DOI：10.16285/j.rsm.2017.10.013

基于扩孔理论的挤密砂桩复合地基桩土应力比计算方法

沈才华[1, 2]，王 媛[1, 2]，李鹤文[1, 2]，胡玉田[2]

（1. 河海大学 岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室，江苏 南京 210098；2. 河海大学 土木与交通学院，江苏 南京 210098）

摘 要：基于圆孔扩孔理论，考虑挤密砂桩挤密过程中砂桩本身的挤密体积变化，建立了砂桩桩身压缩模量的计算方法。采用 Mohr-Coulomb 屈服准则计算桩周土屈服区范围，同时结合桩间土的 *e-p* 曲线压缩理论，提出了基于扩孔理论的桩周土平均压缩模量计算公式，从而提出了考虑埋深影响的分层桩土应力比计算方法。结合越南河内－海防高速公路实际工程进行了计算分析，随着套管直径增大（0.5～0.6 m），挤密砂桩和桩周土的压缩模量都变小，但平均桩土应力比增大，从 2.56 增大至 2.72，这符合《复合地基技术规范》中对于无实测资料时，桩间土强度低时桩土应力比取大值，桩间土强度高时取小值的规定。桩土应力比理论计算结果处于规范建议取值 2～3 之间。说明理论方法合理可靠，从而提高了挤密砂桩设计的科学性。

关 键 词：挤密砂桩；扩孔理论；挤密效应；桩土应力比

中图分类号：TU 473 **文献标识码：**A **文章编号：**1000－7598 (2017) 10－2873－08

Determination of pile-soil stress ratio for compaction foundation using cavity expansion theory

SHEN Cai-hua[1, 2], WANG Yuan[1, 2], LI He-wen[1, 2], HU Yu-tian[2]

（1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China; 2. College of Civil and Transportation Engineering, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China）

Abstract: Based on cavity expansion theory, a method for calculating compression modulus of sand compaction pile is developed by considering the change of sand pile volume in the compaction process. The yield zone of the soil around the pile is calculated by Mohr-Coulomb yield criterion. Using the *e-p* soil compression curve, a formula for average compression modulus is deduced. A method considering the influence of buried depth is proposed for calculating pile-soil stress ratio of sand compaction pile. The Honai-Haiphong highway project in Vietnam is selected as a case study. Analysis indicates that as the casing pipe diameter increases from 0.5 m to 0.6 m, the compression modulus of sand compaction piles and soil around pile decrease, and the average pile-soil stress ratio increases from 2.56 to 2.72. This confirms the statement in *Technical Code for Composite Foundation* that the pile-soil stress ratio adopts the low value for the soil around pile with high strength, or vice versa. The theoretical calculation result of the pile-soil stress ratio is between 2 and 3 suggested by specification, demonstrating the theoretical method is reasonable and reliable, and greatly improves the sand compaction pile design.

Keywords: sand compaction pile; cavity expansion theory; compaction effect; pile-soil stress ratio

1 引 言

由于挤密砂桩地基处理技术的环保性，其在软土地基处理工程中得到运用广泛，但现行《复合地基技术规范》[1]中，设计采用的复合模量计算公式中桩土应力比需要通过现场试验或者经验选取，从而给推广运用带来了影响，因此，针对桩土应力比国内外进行了很多研究。郭蔚东等[2]结合 Rowe 提出的剪胀理论进一步推导了在考虑桩土剪胀效应情况下复合地基桩土应力比新的计算公式。王树强[3]

收稿日期：2016-06-03
基金项目：江苏省自然科学基金面上项目(No. BK20141419)；国家博士后基金(No. 2015M571656)；浙江省交通运输厅科技计划重点项目(No. 2015J09)；中央高校基本科研业务费专项资金(No. 2015B25914)；广东省交通运输厅科技支撑项目(No. 201302023).
This work was supported by the Natural Science Foundation of Jiangsu Province of China (BK20141419), the China Postdoctoral Science Foundation (2015M571656), the Science and Technology Project of Zhejiang Provincial Department of Transportation (2015J09), the Fundamental Research Funds for the Central Universities (2015B25914) and the the Science and Technology Project of Guangdong Provincial Department of Transportation (201302023).
第一作者简介：沈才华，1976 年生，男，博士，副研究员，从事地下工程、岩土工程领域的教学科研工作。E-mail: shencaihua@163.com

在重新定义挤密砂桩在桩体上所受的实际应力和极限应力比值情况下，又进一步提出了基于该值来计算桩土应力比。叶观宝等[4]通过分析桩周土体、水泥土桩及复合桩体的压缩变形，导出了刚性基础下加芯水泥土桩复合地基芯桩、水泥土桩与土体三者之间的应力比计算公式。赵明华等[5]在研究了桩体变形模式纵横向异性以及桩土间变形协调的有关基础上，又引入了魏西克提出的圆孔扩张理论以及 *p-y* 曲线合理地求解出桩土应力比的计算方法，该方法较前述的方法更完善，但结合具体的工程实践，其不能较好地反映砂桩体直径以及桩间距对桩土应力比的影响。杨明辉等[6]结合上述研究内容进一步提出了砂桩桩体影响半径的概念，并得出了考虑桩间距影响下复合地基桩土应力比计算新方法，该方法能较好地反映出桩体间距的重叠效应，但桩土应力比的计算依赖于沉降实测值。

目前还没有一个纯理论的挤密砂桩桩土应力比的计算方法[7]。因此，在工程实践中，使设计具有一定盲目性。本文考虑反插后扩孔过程中桩间土的挤密效应，基于扩孔理论推导了挤密砂桩桩体的压缩模量和桩间土的压缩模量计算方法，最后提出了挤密砂桩桩土应力比的理论计算公式，弥补了目前规范的缺陷，为挤密砂桩设计提供了科学的根据。

2 基于扩孔理论的挤密砂桩桩身压缩模量计算方法

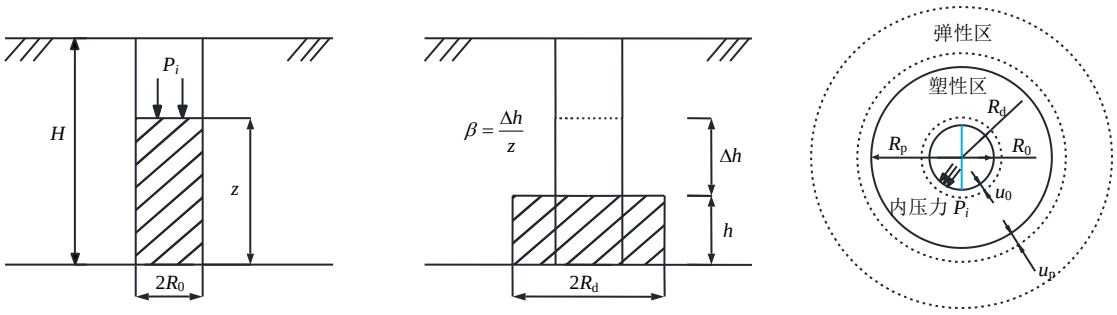
2.1 圆孔扩张模型以及基本假定

为了简化处理，不考虑挤密砂桩反插的过程，只考虑反插前、后的理想状态，简化计算模型如图 1 所示，对于扩孔后状态运用扩孔理论进行分析，以单桩为例，则远处的侧向土压力取静止土压力 P_0，扩孔过程中孔壁承受均匀分布的内压力 P_{i}，P_{c} 为临界扩张压力，即桩周土层内出现塑性区的最小 P_{i} 临界值。砂桩套管半径为 R_0，扩孔后的砂桩半径设计值为 R_{d}，塑性区半径为 R_{p}，r 为任意计算点处的半径，该点处单元体径向应力 σ_r，环向应力 σ_θ。同时在半径 R_{p} 以外的土体仍然保持着弹性平衡状态[7]。

外荷载 P_0 取为静止土压力，计算公式为

$$P_0 = K_0 \gamma H \tag{1}$$

式中：K_0 为静止土侧压力系数[8]，$K_0 = \dfrac{\nu}{1-\nu}$，ν 为泊松比；H 为埋置深度；γ 为土体重度。



(a) 扩孔前 (b) 扩孔后 (c) 土体单元简图

图 1 圆孔扩张模型

Fig.1 Model of circular cavity expansion

基于扩孔理论的挤密砂桩复合地基桩土应力比分析的基本假设条件如下[9]：①土体是均匀各向同性的理想弹塑性体；②小孔在无限大的土体中扩张；③土体屈服服从 Mohr-Coulomb 屈服准则；④孔扩张前，孔壁处土压力为静止土压力；⑤砂桩桩体内砂为无黏结力，并不考虑其屈服变形。

2.2 基本方程

假设桩周土体内的径向应力为 σ_r，环向应力为 σ_θ，根据静力平衡条件 $\sum r = 0$ 得出方程[10]为

$$r\frac{\mathrm{d}\sigma_r}{\mathrm{d}r} + \sigma_r - \sigma_\theta = 0 \tag{2}$$

采用 Mohr-Coulomb 屈服准则[9]（如式（3））计算桩周土屈服区：

$$(\sigma_r - \sigma_\theta) - (\sigma_r + \sigma_\theta)\sin\varphi - 2c\cos\varphi = 0 \tag{3}$$

式中：c、φ 分别为材料黏聚力及内摩擦角。规定压应力为正，拉应力为负。

2.3 桩周土层内应力场和位移场解答

由弹塑性理论下扩孔周围的应力−位移场理论[11−14]可得：

临界扩孔压力为

$$P_{\mathrm{c}} = c\cos\varphi + P_0(1+\sin\varphi) \tag{4}$$

弹性区径向应力为

$$\sigma_{\mathrm{r}}^{\mathrm{e}}=\frac{R_{\mathrm{p}}^{2}}{r^{2}}\left[\left(P_i+c\cot\varphi\right)\left(\frac{R_0}{R_{\mathrm{p}}}\right)^{\frac{2\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}-c\cot\varphi-P_0\right]+P_0 \tag{5}$$

塑性区径向应力为

$$\sigma_{\mathrm{r}}^{\mathrm{p}}=\left(P_i+c\cot\varphi\right)\left(\frac{R_0}{r}\right)^{\frac{2\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}-c\cot\varphi \tag{6}$$

塑性区半径为

$$R_{\mathrm{p}}=R_0\left(\frac{P_i+c\cot\varphi}{c\cos\varphi+c\cot\varphi+P_0\left(1+\sin\varphi\right)}\right)^{\frac{1+\sin\varphi}{2\sin\varphi}} \tag{7}$$

塑性区径向位移为

$$u_r=\frac{1+v}{E_{\mathrm{s}}}\frac{R_{\mathrm{p}}^{2}}{r}\left[\left(P_i+c\cot\varphi\right)\left(\frac{R_0}{R_{\mathrm{p}}}\right)^{\frac{2\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}-c\cot\varphi-P_0\right] \tag{8}$$

孔周边即 $r=R_0$ 处的位移为

$$u_0=\frac{R_{\mathrm{p}}^{2}\left(1+v\right)}{R_0E_{\mathrm{s}}}\left[\left(P_{\mathrm{i}}+c\cot\varphi\right)\left(\frac{R_0}{R_{\mathrm{p}}}\right)^{\frac{2\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}-c\cot\varphi-P_0\right] \tag{9}$$

式中：E_{s} 为土层压缩模量。

如果扩孔后砂桩设计半径为 R_{d}，根据 $u_0=R_{\mathrm{d}}-R_0$，可计算对应的扩孔后孔周边的 P_{i} 值。

2.4　挤密砂桩反插比与砂桩压缩模量的关系

2.4.1 挤密砂桩压缩模量的计算

根据沈珠江[15]对于无黏性土压缩模量的研究，无黏性土等向压缩条件下的应力与体积应变的关系可表示为

$$\varepsilon_{\mathrm{v}}=k\left(e_0-e_{\mathrm{r}}\right)\left(P_{\mathrm{s}}/P_{\mathrm{a}}\right)^{\lambda} \tag{10}$$

式中：e_0 为初始孔隙比；P_{s} 为固结应力；P_{a} 为当地大气压力；λ、k、e_{r} 是砂种类的相关参数，其值根据表 1 查取。

表 1　不同类型的砂的参数值

Table 1　Parameter values of different types of sand

类型	λ	k	e_{r}
Sacramento River 砂	0.885	0.004 26	0.423
Cambria 砂	0.772	0.007 59	0.365
Toyoura 砂	0.804	0.003 72	0.433

如采用当地某种类型的砂，表 1 中对应参数可以根据砂的压缩曲线获得。

根据砂的压缩特性（见图 2），可以计算砂桩在桩周土内压力 P_{i} 作用下的压缩模量。具体计算过程如下：

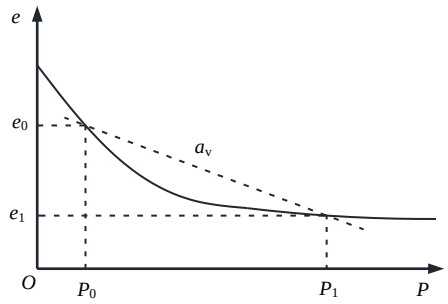


图 2　砂桩 *e-p* 曲线示意图

Fig.2　*e-p* curve of sand pile

砂桩反插压缩后的孔隙比 e_{p1} 为

$$e_{\mathrm{p1}}=e_{\mathrm{p0}}-\Delta e_{\mathrm{p}}=e_{\mathrm{p0}}-\varepsilon_{\mathrm{v}}\left(e_{\mathrm{p0}}+1\right) \tag{11}$$

式中：e_{p0} 为砂桩初始孔隙比；e_{p1} 为砂桩扩孔后孔隙比；ε_{v} 为砂桩体积应变；Δe_{p} 为反插过程中砂桩孔隙比变化量。

根据砂桩所用砂的 e - lg p 曲线，采用割线法可求出反插后砂桩压缩系数和砂桩压缩模量分别为

$$a_{\mathrm{pv}}=\frac{e_{\mathrm{p0}}-e_{\mathrm{p1}}}{P_{\mathrm{i}}-P_{\mathrm{p0}}} \tag{12}$$

$$E_{\mathrm{p}}=\frac{1+e_{\mathrm{p0}}}{a_{\mathrm{pv}}}=\frac{P_{\mathrm{i}}-P_{\mathrm{p0}}}{\varepsilon_{\mathrm{v}}} \tag{13}$$

式中：a_{pv} 为反插后压缩系数；E_{p} 为反插后砂桩压缩模量；P_{p0} 为砂桩的初始应力。

将式（6）、（9）、（10）代入式（13），可得挤密砂桩的理论压缩模量 E_{p} 为

$$E_{\mathrm{P}}=\frac{1}{\varepsilon_{\mathrm{V}}}\left\{\left[\frac{u_0R_0E_{\mathrm{s}}}{R_{\mathrm{p}}^{2}\left(1+V\right)}+c\cot\varphi+P_0\right]\left(\frac{R_{\mathrm{P}}}{R_0}\right)^{\frac{-2\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}-c\cot\varphi-P_{\mathrm{p0}}\right\} \tag{14}$$

因此，已知砂桩的体积压缩应变 ε_{v} 和桩周土的扩孔位移值 u_0（即设计砂桩半径与套管半径之差），就可以计算出砂桩挤密后的压缩模量，同时也可以计算出此时的反插比。

2.4.2 挤密砂桩反插比的计算

（1）反插比的概念

反插比 β 是指套筒半径为 R_0 时，机械反插深度 Δh 与砂桩反插前套管提升高度 z 的比值。砂桩机械反插前、后计算模型如图 1 所示。

（2）基于扩孔理论的反插比理论计算方法

不考虑砂桩反插过程，只根据反插前、后的理想状态（见图 1），则砂桩反插后的体积应变为

$$\varepsilon_{\mathrm{v}}=\frac{V-V'}{V} \tag{15}$$

假设反插后砂桩半径为(R_0+u_0)，则反插后砂桩的体积V'为

$$V'=\pi\left(R_0+u_0\right)^2 h=\left(1-\varepsilon_{\mathrm{v}}\right)\pi R_0^2 z \tag{16}$$

则反插深度Δh为

$$\Delta h=\left[1-\frac{\left(1-\varepsilon_{\mathrm{v}}\right)R_0^2}{\left(R_0+u_0\right)^2}\right]z \tag{17}$$

因此，根据反插比的定义，反插比的理论简化计算公式为

$$\beta=\frac{\Delta h}{Z}=1-\frac{\left(1-\varepsilon_{\mathrm{v}}\right)R_0^2}{\left(R_0+u_0\right)^2} \tag{18}$$

式中：V为砂体反插前的体积；V'为砂体反插后的体积；h为反插结束后砂体的高度；u_0为扩孔位移。

考虑砂桩内砂的体积的变化，结合扩孔位移u_0和无黏性土等向压缩条件下体积应变ε_{v}，代入式（18），可得不同扩孔内压力P_{i}下的反插比β理论计算公式为

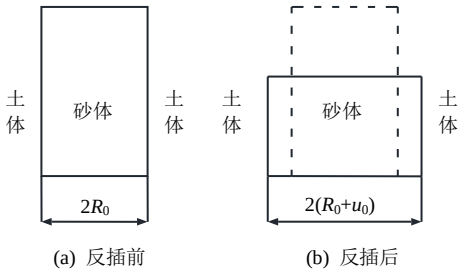
$$\beta=1-\frac{\left[1-k\left(e_{\mathrm{p0}}-e_{\mathrm{r}}\right)\left(P_{\mathrm{i}}/P_{\mathrm{a}}\right)^{\lambda}\right]R_0^2}{\left\{R_0+\dfrac{R_{\mathrm{p}}{}^2\left(1+\nu\right)}{R_0E_{\mathrm{s}}}\left[\left(P_{\mathrm{i}}+c\cot\varphi\right)\left(\dfrac{R_0}{R_{\mathrm{p}}}\right)^{\frac{2\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}-c\cot\varphi-P_0\right]\right\}^2} \tag{19}$$

因此，根据式（14）、（18）可以计算设计套管直径下达到设计砂桩直径需要的反插比和反插后砂桩的压缩模量，为挤密砂桩设计提供理论依据。

3 基于扩孔理论的挤密砂桩桩周土挤密效应系数理论计算

3.1 基于 *e*-lg*p* 曲线压缩理论的挤密效应系数理论计算方法

假设反插过程中不考虑砂的损失，即只考虑反插前、后的两个状态，见图 3。



(a) 反插前 (b) 反插后

图 3 挤密砂桩反插前后的两个状态
Fig.3 Two states for compaction pile

根据式（5）、（6）可得扩孔内压力P_{i}引起的桩周土体内的应力分布，其示意图如下：

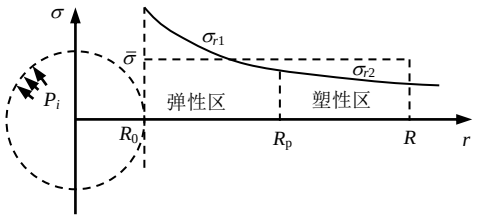


图 4 由扩孔内压力 P_{i} 引起的桩周土应力分布
Fig.4 Stress of soil around piles caused by expansion pressure P_{i}

由图可见，桩周土体内径向应力由近处向远处逐渐衰减，根据土的 *e*-*p* 曲线压缩理论，说明挤密效应也逐渐衰减。为了简化计算，采用桩周土挤密影响区域内平均挤密效应系数表示复合地基整体的挤密效应。因此，在R_0～R范围内的平均压缩挤密效应简化采用图 3 中横轴上方实线所围面积与虚线（即平均值）所围面积相等进行计算。根据该思想，分别求的塑性区和弹性区的平均挤密应力$\bar{\sigma}_1$和$\bar{\sigma}_2$分别为

$$\bar{\sigma}_1=\frac{\int_{u_0+R_0}^{R_{\mathrm{p}}}\sigma_{r1}\mathrm{d}r}{R_{\mathrm{P}}-R_0-u_0},\ \bar{\sigma}_2=\frac{\int_{R_{\mathrm{p}}}^{R}\sigma_{r2}\mathrm{d}r}{R-R_{\mathrm{p}}} \tag{20}$$

其中式（20）中塑性区$(R_0+u_0\leqslant r\leqslant R_{\mathrm{p}})$径向应力$\sigma_{r1}$采用式（6）计算，式（20）中弹性区$(R_{\mathrm{p}}\leqslant r\leqslant R)$径向应力$\sigma_{r2}$采用式（5）计算，最后求出总的平均应力$\bar{\sigma}$，利用高数积分法计算的半径$R$区域内的平均挤密应力为

$$\bar{\sigma}=\frac{\dfrac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\left(P_{\mathrm{i}}+c\cot\varphi\right)R_0^{\frac{2\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}\left[R_{\mathrm{p}}^{\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}-\left(R_0+u_0\right)^{\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}\right]-c\cot\varphi\left(R_{\mathrm{P}}-R_0-u_0\right)}{2\left(R_{\mathrm{P}}-R_0-u_0\right)}+$$
$$\frac{\left(\dfrac{1}{R_{\mathrm{p}}}-\dfrac{1}{R}\right)\left[\left(P_{\mathrm{i}}+c\cot\varphi\right)\left(\dfrac{R_0}{R_{\mathrm{p}}}\right)^{\frac{2\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}-c\cot\varphi-P_0\right]R_{\mathrm{p}}^2+P_0\left(R-R_{\mathrm{p}}\right)}{2\left(R-R_{\mathrm{p}}\right)} \tag{21}$$

利用式（21）求出砂桩挤密作用区间的加权平均径向应力 $\bar{\sigma}$ 后，将其代入桩周土的 *e-p* 实测曲线，可求得挤密砂桩挤密前、后的平均孔隙比变化。假设 $\bar{\sigma}$ 所对应的孔隙比为 $\bar{e}$，令 $P_{s1}=\bar{\sigma}$ 及 $e_{s1}=\bar{e}$，根据割线法压缩系数定义（如图 5 所示）可求出挤密前、后割线法压缩系数的变化，挤密后桩周土层的平均压缩系数 a'_{sv} 计算公式为

$$a'_{sv}=\frac{e_{s0}-e_{s1}}{P_{s1}-P_{s0}} \tag{22}$$

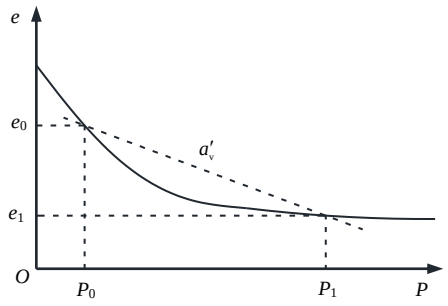


图 5　桩周土 *e-p* 曲线

Fig.5　*e-p* curve of soil around pile

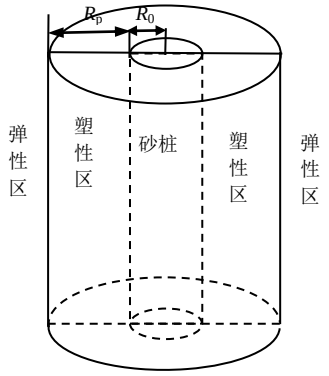


图 6　复合地基简化计算简图

Fig.6　Simplified calculation of composite foundation

式中：e_{s0} 为桩周土的初始孔隙比；e_{s1} 为挤密后平均径向应力 $\bar{\sigma}$ 对应的孔隙比。

根据挤密后桩周土层的新的初始孔隙比 e_{s1}（进行固结沉降计算时的初始孔隙比）和压缩系数 a'_{sv} 可以计算桩周土层挤密后的体积压缩系数 m'_{sv} 和压缩模量 E'_s 如下：

$$m'_{sv}=\frac{a'_{sv}}{1+e_{s0}},\quad E'_s=\frac{1}{m'_{sv}} \tag{23}$$

根据挤密效应系数概念，挤密砂桩复合地基平均挤密效应系数 ζ 为

$$\zeta=\frac{E'_s}{E_s} \tag{24}$$

3.2　挤密效应影响范围分析

上面是基于单桩理论基础的挤密效应分析，实际上挤密砂桩的影响范围是很有限的，主要在塑性区范围内，根据龚晓南[16]的试验分析研究，挤密砂桩复合地基有效挤密半径 R_L 计算公式为

$$R_L=R_0\sqrt{\frac{G}{c\cos\varphi+P_0\sin\varphi}} \tag{25}$$

式中：R_L 为最大有效挤密半径；R_0 为桩体孔的半径；P_0 为土体的侧向压力；G 为土的剪切模量，$G=\frac{E_s}{2(1+v)}$。

如果挤密砂桩设计时桩间距 $L>2R_d$ 时，一般可以不考虑相互的影响，设计时为了避免相互影响造成浪费，设计间距建议大于 2 倍桩径，通常可以先不考虑两个桩之间的相互挤密影响进行设计，如果有影响再进行修正。

4　挤密砂桩复合地基桩土应力比理论计算

假设复合地基处理深度为 Z，由于天然地基通常由不同的土层所组成，因此，将地基土按深度分层，假设共有 N 层，如图 7 所示。为了简化计算以及研究方便，对于其中的某一分层（h_i-h_{i+1}），取该层中间层处桩土应力比 n_i 作为整个分层厚度内的均值，最终取所有分层的平均桩土应力比的平均值 $\bar{n}$ 作为整个复合地基的平均桩土应力比。

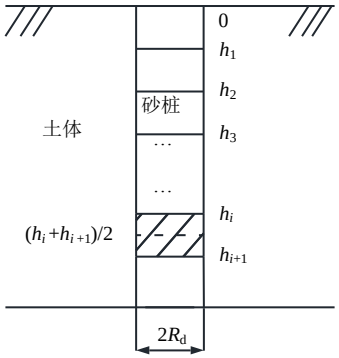


图 7　复合地基土体分层示意图

Fig.7　Layered soils in composite foundation

$$\bar{n}=\frac{\sum n_i}{N} \tag{26}$$

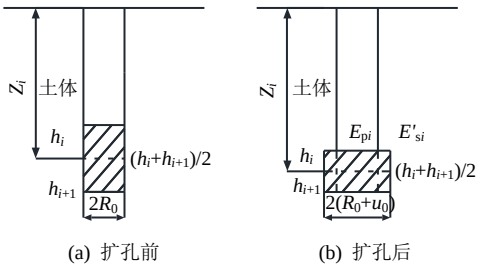
其中第 i 层 (h_i-h_{i+1}) 的桩土应力比 n_i 具体计算过程如下所示：

4.1　砂桩压缩模量的计算

按式（27）、（28）计算出 P_{0i}、P_{ci} 的值。

$$P_{0i}=K_0\gamma Z_i \tag{27}$$

$$P_{ci}=c\cos\varphi+P_{0i}\left(1+\sin\varphi\right) \tag{28}$$



(a) 扩孔前 (b) 扩孔后

图 8 地基第 *i* 层桩土应力比计算示意图

Fig.8 Calculation of soil-pile stress ratio at layer No. *i* of foundation soil

当 $P_i>P_{ci}$ 时，桩周土层内将会出现塑性区，塑性区半径为 R_{pi}，不断地对 P_i 进行迭代，当 $\left(R_0+u_0\right)$ 大小达到设计桩径时，停止 P_i 迭代。其中该土层桩周土塑性区半径 R_{pi} 和扩孔位移 u_0 分别为

$$R_{pi}=R_0\left(\frac{P_i+c\cot\varphi}{c\cos\varphi+c\cot\varphi+P_{0i}\left(1+\sin\varphi\right)}\right)^{\frac{1+\sin\varphi}{2\sin\varphi}} \tag{29}$$

$$u_0=\frac{R_{pi}^{\ 2}\left(1+v\right)}{R_0E_s}\left[\left(P_i+c\cot\varphi\right)\left(\frac{R_0}{R_{pi}}\right)^{\frac{2\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}-c\cot\varphi-P_{0i}\right] \tag{30}$$

内压力 P_i 作用下砂桩体积压缩应变为

$$\varepsilon_{vi}=k\left(e_0-e_r\right)\left(P_i/P_a\right)^{\lambda} \tag{31}$$

砂桩的压缩模量 E_{Pi} 为

$$E_{Pi}=\frac{1}{\varepsilon_{Vi}}\left\{\left[\frac{u_0R_0E_s}{R_{pi}^2\left(1+V\right)}+c\cot\varphi+P_{0i}\right]\left(\frac{R_{Pi}}{R_0}\right)^{\frac{-2\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}-c\cot\varphi-P_{p0}\right\} \tag{32}$$

4.2 挤密后桩周土压缩模量的计算

根据计算的内压力 P_i 代入式（21），求出挤密土体区域的加权平均径向应力 $\bar{\sigma}_i$。然后结合该土层的 e-lg p 曲线得出 $\bar{\sigma}_i$ 对应的孔隙比 $\bar{e}_i$，令 $P_{si1}=\bar{\sigma}_i$ 及 $e_{si1}=\bar{e}_i$，计算出压缩系数 a'_{svi} 为

$$a'_{svi}=\frac{e_{si0}-e_{si1}}{P_{si1}-P_{si0}} \tag{33}$$

因此，可得桩周土层挤密作用后的平均压缩模量 E'_{si} 为

$$E'_{si}=\frac{1+e_{si0}}{a'_{svi}} \tag{34}$$

4.3 桩土应力比 n_i 的计算

深度 Z_i 处平均桩土应力比 n_i 求解公式如下：

$$n_i=\frac{E_{pi}}{E'_{si}} \tag{35}$$

最后根据每层计算的桩土应力比根据式（26）计算复合地基的平均桩土应力比。

5 实例分析

5.1 工程介绍

以越南河内—海防高速公路某断面作为工程实例，该断面软土处理深度达 30 m，软土层下方为较厚的中砂层。其地基土层计算参数见表 2，其中泊松比为 0.3。挤密砂桩为矩形布置，扩孔后砂桩直径为 0.7 m，砂桩中心间距为 2.5 m，砂桩采用河沙（计算参数采用表 1 中的 Sacramento River 砂参数），初始孔隙比为 0.912。

表 2 地基土层计算参数表

Table 2 Parameters of soil

土层编号	Z/m	γ/(kN/m^3)	e_0	C_V/(cm^2/s)	a_v/MPa^{-1}
1	30	18.5	0.912	2.1×10^{-3}	0.59
2	10	19.6	0.651	1.0	0.18

5.2 砂桩反插挤密后复合地基桩土应力比计算

本工程砂桩处理深度为 30 m，每 10 m 分一段，分别考虑在 0～10 m 深取 5 m 处桩土应力比为该段的均值，10～20 m 深取 15 m 处桩土应力比为该段的均值，20～30 m 取 25 m 处桩土应力比为该段的均值，再取三者的平均值为复合地基的平均桩土应力比。

分别计算砂桩的初始套管直径 R_0 为 0.5、0.55、0.6 m 时，设计扩孔后砂桩直径 0.7 m 时的平均桩土应力比。

利用式（31）、（32）计算得出不同深度处的外荷载 P_0 与桩周土的临界扩张压力 P_c，具体计算数值如表 3 所示。

表 3 不同深度处的 P_0、P_c

Table 3 Values of P_0 and P_c at difference depths

Z/m	P_0/kPa	P_c/kPa
5	38.85	64.74
15	116.55	149.80
25	194.25	235.00

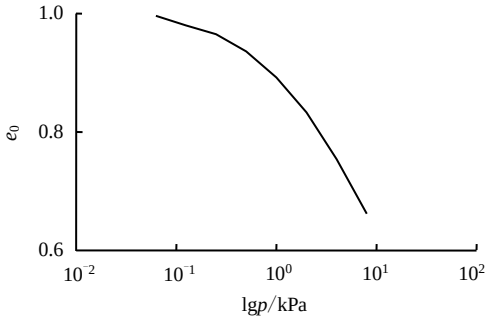


图 9　越南河内−海防高速公路地基土层实测的 *e*-lg*p* 曲线
Fig.9　Measured *e*-lg*p* curve of foundation soil in Hanoi-Haiphong expressway

取某一深度 Z（Z =5、15、25 m）处，考虑在反插过程中砂的体积变化，当 $P_i > P_c$ 时，土体挤密区域将会出现塑性区，最大塑性区半径大小为 R_p，不断地对 P_i 进行迭代，当 $(R_0 + u_0)$ 大小满足当初所设定扩容后的大小时，停止 P_i 迭代。并且利用迭代得到的内压力 P_i 结合公式（17）求得该土层的砂桩压缩模量 E_{pi}（计算结果见表 5）。

将内压力 P_i 代入式（24），求出挤密土体区域的加权平均径向应力 $\bar{\sigma}$。然后结合 *e*-lg*p* 曲线（如图 9 所示）得出 $\bar{\sigma}_i$ 对应的孔隙比 $\bar{e}_i$，令 $P_{si1} = \bar{\sigma}_i$ 及 $e_{si1} = \bar{e}_i$，可以求得挤密效应作用下桩周土压缩模量 E'_{si} 和等效压缩系数 a'_{svi}，计算结果如表 4 所示。不同深度处的桩土应力比 n_i，如表 5 所示。

上述的计算结果可以得出，桩土应力比随着埋深逐渐变小，并且土层平均桩土应力比 $\bar{n}$ 随着初始套管半径 R_0 增大而增大。

表 4　不同直径的初始套管挤密后土体计算参数
Table 4　Parameter values of compacted soil with different initial diameters of casing pipe

$2R_0$/m	Z/m	P_i/kPa	$2R_p$/m	E_{pi}/MPa	$\frac{D}{2}$/m	$\bar{\sigma}$/kPa	$\bar{e}$	a'_v/MPa^{-1}	E'_{si}/MPa
	5	175.98	1.56	29.4	1.25	111.77	0.903	0.183	10.47
0.50	15	281.36	1.37	39.8	1.25	200.62	0.895	0.123	15.54
	25	384.80	1.24	45.3	1.25	287.83	0.89	0.098	19.58
	5	162.36	1.40	27.3	1.25	102.49	0.904	0.199	9.61
0.55	15	264.39	1.23	38.6	1.25	163.30	0.899	0.129	13.67
	25	364.52	1.12	44.4	1.25	244.91	0.893	0.104	18.38
	5	145.69	1.20	24.2	1.25	71.61	0.910	0.221	8.69
0.60	15	243.54	1.06	36.9	1.25	153.09	0.898	0.155	12.33
	25	339.66	0.95	43.2	1.25	232.36	0.892	0.118	16.20

注：$\frac{D}{2}$ 为砂桩间距的 1/2。

表 5　不同初始套管直径不同深度处的桩土应力比
Table 5　Pile-soil stress ratio at various depths with various initial diameters of casing pipe

$2R_0$/m	Z/m	E_{pi}/MPa	E'_{si}/MPa	n_i	$\bar{n}$
	5	29.4	10.47	2.81	
0.50	15	39.8	15.54	2.56	2.56
	25	45.3	19.58	2.31	
	5	27.3	9.61	2.84	
0.55	15	38.6	14.82	2.60	2.62
	25	44.4	18.38	2.42	
	5	24.2	8.69	2.78	
0.60	15	36.9	13.67	2.70	2.72
	25	43.2	16.20	2.67	

5.3　理论计算值同规范建议值对比

《复合地基技术规范》[1]中对于桩土应力比 n 的取值有明确规定：“桩土应力比宜按现场实测资料确定，无实测资料时，可取 2～3，桩间土强度低取大值，桩间土强度高取小值。”

（1）在本工程实例中，理论计算结果在规范建议取值 2～3 之间，说明计算结果合理。

（2）对比同一深度范围内的套管取值、桩周土压缩模量和桩土应力比，可以发现，随着套管直径增大（0.5～0.6 m），桩周土挤密效果减弱，桩周土的压缩模量越小，桩间土强度越低，此时理论计算的桩土应力比值越大。这符合规范中对于无实测资料时，桩间土强度低取大值，桩间土强度高取小值的规定。表明计算结果正确、合理[17]。

6　结　论

挤密砂桩复合地基桩土应力比是计算挤密砂桩复合地基固结沉降的重要参数，利用扩孔理论对于挤密砂桩的挤密效应进行分析，结合桩间土的 *e*-*p* 曲线压缩理论可以有效计算不同桩间土力学参数下桩土应力比。这种方法可以有效指导挤密砂桩的设计，为优化挤密砂桩复合地基设计提供理论基础。

参 考 文 献

[1] 中华人民共和国住房和城乡建设部. GB/T 50783−2012 复合地基技术规范[S]. 北京: 中国计划出版社, 2012.
Minister of housing and urban-rural development of the people's republic of china. GB/T 50783−2012 Technical code for composite foundation[S]. Beijing: China Planning Press, 2012.

[2] 郭蔚东, 钱鸿缙. 饱和黄土碎石桩地基沉降计算[J]. 土木工程学报, 1989, 22(2): 13－21.
GUO Wei-dong, QIAN Hong-jin. The settlement estimation of foundation on saturated loess reinforced with granular piles[J]. **China Civil Engineering Journal**, 1989, 22(2): 13－21.

[3] 王树强. 确定桩土应力比 n 值的探讨[J]. 西南交通大学学报, 1993, (3): 40－45.
WANG Shu-qiang. Discussion of stress ratio in the composite foundation of the gravel piles[J]. **Journal of Southwest Jiaotong University**, 1993, (3): 40－45.

[4] 叶观宝, 蔡永生, 张振. 加芯水泥土桩复合地基桩土应力比计算方法研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(3): 672－678.
YE Guan-bao, CAI Yong-sheng, ZHANG Zhen. Research on calculation of pile-soil stress ratio for composite foundation reinforced by stiffened deep mixed piles[J]. **Rock and Soil Mechanics,** 2016, 37(3): 672－678.

[5] 赵明华, 邓岳保, 杨明辉. 路堤荷载作用下碎石桩复合地基桩土应力比计算及试验研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(9): 2623－2628.
ZHAO Ming-hua, DENG Yue-bao, YANG Ming-hui. Calculation and model test for pile-soil stress ratio of gravel pile composite foundation under embankment load[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(9): 2623－2628.

[6] 杨明辉, 赵明华, 姚琪阳. 碎石桩复合地基桩土应力比计算[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2006, 33(5): 6－9.
YANG Ming-hui, ZHAO Ming-hua, YAO Qi-yang. Calculation for pile-soil stress ratio in crush stone pile composition[J]. **Journal of Hunan University (Natural Sciences)**, 2006, 33(5): 6－9.

[7] 曹文贵, 刘海涛, 张永杰. 散体材料桩复合地基桩土应力比计算新方法[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2009, 36(7): 1－5.
CAO Wen-gui, LIU Hai-tao, ZHANG Yong-jie. Medium material pile composite foundation pile soil stress ratio calculation method[J]. **Journal of Hunan University (Natural Science Edition)**, 2009, 36(7): 1－5.

[8] 韩同春, 豆红强. 柱孔扩张理论的空间轴对称解在沉桩挤土效应中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(增刊 1): 3209－3215.
HAN Tong-chun, DOU Hong-qiang. Space axisymmetric solution of cylindrical cavity expansion theory in the application of soil compaction effect[J]. **Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2012, 31(Supp. 1): 3209－3215.

[9] 邓迎芳, 莫海鸿, 刘叔灼, 等. 应用圆孔扩张理论对静压桩挤土效应分析[J]. 广州建筑, 2012, 40(1): 23－26.
DENG Ying-fang, MO Hai-hong, LIU Shu-zhuo, et al. The application effect in the cavity expansion theory of static pressure pile analysis[J]. **Journal of Guangzhou Building**, 2012, 40(1): 23－26.

[10] 徐书平, 刘祖德, 凡红. 扰动对饱和软粘土园柱形孔扩张问题的影响[J]. 重庆建筑大学学报, 2006, 28(4): 63－67.
XU Shu-ping, LIU Zu-de, FAN Hong. The disturbance of saturated soft clay the influence of the cylindrical cavity expansion garden[J]. **Journal of Chongqing University of Architecture**, 2006, 28(4): 63－67.

[11] 李涛, 高健, 张仪萍. 固定边界圆柱孔扩张问题的弹塑性解[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2011, (8): 1227－1231.
LI Tao, GAO Jian, ZHANG Yi-ping. Elastic-plastic solution of fixed boundary problem of cylindrical cavity expansion[J]. **Journal of Hefei University of Technology (Natural Science Edition)**, 2011, (8): 1227－1231.

[12] 龚晓南. 高等土力学[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1996.
GONG Xiao-nan. Advanced soil mechanics[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1996.

[13] 蒋明镜, 沈珠江. 岩土类软化材料的柱形孔扩张统一解问题[J]. 岩土力学, 1996, 17(1): 1－8.
JIANG Ming-jing, SHEN Zhu-jiang. Geotechnical softening material problem of cylindrical cavity expansion and unified solutions[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 1996, 17(1): 1－8.

[14] 赵颜辉, 朱俊高, 张宗亮, 等. 无黏性土压缩曲线的一种数学模式[J]. 岩土力学, 2011, 32(10): 3033－3037.
ZHAO Yan-hui, ZHU Jun-gao, ZHANG Zong-liang, et al. Cohesionless soil compression curve of a mathematical model[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(10): 3033－3037.

[15] 沈珠江. 土的三重屈服面应力应变模式[J]. 固体力学学报, 1984, (2): 163－174.
SHEN Zhu-jiang. Triple yield stress and strain of soil model[J]. **Journal of Solid Mechanics**, 1984, (2): 163－174.

[16] 龚晓南. 土塑性力学[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1990.
GONG Xiao-nan. Soil plasticity mechanics[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1990.

[17] 邵俐, 方磊, 刘松玉. 沉管干振碎石桩对土层的挤密效应[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2001, 31(3): 36－39.
SHAO Li, FANG Lei, LIU Song-yu. Immersed tube for gravel compaction effect of soil[J]. **Journal of Southeast University (Natural Science Edition)**, 2001, 31(3): 36－39.