 和 2.00 时地表水平和竖向位移幅值随洞室埋深 d/a 的变化情况，半空间介质孔隙率$n=0.3$。比较在相同入射频率、孔隙率、边界渗透条件下，不同洞室埋深的地表位移幅值可以发现：随着洞室埋深的增加，洞室对于 Rayleigh 波的放大作用随即减弱，地表位移幅值随洞室埋深的增加而减小，并且在低频时表现的更为明显。在透水情况下，当$\eta=0.25$ 时，洞室埋深为 2.0 时的地表水平位移最大值仅为洞室埋深为 1.25 时的 61%，竖向位移最大值的 46%。在不透水情况下，当$\eta=$ 0.25 时，洞室埋深为 2.0 时的地表水平位移最大值仅为洞室埋深为 1.25 时的 66%；竖向位移最大值的 47%。

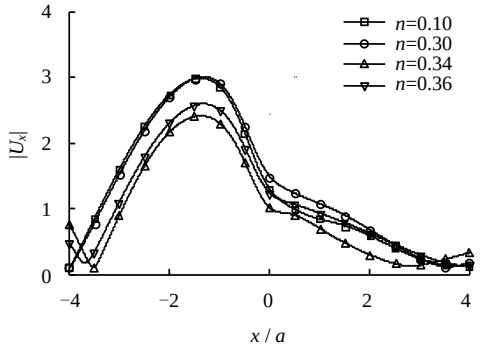
4.2　孔隙水压

图 9、10 给出了在不透水边界条件下，洞室表面孔隙水压力和地表孔隙水压随孔隙率、入射频率的变化情况。图中的孔隙水压力幅值已由入射 SV 波应力幅值标准化，洞室埋深$d/a=1.5$。

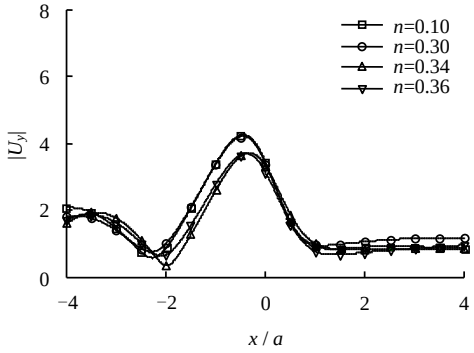
从图可以看出，在相同孔隙率条件下，当入射频率为 1.00 时，洞室表面孔隙水压力最大；当入射频率为 2.00 时，洞室表面孔隙水压力最小，最大孔隙水压力出现在洞室顶部。

当入射频率为 0.25 时，洞室表面最大孔隙水压力出现在孔隙率为 0.34 的情况；在入射频率为 0.50 时，洞室表面最大孔隙水压力出现在孔隙率为 0.36 的情况；而在高频情况下，最大孔隙水压力出现在孔隙率为 0.3 的情况。在各入射频率下，孔隙率为 0.1 时对应的洞室表面孔隙水压力最小。

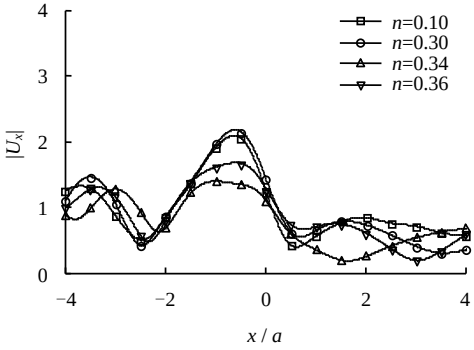
由于洞室对 Rayleigh 波的散射作用，地表孔隙水压力被明显放大，最大值出现在入射波近端洞室边界附近，当孔隙率为 0.34 时，地表孔隙水压力最大值比自由场放大了 2.1～3.0 倍。地表孔隙水压力随入射频率和孔隙率的变化规律与洞室表面孔隙水压力的变化规律基本一致。



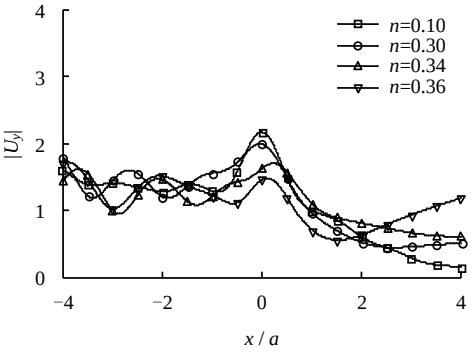
(a) $|U_x|$, $\eta = 0.25$



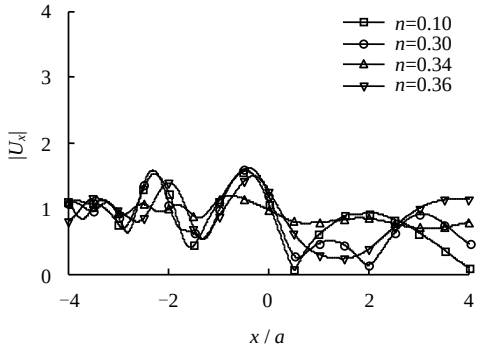
(b) $|U_y|$, $\eta = 0.25$



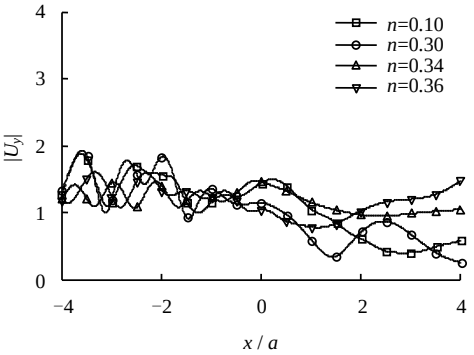
(c) $|U_x|$, $\eta = 0.50$



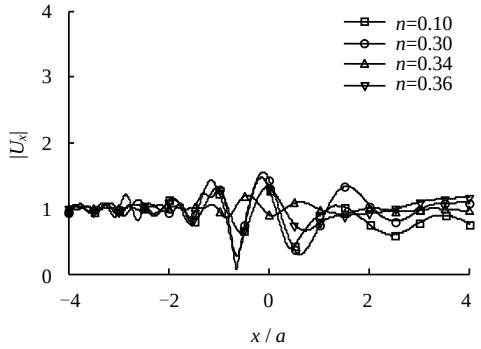
(d) $|U_y|$, $\eta = 0.50$



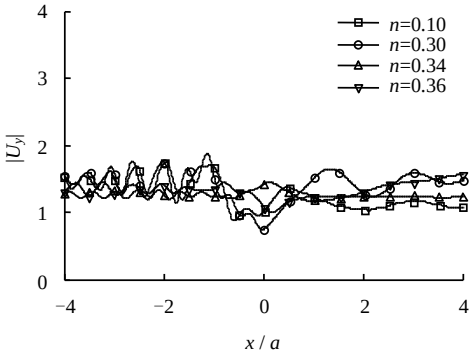
(e) $|U_x|$, $\eta = 1.00$



(f) $|U_y|$, $\eta = 1.00$



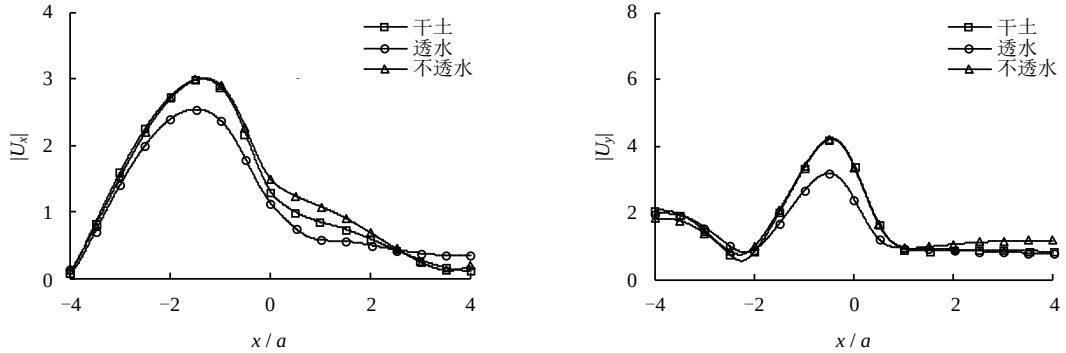
(g) $|U_x|$, $\eta = 2.00$



(h) $|U_y|$, $\eta = 2.00$

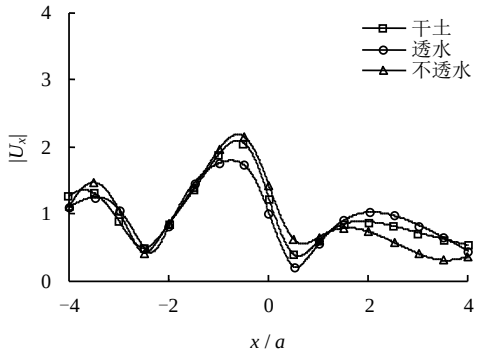
图 5 孔隙率对不透水情况地表位移的影响

Fig.5 Surface displacement amplitudes for undrained boundary

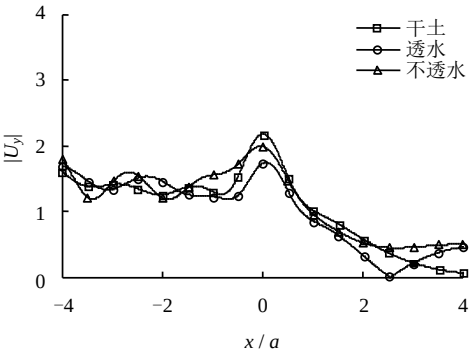


(a) $|U_x|$, $\eta = 0.25$

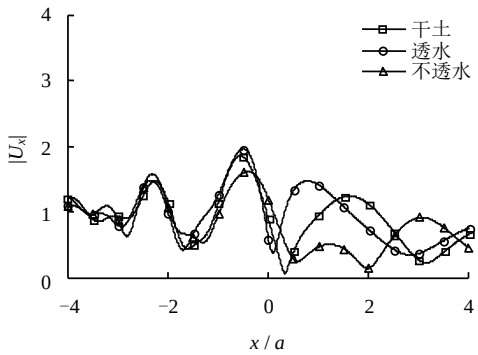
(b) $|U_y|$, $\eta = 0.25$



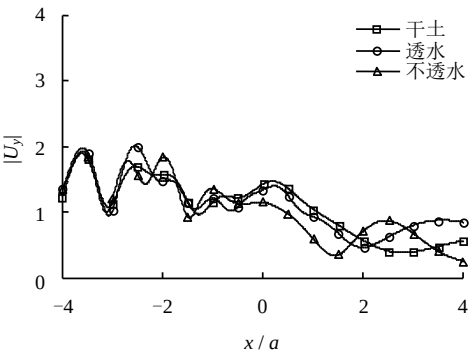
(c) $|U_x|$, $\eta = 0.50$



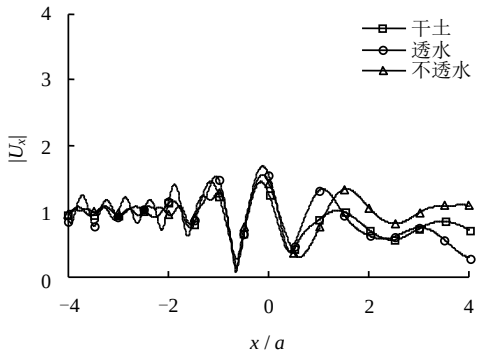
(d) $|U_y|$, $\eta = 0.50$



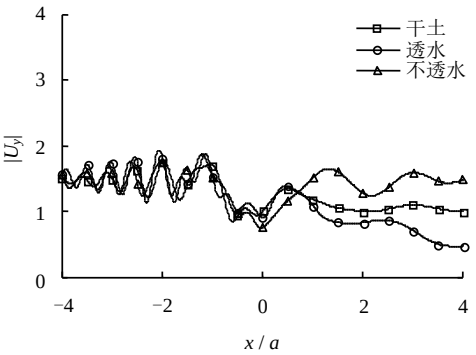
(e) $|U_x|$, $\eta = 1.00$



(f) $|U_y|$, $\eta = 1.00$



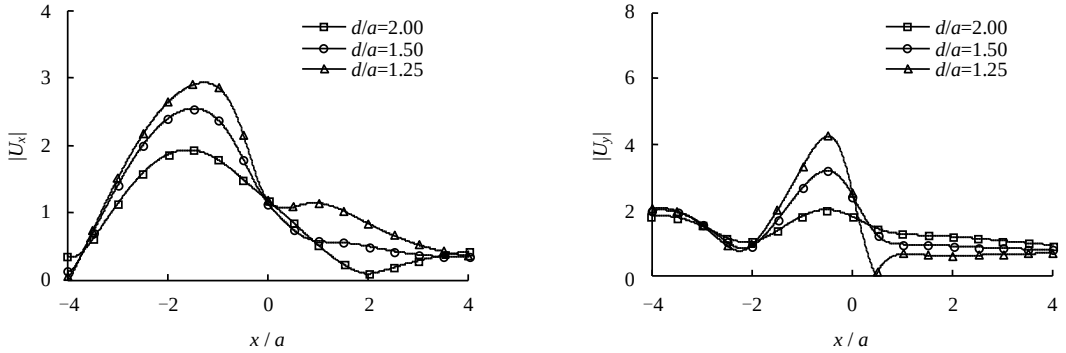
(g) $|U_x|$, $\eta = 2.00$



(h) $|U_y|$, $\eta = 2.00$

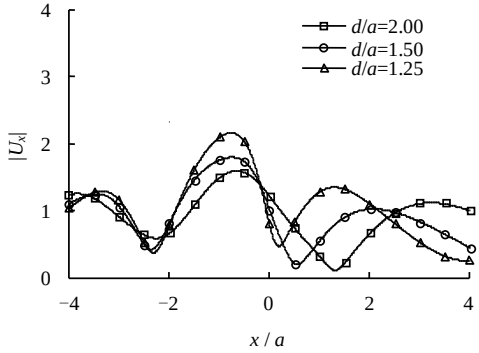
图 6　干土、透水和不透水情况地表位移比较

Fig.6　Surface displacement amplitudes for three boundary cases

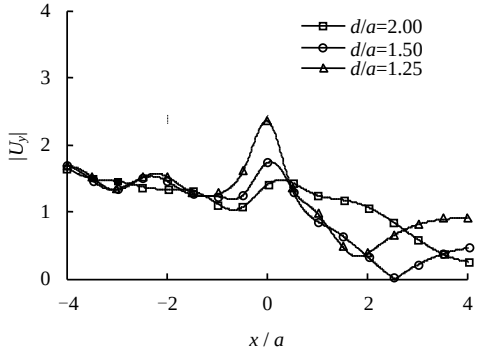


(a) $|U_x|$, $\eta = 0.25$

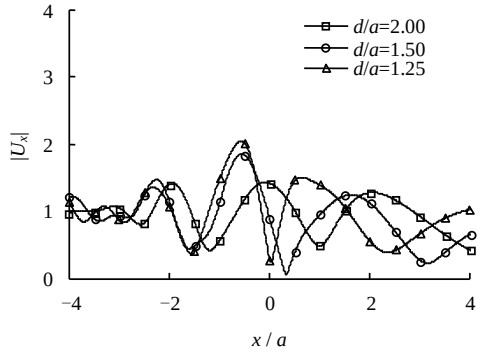
(b) $|U_y|$, $\eta = 0.25$



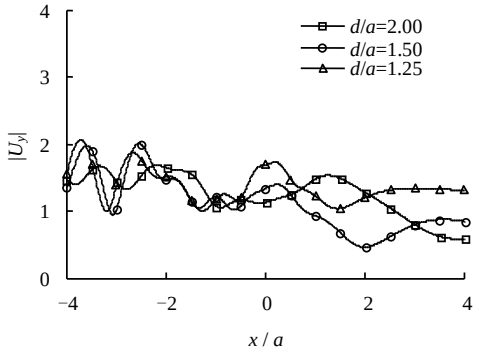
(c) $|U_x|$, $\eta = 0.50$



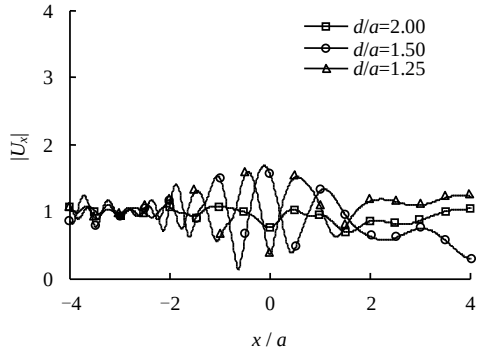
(d) $|U_y|$, $\eta = 0.50$



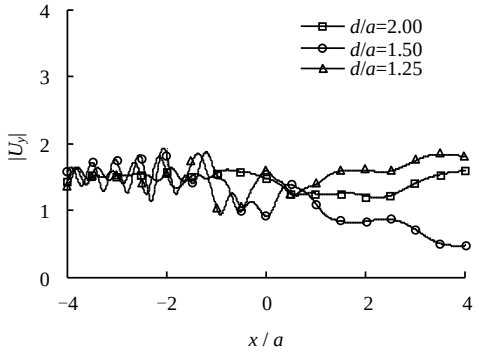
(e) $|U_x|$, $\eta = 1.00$



(f) $|U_y|$, $\eta = 1.00$



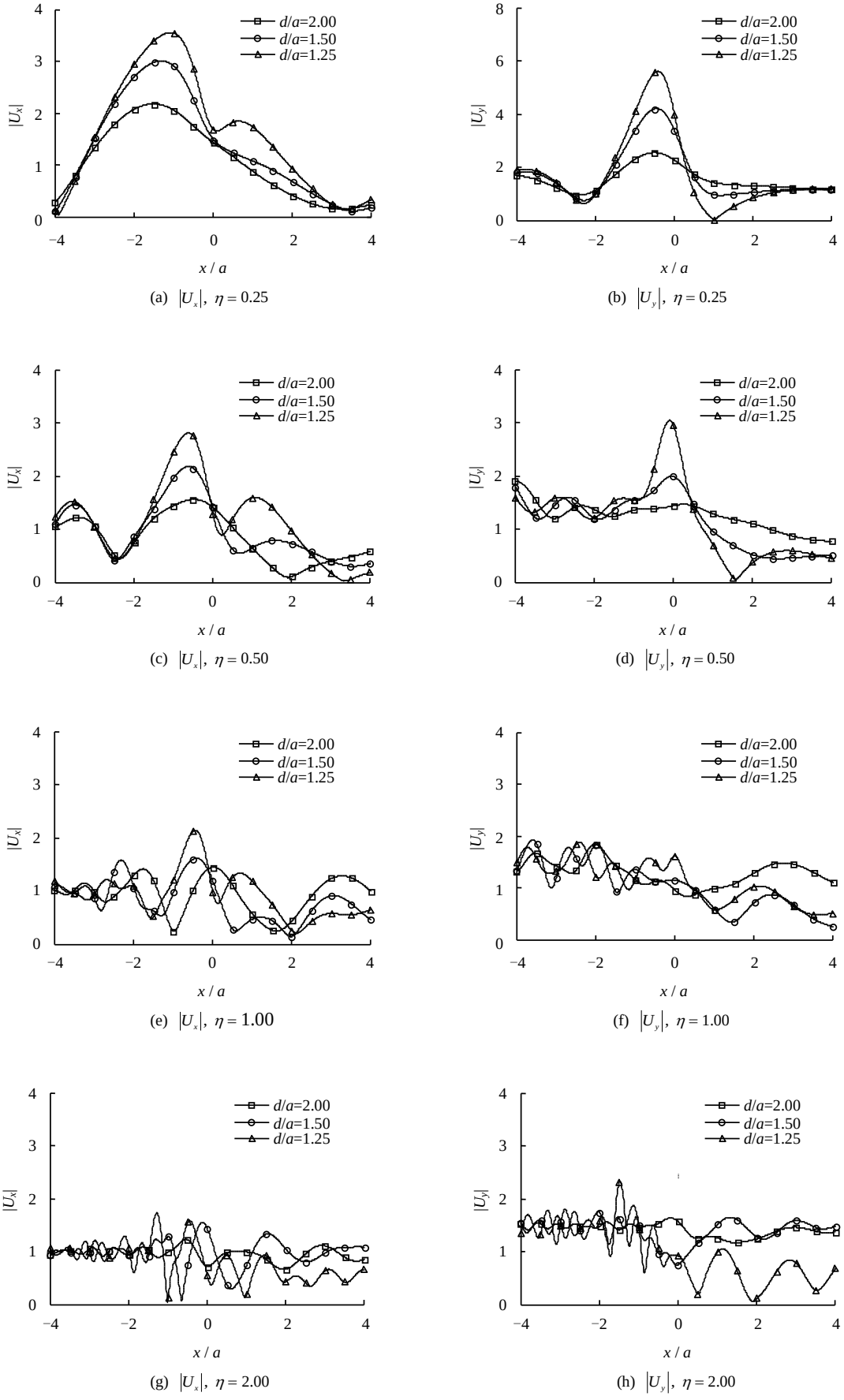
(g) $|U_x|$, $\eta = 2.00$



(h) $|U_y|$, $\eta = 2.00$

图 7 透水情况下洞室埋深对地表位移幅值的影响

Fig.7 Surface displacement amplitudes with different depths of cavity for drained boundary



(a) $|U_x|$, $\eta = 0.25$　　(b) $|U_y|$, $\eta = 0.25$

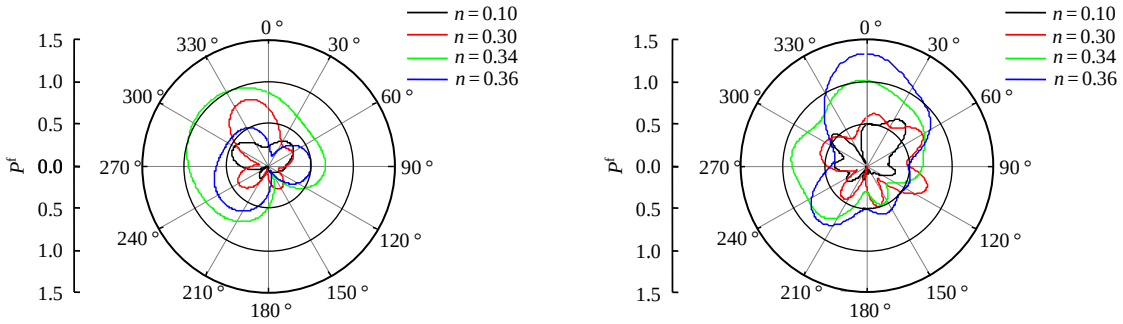
(c) $|U_x|$, $\eta = 0.50$　　(d) $|U_y|$, $\eta = 0.50$

(e) $|U_x|$, $\eta = 1.00$　　(f) $|U_y|$, $\eta = 1.00$

(g) $|U_x|$, $\eta = 2.00$　　(h) $|U_y|$, $\eta = 2.00$

图 8　不透水情况下洞室埋深对地表位移幅值的影响

Fig.8　Surface displacement amplitudes with different depths of cavity for undrained boundary

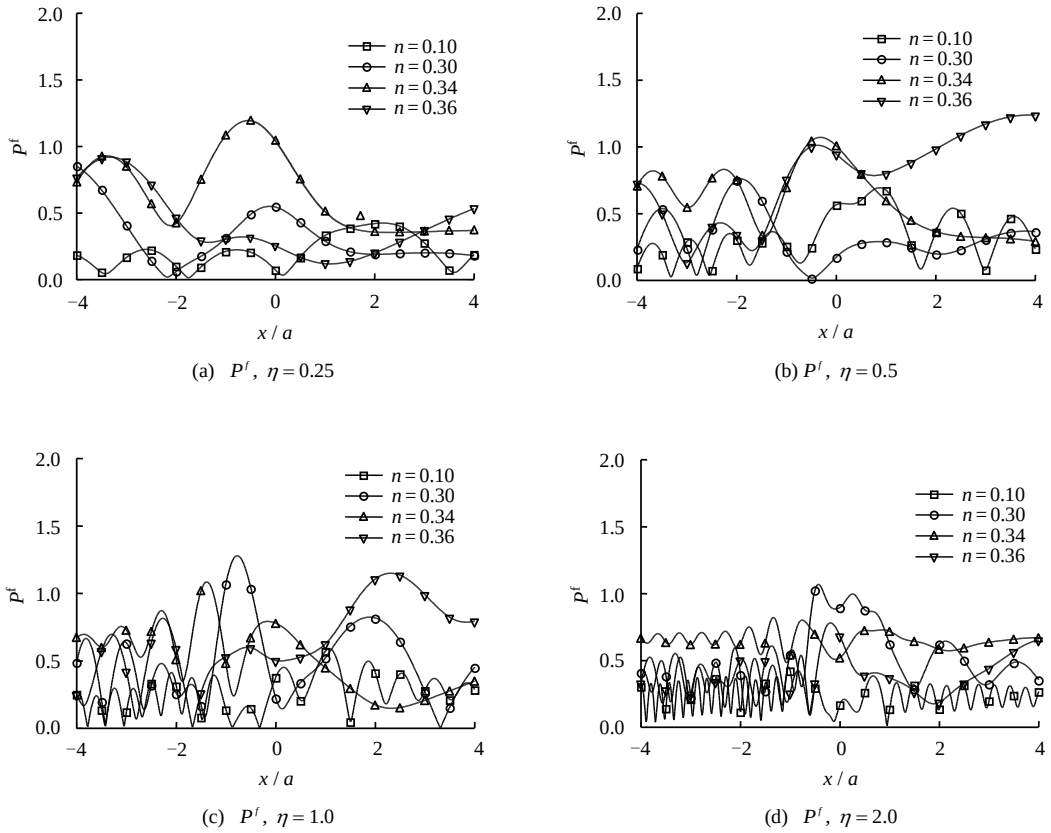


(a) 孔隙水压力 P^{f}，$\eta = 0.25$ (b) 孔隙水压力 P^{f}，$\eta = 0.50$

(c) 孔隙水压力 P^{f}，$\eta = 1.0$ (d) 孔隙水压力 P^{f}，$\eta = 2.0$

图 9 洞室表面孔隙水压力分布

Fig.9 Pore pressure around cavity with different porosities and incident frequencies



(a) P^{f}，$\eta = 0.25$ (b) P^{f}，$\eta = 0.5$

(c) P^{f}，$\eta = 1.0$ (d) P^{f}，$\eta = 2.0$

图 10 地表孔隙水压力分布

Fig.10 Pore pressure at the ground surface with different porosities and incident frequencies

5　结　论

（1）Rayleigh 波在饱和半空间中传播的过程中，由于圆形洞室的散射作用，洞室周围地表位移幅值被明显放大：在透水条件下，水平和竖向位移最大值分别比自由场放大了 10.1 倍和 11.2 倍；在不透水条件下，水平和竖向位移最大值分别比自由场放大了 12.0 倍和 9.6 倍，地表水平及竖向位移最大值均出现在入射波近端洞室边界附近。

（2）随着 Rayleigh 波入射频率的增大和洞室埋深的增加，地表位移幅值的放大作用有所减小。在各入射频率下，孔隙率为 0.1、0.3 时对应的地表位移幅值较大，而孔隙率为 0.34 时，对应的地表位移幅值最小。渗透条件对 Rayleigh 波的散射具有一定的影响：在低频情况下，干土情况和不透水情况的地表位移幅值接近，并明显大于透水情况；在高频情况下，规律相反。

（3）在相同孔隙率条件下，当入射频率为 1.0 时，洞室表面孔隙水压力最大；当入射频率为 2.0 时，洞室表面孔隙水压力最小，洞室表面最大孔隙水压力出现在洞室顶部。由于洞室对 Rayleigh 波的散射作用，当孔隙率为 0.34 时，洞室上方地表孔隙水压力比自由场放大了 2.1～3.0 倍。

参 考 文 献

[1] WOLF J P. Dynamic soil-structure interaction[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1985.

[2] 陈云敏, 吴世明. 成层地基的 Rayleigh 波特征方程的解法[J]. 浙江大学学报: 自然科学版, 1991, 25(1): 40－52.
CHEN Yun-min, WU Shi-ming. Solution of Rayleigh wave characteristic equation for layered foundation[J]. **Journal of Zhejiang University (Engineering Science)**, 1991, 25(1): 40－52.

[3] 黄茂松, 任青, 周仁义, 等. 层状地基中瑞利波随深度的衰减特性[J]. 岩土力学, 2009, 30(1): 113－117.
HUANG Mao-song, REN Qing, ZHOU Ren-yi, et al. Attenuation characters of Rayleigh wave in layered soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(1): 113－117.

[4] 陈龙珠, 黄秋菊, 夏唐代. 饱和地基中瑞利波的弥散特性[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(3): 6－9.
CHEN Long-zhu, HUANG Qiu-ju, XIA Tang-dai. Dispersion for Rayleigh wave in a saturated soil ground[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1998, 20(3): 6－9.

[5] 凡友华, 陈晓非, 刘雪峰, 等. Rayleigh 波的频散方程高频近似分解和多模式激发数目[J]. 地球物理学报, 2007, 50(1): 233－239.
FAN You-hua, CHEN Xiao-fei, LIU Xue-feng, et al. Approximate decomposition of the dispersion equation at high frequencies and the number of multimodes for Rayleigh waves[J]. **Chinese Journal of Geophysics**, 2007, 50(1): 233－239.

[6] 杨天春. 基于附加层法的非规则剖面的瑞利波频散特性研究[J]. 岩土力学, 2013, 34(12): 3365－3371.
YANG Tian-chun. Appendant layer method for dispersion characteristics of Rayleigh wave in irregular profiles[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2013, 34(12): 3365－3371.

[7] 杨天春, 易伟建, 何继善, 等. 瑞利波泄漏模式的模拟研究[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2005, 32(4): 12－17.
YANG Tian-chun, YI Wei-jian, HE ji-shan, et al. Forward modeling of Rayleigh leaky mode waves[J]. **Journal of Hunan University (Natural Sciences)**, 2005, 32(4): 12－17.

[8] WONG H L. Effect of surface topography on the diffraction of P, SV, and Rayleigh waves[J]. **Bulletin of Seismological Society of America**, 1982, 72(4): 1167－1183.

[9] SANCHEZSESMA F J, CAMPILLO M. Diffraction of P, SV, and Rayleigh waves by topographic features: A boundary integral formulation[J]. **Bulletin of the Seismological Society of America**, 1991, 81(6): 2234－2253.

[10] 梁建文, 李方杰, 顾晓鲁. 浅圆凹陷地形附近 Rayleigh 波的散射: 高频解答[J]. 地震工程与工程振动, 2005, 25(5): 24－29.
LIANG Jian-wen, LI Fang-jie, GU Xiao-lu. Scattering of Rayleigh waves by a shallow circular canyon: high-frequency solution[J]. **Earthquake Engineering & Engineering Dynamics**, 2005, 25(5): 24－29.

[11] TODOROVSKA M I, LEE V W. A note on response of shallow circular valleys to Rayleigh waves: Analytical approach[J]. **Earthquake Engineering and Engineering Vibration**, 1990 , 10(1): 21－34.

[12] 梁建文, 张秋红, 李方杰. 浅圆沉积谷地对瑞雷波的散射-高频解[J]. 地震学报, 2006, 28(2): 176－182.
LIANG Jian-wen, ZHANG Qiu-hong, LI Fang-jie.

Scattering of Rayleigh waves by a shallow alluvial valley-high frequency solution[J]. **Acta Seismologica Sinica**, 2006, 28(2): 176－182.

[13] 张郁山. 圆弧状多层沉积谷地在 Rayleigh 波入射下动力响应的解析解[J]. 地球物理学报, 2010, 53(9): 2129－2143.
ZHANG Yu-shan. Analytical solution to dynamic response of circular-arc-shaped multi-layered valley due to incidence of Rayleigh wave[J]. **Chinese Journal of Geophysics**, 2010, 53(9): 2129－2143.

[14] 高广运, 李志毅, 邱畅. 弹性半空间不规则异质体引起的瑞利波散射[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(4): 378－382.
GAO Guang-yun, LI Zhi-yi, QIU Chang. Scattering of Rayleigh wave from irregular obstacles in elastic half-space[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2005, 27(4): 378－382.

[15] LUCO J E, DE BARROS F C P. Dynamic displacements and stresses in the vicinity of a cylindrical cavity embedded in a half-space[J]. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, 1994, 23(3): 321－340.

[16] 梁建文, 纪晓东. 地下衬砌洞室对 Rayleigh 波的放大作用[J]. 地震工程与工程振动, 2006, 26(4): 24－31.
LIANG Jian-wen, JI Xiao-dong. Amplification of Rayleigh waves due to underground lined cavities[J]. **Earthquake Engineering & Engineering Dynamics**, 2006, 26(4): 24－31.

[17] LIU Q, ZHAO M, WANG L. Scattering of plane P, SV or Rayleigh waves by a shallow lined tunnel in an elastic half space[J]. **Soil Dynamics & Earthquake Engineering**, 2013, 49(6): 52－63.

[18] 刘晶波, 刘祥庆, 赵冬冬. 垂直断层破碎带对 Rayleigh 波传播与场地地震动反应的影响[J]. 爆炸与冲击, 2008, 28(6): 507－514.
LIU Jing-bo, LIU Xiang-qing, ZHAO Dong-dong. Effects of vertical fault fracture zones on the spreading of Rayleigh wave and ground motion[J]. **Explosion and Shock Waves**, 2008, 28(6): 507－514.

[19] BIOT M A, WILLIS D G. The elastic coefficients of the theory of consolidation[J]. **Journal of Applied Mechanics**, 1957,15(2): 594－601.

[20] LIN C H, LEE V W, TRIFUNAC M D. The reflection of plane waves in a poroelastic half-space saturated with inviscid fluid[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2005, 25(3): 205－23.

[21] 王磊, 赵成刚. 饱和土沉积谷场地对平面 Rayleigh 波的散射[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(2): 204－211.
WANG Lei, ZHAO Cheng-gang. Scattering of plane Rayleigh waves in alluvial valleys with saturated soil deposits[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 29(2): 204－211.

[22] 赵成刚, 王磊, 高福平. 圆弧形沉积场地对平面瑞利波散射的解析分析[J]. 力学学报, 2007, 39(3): 365－373.
ZHAO Cheng-gang, WANG Lei, GAO Fu-ping. Scattering of plane Rayleigh waves by a circular-arc alluvial valley: An analytical solution[J]. **Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, 2007, 39(3): 365－373.

[23] 刘中宪, 梁建文, 徐颖. Rayleigh 波在饱和半空间中凹陷地形周围的散射[J]. 自然灾害学报, 2011, 20(4): 7－15.
LIU Zhong-xian, LIANG Jian-wen, XU Ying. Scattering of Rayleigh waves by a canyon in saturated poroelastic half-space[J]. **Journal of Natural Disasters**, 2011, 20(4): 7－15.

[24] CHAI H Y, GOH S H, PHOON K K, et al. Effects of source and cavity depths on wave fields in homogeneous half spaces[J]. **Journal of Applied Geophysics**, 2013, 93(2): 52－59.

[25] 柴华友, 李天斌, 张电吉, 等. 饱和多孔介质表面透水性对表面波传播特性影响薄层分析法[J]. 岩土力学, 2016, 37(12): 3371－3379.
CHAI Hua-you, LI Tian-bin, ZHANG Dian-ji, et al. Effect of surface permeability of saturated porous media on behaviour of surface waves using thin layer method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(12): 3371－3379.

[26] CHAI H Y, PHOON K K, GOH S H, et al. Some theoretical and numerical observations on scattering of Rayleigh waves in media containing shallow rectangular cavities[J]. **Journal of Applied Geophysics**, 2012, 83(6): 107－119.

[27] LIANG J W, LIU Z X. Diffraction of plane SV waves by a cavity in poroelastic half-space[J]. **Earthquake Engineering and Engineering Vibration**, 2009, 8(1): 29－46.