DOI：10.16285/j.rsm.2016.2093

考虑松动区内应力分布形式的松动土压力研究

徐长节[1, 2]，梁禄钜[1]，陈其志[1]，刘元昆[1]

（1. 浙江大学 滨海和城市岩土工程研究中心，浙江 杭州 310058；2. 华东交通大学 土木建筑学院，江西 南昌 330013）

摘 要：传统土拱效应理论是基于松动区内土体应力均匀分布这一基本假定建立的，然而由于松动区内部主应力轴偏转的影响，实际情况下松动区内部的土体应力分布往往是非均匀的。针对这一情况，在太沙基松动土压力分析模型的基础上，通过假定 3 种不同形状的大主应力轨迹线，考虑了松动区内应力分布形式对松动土压力的影响，对传统太沙基松动土压力公式进行了修正，并与离散元数值模拟结果进行了对比验证。研究结果表明：当土体达到极限平衡状态时，松动区内部竖向应力与水平向应力分别呈上凹式分布和上凸式分布，松动区中轴线上侧向土压力系数等于被动土压力系数；采用不同形状的大主应力轨迹线进行计算所得应力分布之间的差异在 10%以内，且均与离散元数值模拟结果吻合良好，从而验证了修正解的有效性。为计算方便起见，推荐相关工程中采用圆弧形大主应力轨迹线假定进行计算。

关 键 词：土拱效应；松动区；松动土压力；应力分布；离散元

中图分类号：TU 432 **文献识别码：**A **文章编号：**1000－7598 (2018) 06－1927－08

Research on loosening earth pressure considering the patterns of stress distribution in loosening zone

XU Chang-jie[1, 2], LIANG Lu-ju[1], CHEN Qi-zhi[1], LIU Yuan-kun[1]

(1. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310058, China;
2. School of Civil Engineering and Architecture, East China Jiaotong University, Nanchang, Jiangxi 330013, China)

Abstract: Traditional theory of soil arching effect is based on the assumption of homogeneous stress distribution in loosening zone. However, because of the influence of main stress axes deflection in loosening zone, the stress distribution is inhomogeneous. Based on Terzaghi's loosening earth pressure theory, three types of major principal stress path are assumed and then a modified analytical solution of loosening earth pressure is presented considering the influence of stress distribution. DEM is also used to compare the model. The results show that when soils arrive ultimate equilibrium state, the distributions of vertical stress and horizontal stress in loosening zone are concave and convex respectively, and lateral earth pressure coefficient equals to passive earth pressure coefficient on the axle of the loosening zone. Difference among different major principal stress paths is less than 10% and these results are all in agreement with DEM numerical results, which confirms the effectiveness of the modified analytical solution. For the convenience of calculation, it is recommended to assume an arc path of major principal stress in the calculation of relevant projects.

Keywords: soil arching effect; loosening zone; loosening earth pressure; stress distribution; DEM

1 引 言

土拱效应广泛存在于岩土工程的各个领域，作为土力学当中的一个经典问题一直以来都是人们研究的热点。以盾构隧道为例，由于施工过程中盾构机掘进所造成的上覆土体松动及土拱效应的存在，作用在管片上部的土压力将远小于全覆土压力。要想合理确定盾构隧道的上覆土压力，土拱效应不可忽略。Terzaghi[1]最早通过 trapdoor 试验（见图 1）证实了土拱效应的存在，并在试验结果的基础上采用极限平衡理论推导了作用在 trapdoor 上松动土压力的计算公式。此公式很快被运用到实际工程当中并得到了广泛的认可。在这之后，不少国内外学者也基于 trapdoor 试验及太沙基松动土压力理论对土

收稿日期：2016-11-28
基金项目：国家重点基础研究发展计划（973 计划）（No.2015CB057801）；国家自然科学基金项目（No.51278449，No.51238009，No.51338009）。
This work was supported by the National Key Basic Research Project of China (973 Program) (2015CB057801) and the National Natural Science Foundation of China (51278449, 51238009, 51338009).
第一作者简介：徐长节，男，1972 年生，博士，教授，主要从事土动力学、基坑工程及隧道工程等方面的研究。E-mail: xucj@zju.edu.cn

拱效应进行了大量深入的研究与分析。

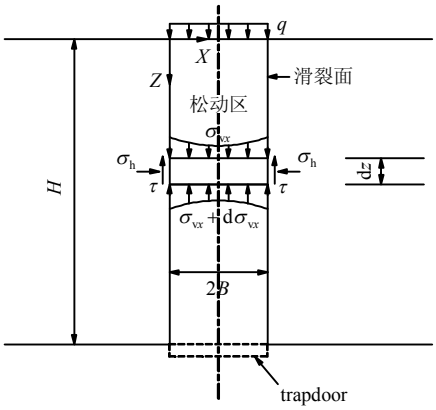


图 1 太沙基松动土压力模型

Fig.1 Terzaghi's model of loosening earth pressure

试验研究方面，加瑞[2]通过室内挡板下落试验对不同埋深、挡板位移及砂土密实度等因素影响下作用在 trapdoor 及 trapdoor 两侧的土压力进行了研究；Dewloolkar[3]、Costa[4]等分别开展了圆形 trapdoor 及常规 trapdoor 的离心机模型试验，对不同埋深情况及不同重力场作用下 trapdoor 上方土体破坏模式进行了研究并比较了它们之间的差异性；Chevalier 等[5]根据室内 trapdoor 模型试验结果将 trapdoor 下移过程中上方土体的破坏过程分为了 3 个阶段：内力重分布阶段、过渡阶段及极限破坏阶段；Rui 等[6–7]进行了 1g 情况下的 trapdoor 模型试验及离散元数值模拟，并基于两者的结果提出 3 种不同的土体破坏模式。理论研究方面，陈若曦[8]、蔺港[9]等基于主应力轴旋转理论提出了无黏性土、饱和黏性土及非饱和黏性土情况下太沙基松动土压力修正解；Iglesia 等[10–11]推导了土拱的 trapdoor 模型试验开展过程中 3 个不同阶段的松动土压力表达式，并与离心机模型试验结果进行了对比验证。

然而以上试验均未对 trapdoor 上方松动区内部的土压力分布进行研究，理论公式也均基于松动区内部同一深度处土压力沿水平方向均匀分布这一基本假定进行，不能反映实际情况。在土拱的形成过程中，由于土体间的相对滑动将导致主应力方向发生偏转[12]，故松动区内部的应力分布形式将与主应力轨迹线的形状有关。在挡土墙土压力方面，已有不少学者分别采用圆弧拱形[13–15]、悬链线拱形[16–18]和抛物线拱形[19–20]的假定对作用在挡土墙上的主、被动土压力进行了研究。在盾构隧道方面，汪丁建等[12]也采用圆弧拱形的假定对浅埋隧道支护压力进行了推导。实际上，在 trapdoor 移动的过程中，由于松动区内部土体的向下滑动，松动区两侧土体将产生向中间移动的趋势从而对松动区土体产生一定的挤压作用，在这种情况下松动区土体水平应力将大于竖向应力[2, 21]，实际受力更接近于挡墙被动区土体的受力。

本文在前人研究的基础上，分别采用 3 种不同形状的大主应力轨迹线假定，对 trapdoor 松动区内应力分布进行研究，并基于 Terzaghi 松动土压力分析模型推导了考虑松动区内应力不均匀分布的松动土压力修正解，最后进行了相应的参数分析及离散元数值模拟的验证。

2 松动土压力修正解

2.1 分析模型

Terzaghi 松动土压力分析模型如图 1 所示。本文基本假定为：①松动区边界面（滑裂面）为竖直面；②滑裂面处土体内摩擦角充分发挥；③松动区内土体达到摩尔-库仑极限平衡状态；④松动区内土体达到极限平衡状态时，中轴线上 $\sigma_h > \sigma_v$ [2, 21]；⑤松动区内同一深度处任意位置土体主应力大小相等[12–20]；⑥松动区内土体均匀且各向同性。

2.2 解析公式推导

由 2.1 节中的假定可绘出松动区土体内力分析图如图 2 所示。图中，B 为松动区半宽，σ_{vx} 和 σ_{hx} 分别为松动区内水平微分单元任意位置 x 处的竖向应力与水平应力，ψ 为此处大主应力方向与竖直方向的夹角，当 $x \in [0, B]$ 时，$\psi \in [\theta, \pi/2]$。

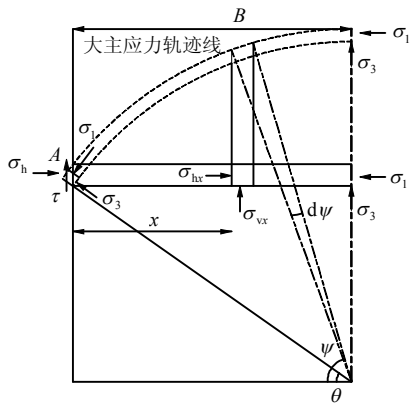


图 2 松动区土体应力分析

Fig.2 Stress analysis of soils in loosening zone

首先考虑较为简单的无黏性土情况。在滑裂面处 A 点土体单元的应力状态可用图 3 中的摩尔应力圆表示。由图 3 中的几何关系可得

$$\frac{\sigma_{\mathrm{vb}}}{\sigma_3}=\sin^2\theta+K_{\mathrm{p}}\cos^2\theta \tag{1}$$

$$\frac{\sigma_{\mathrm{hb}}}{\sigma_3}=\cos^2\theta+K_{\mathrm{p}}\sin^2\theta \tag{2}$$

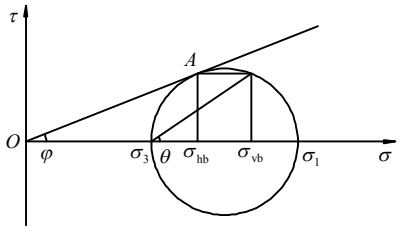


图 3　滑裂面处土体摩尔应力圆（无黏性土）

Fig.3　Mohr's stress circle of soils on slipping interface (cohesionless soils)

式（2）除以式（1）得滑裂面处侧向土压力系数为

$$K_{\mathrm{b}}=\frac{\sigma_{\mathrm{hb}}}{\sigma_{\mathrm{vb}}}=\frac{\cos^2\theta+K_{\mathrm{p}}\sin^2\theta}{\sin^2\theta+K_{\mathrm{p}}\cos^2\theta} \tag{3}$$

式中：σ_{vb}、K_{b} 分别为水平微分单元边缘处的竖向应力及侧向土压力系数；$K_{\mathrm{p}}=\tan^2(45°+\varphi/2)$；$\theta=45°-\varphi/2$，为滑裂面处土体单元大主应力方向与竖直向的夹角，$\varphi$ 为土体内摩擦角。

同理，由松动区内部土体摩尔应力圆（见图 4）可得松动区内任意位置 x 处的侧向土压力系数为

$$K_x=\frac{\cos^2\psi+K_{\mathrm{p}}\sin^2\psi}{\sin^2\psi+K_{\mathrm{p}}\cos^2\psi} \tag{4}$$

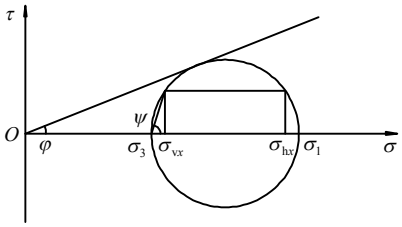


图 4　松动区内部土体应力状态（无黏性土）

Fig.4　Stress state of soils in loosening zone (cohesionless soils)

竖向应力为

$$\sigma_{\mathrm{v}x}=\sigma_3(\sin^2\psi+K_{\mathrm{p}}\cos^2\psi) \tag{5}$$

式（5）除以式（1）并整理得

$$\sigma_{\mathrm{v}x}=\frac{\sin^2\psi+K_{\mathrm{p}}\cos^2\psi}{\sin^2\theta+K_{\mathrm{p}}\cos^2\theta}\sigma_{\mathrm{vb}}<\sigma_{\mathrm{vb}} \tag{6}$$

在松动区中轴线上 $(x=B)$ 有

$$K_{\mathrm{m}}=K_x\big|_{x=B,\psi=90°}=K_{\mathrm{p}} \tag{7}$$

$$\sigma_{\mathrm{vm}}=\sigma_{\mathrm{v}x}\big|_{\psi=90°}=\frac{\sigma_{\mathrm{vb}}}{\sin^2\theta+K_{\mathrm{p}}\cos^2\theta} \tag{8}$$

即在同一深度 z 处，松动区内部竖向应力小于滑裂面处的竖向应力。当土体 $\varphi=0$ 时，将不存在土拱效应，此时由式（6）知 $\sigma_{\mathrm{v}x}=\sigma_{\mathrm{vb}}$，即竖向应力在水平方向上均匀分布。

在图 1 中取一厚度为 $\mathrm{d}z$ 的水平微分单元为研究对象，其竖向受力平衡方程为

$$2B\gamma\mathrm{d}z=2B\mathrm{d}\overline{\sigma_{\mathrm{v}}}+2K_{\mathrm{b}}\sigma_{\mathrm{vb}}\tan\varphi\mathrm{d}z \tag{9}$$

式中：γ 为土体重度；$\overline{\sigma_{\mathrm{v}}}$ 为水平微分单元所受平均竖向应力。

$$\overline{\sigma_{\mathrm{v}}}=\frac{\int_0^{2B}\sigma_{\mathrm{v}x}\mathrm{d}x}{2B}=\frac{\sigma_{\mathrm{vb}}}{B}\int_0^B\frac{\sin^2\psi+K_{\mathrm{p}}\cos^2\psi}{\sin^2\theta+K_{\mathrm{p}}\cos^2\theta}\mathrm{d}x \tag{10}$$

对圆弧拱形[15]和悬链线拱形[18]，分别有

$$\cos\psi=\frac{B-x}{B}\cos\theta \tag{11}$$

$$\cot\psi=\sinh\left[\frac{B-x}{B}\sinh^{-1}(\cot\theta)\right] \tag{12}$$

对抛物线拱形，其轨迹方程为

$$z=-\frac{\cot\theta}{2B}x^2+x\cot\theta \tag{13}$$

对式（13）求导得任意一点 x 处的斜率为

$$\cot\psi=\frac{B-x}{B}\cot\theta \tag{14}$$

将式（11）、（12）、（14）分别代入式（10）得对圆弧拱形，有

$$\overline{\sigma_{\mathrm{v}}}=\frac{\sigma_{\mathrm{vm}}}{B}\int_0^B\left[1+(K_{\mathrm{p}}-1)\left(\frac{B-x}{B}\right)^2\cos^2\theta\right]\mathrm{d}x \tag{15}$$

对悬链线拱形，有

$$\overline{\sigma_{\mathrm{v}}}=\frac{\sigma_{\mathrm{vm}}}{B}\int_0^B\frac{1+K_{\mathrm{p}}\left[\sinh^2\left(\frac{B-x}{B}\sinh^{-1}(\cot\theta)\right)\right]}{1+\sinh^2\left(\frac{B-x}{B}\sinh^{-1}(\cot\theta)\right)}\mathrm{d}x \tag{16}$$

对抛物线拱形，有

$$\overline{\sigma_{\mathrm{v}}}=\frac{\sigma_{\mathrm{vm}}}{B}\int_0^B\frac{1+K_{\mathrm{p}}\left(\frac{B-x}{B}\right)^2\cot^2\theta}{1+\left(\frac{B-x}{B}\right)^2\cot^2\theta}\mathrm{d}x \tag{17}$$

将以上各式积分得

$$\overline{\sigma_{\mathrm{v}}} = m\sigma_{\mathrm{vb}} \tag{18}$$

式中：m 为与大主应力轨迹线形状相关的系数，按表 1 进行计算。

表 1 大主应力轨迹线形状系数

Table 1 Shape coefficient of major principal stress path

大主应力轨迹线形状	m
圆弧	$m=\dfrac{2+\sin^2\theta+K_{\mathrm{p}}\cos^2\theta}{3(\sin^2\theta+K_{\mathrm{p}}\cos^2\theta)}$
抛物线	$m=\dfrac{K_{\mathrm{p}}+(1-K_{\mathrm{p}})\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)\tan\theta}{\sin^2\theta+K_{\mathrm{p}}\cos^2\theta}$
悬链线	$m=\dfrac{K_{\mathrm{p}}\sinh^{-1}(\cot\theta)-(K_{\mathrm{p}}-1)\tanh\left[\sinh^{-1}(\cot\theta)\right]}{(\sin^2\theta+K_{\mathrm{p}}\cos^2\theta)\sinh^{-1}(\cot\theta)}$

将式（18）代入式（9）并由边界条件：

$$z=0,\quad \overline{\sigma_{\mathrm{v}}}=q \tag{19}$$

解得

$$\overline{\sigma_{\mathrm{v}}}=\frac{\gamma Bm}{K_{\mathrm{b}}\tan\varphi}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{zK_{\mathrm{b}}\tan\varphi}{mB}}\right)+q\mathrm{e}^{-\frac{zK_{\mathrm{b}}\tan\varphi}{mB}} \tag{20}$$

若令 $K_{\mathrm{b}}/m=K$，则式（20）在形式上与太沙基松动土压力公式一致，故在考虑松动区内部应力分布形式的情况下太沙基松动土压力公式中的侧向土压力系数应取 $K=K_{\mathrm{b}}/m$。

由式（20）求得平均松动土压力之后，联立式（6）、（18）可求得松动区内部任意位置 x 处的土压力为

$$\sigma_{\mathrm{vx}}=\frac{\sin^2\psi+K_{\mathrm{p}}\cos^2\psi}{\sin^2\theta+K_{\mathrm{p}}\cos^2\theta}\frac{\overline{\sigma_{\mathrm{v}}}}{m} \tag{21}$$

对黏性土，可做如图 5 所示坐标变换：

$$\left.\begin{aligned}\sigma^{\mathrm{c}}&=\sigma+c\cot\varphi\\ \tau^{\mathrm{c}}&=\tau\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

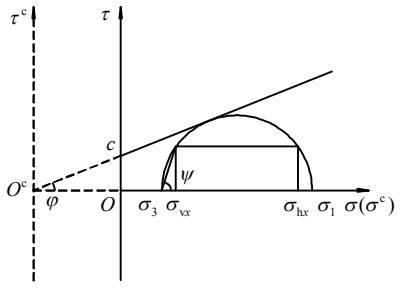


图 5 松动区内部土体应力状态（黏性土）

Fig.5 Stress state of soils in loosening zone (cohesive soils)

在新坐标系下，滑裂面处的侧向土压力系数为

$$K_{\mathrm{b}}^{\mathrm{c}}=\frac{\sigma_{\mathrm{hb}}^{\mathrm{c}}}{\sigma_{\mathrm{vb}}^{\mathrm{c}}}=\frac{\cos^2\theta+K_{\mathrm{p}}^{\mathrm{c}}\sin^2\theta}{\sin^2\theta+K_{\mathrm{p}}^{\mathrm{c}}\cos^2\theta} \tag{23}$$

松动区内任意一点 x 处的侧向土压力系数为

$$K_x^{\mathrm{c}}=\frac{\sigma_{\mathrm{hx}}^{\mathrm{c}}}{\sigma_{\mathrm{vx}}^{\mathrm{c}}}=\frac{\cos^2\psi+K_{\mathrm{p}}^{\mathrm{c}}\sin^2\psi}{\sin^2\psi+K_{\mathrm{p}}^{\mathrm{c}}\cos^2\psi} \tag{24}$$

竖向应力为

$$\sigma_{\mathrm{vx}}^{\mathrm{c}}=\frac{\sin^2\psi+K_{\mathrm{p}}^{\mathrm{c}}\cos^2\psi}{\sin^2\theta+K_{\mathrm{p}}^{\mathrm{c}}\cos^2\theta}\sigma_{\mathrm{vb}}^{\mathrm{c}} \tag{25}$$

在中轴线上，有

$$K_{\mathrm{m}}^{\mathrm{c}}=K_x^{\mathrm{c}}\Big|_{x=B,\psi=90^\circ}=K_{\mathrm{p}}^{\mathrm{c}} \tag{26}$$

$$\sigma_{\mathrm{vm}}^{\mathrm{c}}=\frac{\sigma_{\mathrm{vb}}^{\mathrm{c}}}{\sin^2\theta+K_{\mathrm{p}}^{\mathrm{c}}\cos^2\theta} \tag{27}$$

式中：$K_{\mathrm{p}}^{\mathrm{c}}=\sigma_1^{\mathrm{c}}/\sigma_3^{\mathrm{c}}=\tan^2(45^\circ+\varphi/2)$；$\theta$ 和 ψ 的含义与无黏性土条件下相同。

变换回原坐标系，则有

$$\overline{\sigma_{\mathrm{v}}}=\frac{\sigma_{\mathrm{vb}}^{\mathrm{c}}}{B}\int_0^B\frac{\sin^2\psi+K_{\mathrm{p}}^{\mathrm{c}}\cos^2\psi}{\sin^2\theta+K_{\mathrm{p}}^{\mathrm{c}}\cos^2\psi}\mathrm{d}x-c\cot\varphi \tag{28}$$

将式（11）、（12）、（14）分别代入式（28）并积分得

$$\overline{\sigma_{\mathrm{v}}}=m\sigma_{\mathrm{vb}}^{\mathrm{c}}-c\cot\varphi \tag{29}$$

对黏性土，图 1 中水平微分单元的竖向受力平衡方程为

$$2B\gamma\mathrm{d}z=2B\mathrm{d}\overline{\sigma_{\mathrm{v}}}+2K_{\mathrm{b}}^{\mathrm{c}}\sigma_{\mathrm{vb}}^{\mathrm{c}}\tan\varphi\mathrm{d}z \tag{30}$$

将式（29）代入式（30）并化简得

$$\gamma=\frac{\mathrm{d}\overline{\sigma_{\mathrm{v}}}}{\mathrm{d}z}+\frac{K_{\mathrm{b}}^{\mathrm{c}}\overline{\sigma_{\mathrm{v}}}\tan\varphi}{Bm}+\frac{cK_{\mathrm{b}}^{\mathrm{c}}}{Bm} \tag{31}$$

由边界条件（19）解得

$$\overline{\sigma_{\mathrm{v}}}=\frac{\gamma Bm-K_{\mathrm{b}}^{\mathrm{c}}c}{K_{\mathrm{b}}^{\mathrm{c}}\tan\varphi}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{zK_{\mathrm{b}}^{\mathrm{c}}\tan\varphi}{mB}}\right)+q\mathrm{e}^{-\frac{zK_{\mathrm{b}}^{\mathrm{c}}\tan\varphi}{mB}} \tag{32}$$

可见对于黏性土，由于黏聚力 c 的存在，在考虑松动区内应力不均匀分布条件下的松动土压力计算公式不能简单写成 Terzaghi 解的形式。

求得平均松动土压力之后，联立式（22）、（25）、（29）即可求得松动区内部任意位置 x 处的土压力为

$$\sigma_{vx}=\frac{\sin^2\psi+K_p^c\cos^2\psi}{\sin^2\theta+K_p^c\cos^2\theta}\frac{\overline{\sigma_v}+c\cot\varphi}{m}-c\cot\varphi \tag{33}$$

3　参数分析

以无黏性土为例对松动区内部土压力分布形式进行分析。图 6、7 分别为土体内摩擦角为 30°，地表超载 $q=0$ kPa 的情况下，松动区内竖向应力与水平应力沿水平方向的分布图。可见在松动区内部土压力的分布具有明显的非线性，采用不同形状的大主应力轨迹线假定进行计算所得结果会有所区别，但变化趋势一致：竖向应力沿水平方向呈中间小两头大的上凹式分布，水平应力则相反，呈中间大两头小的上凸式分布。对黏性土，以下各图表中的具体数值会稍有差别但变化趋势一致。

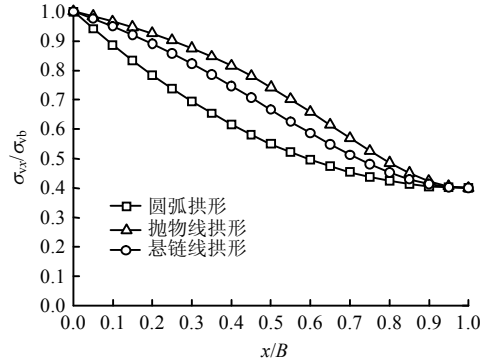


图 6　不同大主应力轨迹线假定下松动区内部竖向应力分布图

Fig.6　Vertical stress distribution in loosening zone of different major principal stress paths

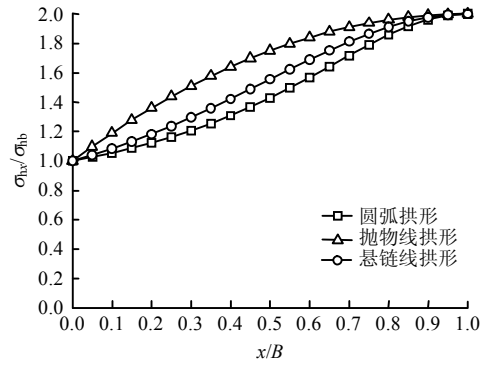
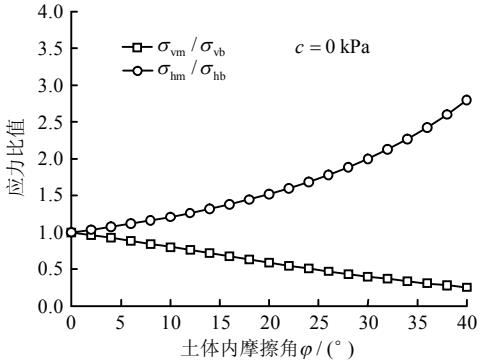


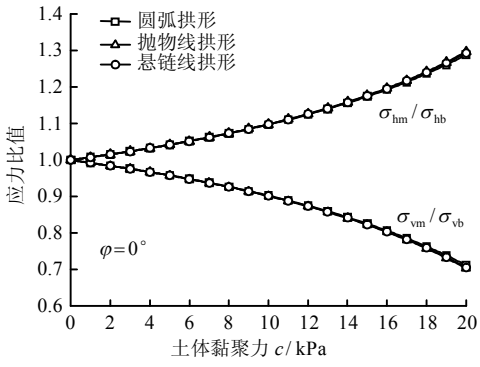
图 7　不同大主应力轨迹线假定下松动区内部水平应力分布图

Fig.7　Horizontal stress distribution in loosening zone of different major principal stress paths

图 8 为不同土体内摩擦角以及不同土体黏聚力情况下松动区中轴线上与滑裂面处的竖向应力比与水平应力比。对于砂性土而言，无论采用何种形状的大主应力轨迹线假定进行计算，其松动区中轴线与滑裂面处的竖向及水平向应力比值均相等，并且随着土体内摩擦角的增大，竖向应力比值逐渐减小，而水平向应力比值逐渐增大，说明松动区内竖向应力与水平向应力沿水平方向的分布都越来越不均匀。对于黏性土而言，采用不同形状的大主应力轨迹线假定进行计算，其松动区中轴线与滑裂面处的竖向及水平向应力比值会略有差异，但影响较小，并且随着土体黏聚力的增大，竖向应力比值逐渐减小，水平向应力比值逐渐增大，说明松动区内竖向应力与水平应力沿水平方向的分布都趋于不均匀。从砂性土以及黏性土的计算结果可以看出，土拱效应随着土体内摩擦角以及土体黏聚力的增大而越来越显著。



(a) 砂性土



(b) 黏性土

图 8　松动区中轴线与滑裂面处应力比值的对比

Fig.8　Comparison of stress ratio between the central axis and slipping interface of loosening zone

为将修正解与 Terzaghi 解进行对比，将式（32）与 Terzaghi 松动土压力公式写成以下形式：

修正解为

$$\overline{\sigma_{\mathrm{v}}}=\frac{\gamma Bm}{K_{\mathrm{b}}^{\mathrm{c}}\tan\varphi}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{zK_{\mathrm{b}}^{\mathrm{c}}\tan\varphi}{mB}}\right)+q\mathrm{e}^{-\frac{zK_{\mathrm{b}}^{\mathrm{c}}\tan\varphi}{mB}}-\frac{c}{\tan\varphi}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{zK_{\mathrm{b}}^{\mathrm{c}}\tan\varphi}{mB}}\right) \tag{34}$$

Terzaghi 解为

$$\sigma_{\mathrm{v}}=\frac{\gamma B}{K\tan\varphi}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{zK\tan\varphi}{B}}\right)+q\mathrm{e}^{-\frac{zK\tan\varphi}{B}}-\frac{c}{K\tan\varphi}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{zK\tan\varphi}{B}}\right) \tag{35}$$

可见修正解与 Terzaghi 解均可以拆分成 3 项。在无黏性土情况下，由于 $c=0$，两者均只剩下前两项。此时，采用不同大主应力轨迹线计算所得松动土压力修正解中的等效 Terzaghi 侧向土压力系数 $K=K_{\mathrm{b}}/m$，如图 9 所示。在土体内摩擦角不太大的情况下，修正解中的侧向土压力系数 K 与 Terzaghi 建议值 1.0 相差不大，因此，平均松动土压力计算结果将相差不大。而在黏性土情况下，修正解与 Terzaghi 解均增加了与土体黏聚力 c 有关的一项，当 Terzaghi 解中的侧向土压力系数取建议值 1.0 时，两者此项的计算结果基本一致，故亦可得到与无黏性土情况下相类似的结论。

而由于土体内摩擦角一般不大于 40°，故 Terzaghi 在不考虑松动区内部应力分布情况的条件下取侧向土压力系数为 1.0 进行计算，具有一定的合理性。

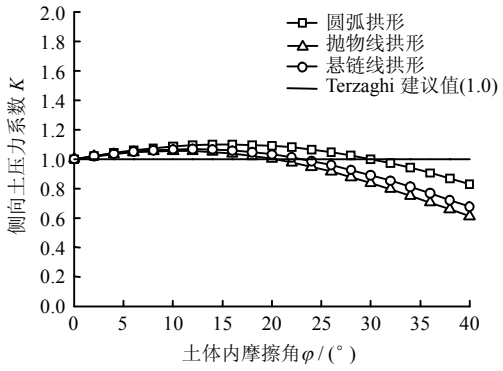


图 9 侧向土压力系数与土体内摩擦角的关系曲线

Fig.9 Relationship between lateral earth pressure coefficient and internal friction angle of soil

4 修正解与数值模拟结果比较

为验证本文松动土压力修正解的正确性，采用二维颗粒流程序 PFC2D 对 trapdoor 试验进行数值模拟。数值模型共定义了 6 道墙体，trapdoor 上方颗粒中每一层设置 5 个半径为 60 mm 的测量圈以监测 trapdoor 移动过程中松动区内应力的变化情况，墙体尺寸及测量圈布置如图 10 所示。颗粒参数的选择如表 2[22]所示，根据双轴数值试验结果得此时颗粒间内摩擦角为 17.2°。

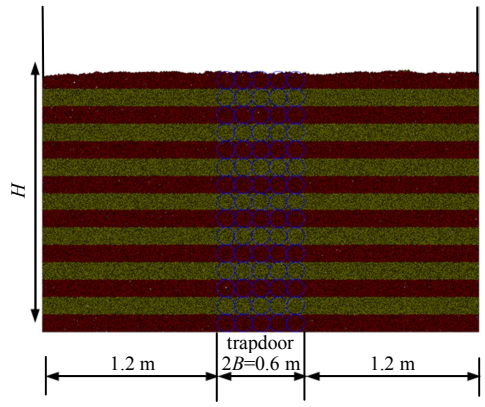


图 10 离散元数值分析模型

Fig.10 Analytical model of DEM

数值模拟当中颗粒的制备采用文献[23]的方法，在 10g 的重力作用下达到平衡后，控制 trapdoor 以 10^{-6} m/s 的速度匀速下落，每下落 2 mm 停止移动并循环 5 万次以消除颗粒间的不平衡力并记录测量圈内的应力大小。

表 2 离散元分析参数

Table 2 Material parameters used in DEM analysis

d / mm	ρ / (kg/m^3)	k_{n} / (N/m)	k_{s} / (N/m)	μ	n	k'_{n} / (N/m)	k'_{s} / (N/m)	μ'
6～9	2 600	1.5×10^8	1.0×10^8	0.5	0.196	1.5×10^8	1.0×10^8	0

注：d 为颗粒直径；ρ 为颗粒密度；k_{n} 为颗粒法向刚度；k_{s} 为颗粒切向刚度；μ 为颗粒间摩擦系数；n 为孔隙率；k'_{n} 为墙体法向刚度；k'_{s} 为墙体切向刚度；μ' 为颗粒与墙体间摩擦系数。

不同埋深比 $H/(2B)$情况下，作用在 trapdoor 上的土压力达到稳定状态时，松动区中轴线上侧向土压力系数的模拟结果如图 11 所示。可见，当松动区土体达到极限平衡状态时，由于两侧土体的挤压作用，将出现水平向土压力大于竖直向土压力的情况，松动区中轴线上大部分区域的侧向土压力系数将在被动土压力系数 K_{p} 附近波动，这也与 2.1 节的假设④相一致。而在靠近 trapdoor 的位置，由于模型底部边界效应的影响，松动区中轴线处的侧向土压力系数更为接近静止土压力系数 K_0，甚至是主动土压力系数 K_{a}。

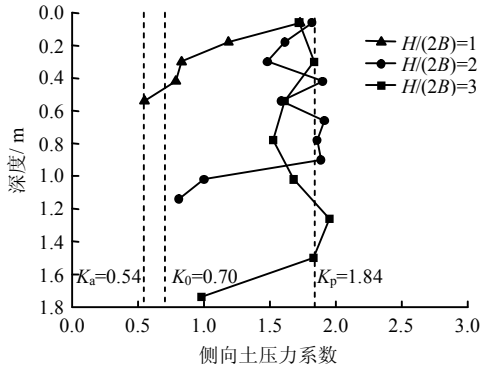
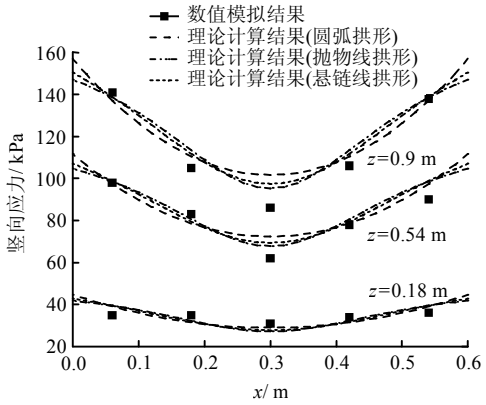


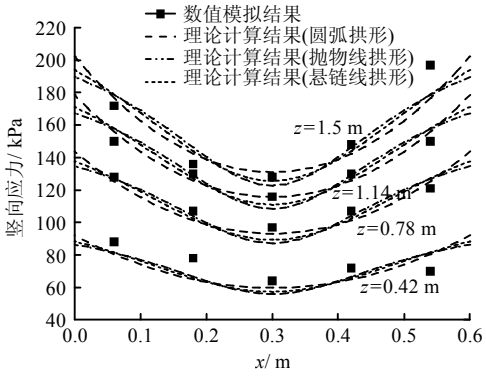
图 11　侧向土压力系数分布图

Fig.11　Distribution of lateral earth pressure coefficient

离散元数值模拟过程中，作用在 trapdoor 上的土压力达到稳定状态时，松动区内不同深度 z 处的竖向土压力分布如图 12 所示。可见，采用不同大主应力轨迹线假定进行计算所得结果之间的差异在 10%以内，且均与数值模拟结果吻合良好，从而验证了本文理论推导的合理性。



(a) $H/(2B)$=2



(b) $H/(2B)$=3

图 12　解析解与离散元数值模拟结果对比

Fig.12　Comparison between calculation results of analytical solution and DEM

5　结　论

本文在 Terzaghi 松动土压力公式的基础上，通过考虑松动区内土体应力的分布形式对其进行了修正，对修正解进行了相关参数的分析并与离散元数值模拟结果进行比较，得到了以下结论：

（1）松动区内竖向应力呈左右对称的上凹式分布，水平向应力呈左右对称的上凸式分布。二者的分布形式均与土体内摩擦角、土体黏聚力以及大主应力轨迹线形状有关。土体内摩擦角及黏聚力越大，土拱效应的影响越大，内应力分布越不均匀。

（2）对于无黏性土，考虑内应力不均匀分布情况下的修正解在形式上与 Terzaghi 松动土压力公式完全相同，区别仅在于等效侧向土压力系数 K 的取值。而对于黏性土，修正解则不能简单地写成 Terzaghi 解的形式。对于作用在 trapdoor 上的平均松动土压力，当土体内摩擦角小于 40° 时，修正解与 Terzaghi 解的计算结果基本一致。

（3）与离散元数值模拟结果进行对比可以发现，采用不同的大主应力轨迹线假定进行计算所得结果之间的差异在 10%以内，且均与数值模拟结果吻合较好。为计算方便起见，本文推荐相关工程当中采用圆弧拱形进行计算。

（4）对埋深比 $H/(2B)$较大的情况，由于松动区无法开展至土体表面，本文的分析模型将不再适用，还需开展进一步的理论研究。

参 考 文 献

[1] TERZAGHI K. Theoretical soil mechanics[M]. New York: John Wiley and Sons, 1943: 37－42.

[2] 加瑞. 盾构隧道垂直土压力松动效应的研究[D]. 南京: 河海大学, 2007.
JIA Rui. Study on relaxation effect of vertical soil pressure for shield tunnel[D]. Nanjing: Hohai University, 2007.

[3] DEWOOLKAR M M, SANTICHAIANANT K, KO H Y. Centrifuge modeling of granular soil response over active circular trapdoors[J]. **Soils and Foundations**, 2007, 47(5): 931－945.

[4] COSTA Y D, ZOMBERG J G, BUENO B S, et al. Failure mechanisms in sand over a deep active trapdoor[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenviromental Engineering**, 2009, 135(11): 1741－1753.

[5] CHEVALIER B, COMBE G, VILLARD P. Experimental and discrete element modeling studies of the trapdoor

problem: Influence of the macro-mechanical frictional parameters[J]. **Acta Geotechnica**, 2012, 7(1): 15－39.

[6] RUI R, VAN TOL A F, XIA X Y, et al. Investigation of soil-arching development in dense sand by 2D model tests[J]. **Geotechnical Testing Journal**, 2016, 39(3): 415－430.

[7] RUI R, VAN TOL A F, XIA X Y, et al. Evolution of soil arching: 2D DEM simulations[J]. **Computers and Geotechnics**, 2016, 73: 199－209.

[8] 陈若曦, 朱斌, 陈云敏, 等. 基于主应力轴旋转理论的修正 Terzaghi 松动土压力[J]. 岩土力学, 2010, 31(5): 1402－1406.
CHEN Ruo-xi, ZHU Bin, CHEN Yun-min, et al. Modified Terzaghi loozening earth pressure based on theory of main stress axes rotation[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(5): 1402－1406.

[9] 蔺港, 孔令刚, 詹良通, 等. 基于太沙基土拱效应考虑基质吸力影响的松动土压力计算模型[J]. 岩土力学, 2015, 36(7): 2095－2104.
LIN Gang, KONG Ling-gang, ZHAN Liang-tong, et al. An analytical model for loosening earth pressure considering matric suction based on Terzaghi soil arch effect[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(7): 2095－2104.

[10] IGLESIA G R, EINSTEIN H H, WHITMAN R V. Investigation of soil arching with centrifuge tests[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenviromental Engineering**, 2014, 140(2): 248－256.

[11] IGLESIA G R, EINSTEIN H H, WHITMAN R V. Validation of centrifuge model scaling for soil systems via trapdoor tests[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenviromental Engineering**, 2011, 137(11): 1075－1089.

[12] 汪丁建, 唐辉明, 李长冬, 等. 考虑主应力偏转的土体浅埋隧道支护压力研究[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(5): 804－810.
WANG Ding-jian, TANG Hui-ming, LI Chang-dong, et al. Theoretical study on earth pressure on shallow tunnel considering principal stress rotation[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2016, 38(5): 804－810.

[13] PAIK K H, SALGADO H. Estimation of active earth pressure against rigid retaining walls considering arching effects[J]. **Géotechnique**, 2003, 53(7): 643－654.

[14] 吴明, 彭建兵, 徐平, 等. 考虑土拱效应的挡墙后土压力研究[J]. 工程力学, 2011, 28(11): 89－95.
WU Ming, PENG Jian-bing, XU Ping, et al. Study on earth pressure against rigid retaining walls considering soil arching effects[J]. **Engineering Mechanics**, 2011, 28(11): 89－95.

[15] 应宏伟, 蒋波, 谢康和. 考虑土拱效应的挡土墙主动土压力分布[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(5): 717－722.
YING Hong-wei, JIANG Bo, XIE Kang-he. Distribution of earth pressure against retaining walls considering arching effects[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 29(5): 717－722.

[16] HANDY R L. The arch in soil arching[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1985, 111(3): 302－318.

[17] KINGSLEY H W. Arch in soil arching[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1989, 115(3): 415－419.

[18] 蒋波, 应宏伟, 谢康和. 挡土墙后土体拱效应分析[J]. 浙江大学学报(工学版), 2005, 39(1): 131－136.
JIANG Bo, YING Hong-wei, XIE Kang-he. Analysis on soil arching behind retaining wall[J]. **Journal of Zhejiang University(Engineering Science)**, 2005, 39(1): 131－136.

[19] 彭述权, 周健, 樊玲, 等. 考虑土拱效应刚性挡墙土压力研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(10): 2701－2707.
PENG Shu-quan, ZHOU Jian, FAN Ling, et al. Research on earth pressure of rigid retaining wall considering soil arching[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(10): 2701－2707.

[20] 王立国, 王志凯. 考虑土拱效应的挡土墙被动土压力分析[J]. 水利与建筑工程学报, 2010, 8(4): 146－149.
WANG Li-guo, WANG Zhi-kai. Analysis on passive earth pressure for retaining walls considering soil arching[J]. **Journal of Water Resources and Architectural Engineering**, 2010, 8(4): 146－149.

[21] ZHU Bin, GAO Deng, LI Jun-chao, et al. Model tests on interaction between soil and geosynthetics subjected to localized subsidence in landfills[J]. **Journal of Zhejiang University-Science A(Applied Physics & Engineering)**, 2012, 13(6): 433－444.

[22] JIANG M J, YIN Z Y. Analysis of stress redistribution in soil and earth pressure on tunnel lining using the discrete element method[J]. **Tunnelling and Underground Space Technology**, 2012, 32(6): 251－259.

[23] JIANG M J, KONRAD J M, LEROUEIL S. An efficient technique for generating homogeneous specimens for DEM studies[J]. **Computers and Geotechnics**, 2003, 30(7): 579－597.