

DOI: 10.16285/j.rsm.2016.1836

# 岩体夹层应力波能量演化及应力响应特征分析

刘传正<sup>1,2</sup>, 张建经<sup>3</sup>, 崔 鹏<sup>1</sup>

(1. 中国科学院成都山地灾害与环境研究所 山地灾害与地表过程重点实验室, 四川 成都 610041;  
2. 中国科学院大学, 北京 10049; 3. 西南交通大学 土木工程学院 岩土工程系, 四川 成都 610031)

**摘 要:** 夹层是常见的地质结构, 在地震或爆破荷载作用下, 夹层对应力波的传播以及对岩体的响应具有重要的影响。以往对应力波在夹层介质中传播的研究多集中于夹层对应力波的隔振或透射性能, 而对应力波在夹层中的多次折、反射过程中能量的演化规律缺乏讨论, 对夹层介质的应力响应与破坏没有开展较好地分析。通过理论方法对应力波在夹层内部传播过程中的能量系数的变化规律进行了研究, 分析了岩体介质波阻抗和应力波入射角对夹层内外介质中累积波动能量系数的影响规律, 以及平面型边坡中软弱夹层的应力响应特征和动态稳定性。研究发现, 应力波在夹层内部往复反射过程中, 夹层内剩余应力波能量随折、反射发生次数呈指数曲线下落, 第 4 次折、反射后产生的应力波能量可以忽略; 夹层内外介质中应力波的累积能量系数的差异随着夹层内外介质波阻抗的相对差异的增大而增大。在平面谐波入射下, 边坡内部的夹层中的剪应力和抗剪强度呈波动变化; 相对 P 波, SV 波入射会产生较高水平的剪应力, 对边坡稳定性影响最大。且 SV 波入射时, 边坡的安全系数对夹层的倾角变化更为敏感, 随倾角增大而迅速降低。

**关 键 词:** 夹层; 能量系数; 应力响应

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2018)06-2267-11

## Energy evolution and stress response during stress wave proration in the intercalation

LIU Chuan-zheng<sup>1,2</sup>, ZHANG Jian-jing<sup>3</sup>, CUI Peng<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory of Mountain Hazards and Earth Surface Processes, Institute of Mountain Hazards and Environment, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610041, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 3. Department of Geotechnical Engineering, School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China)

**Abstract:** The intercalation is a common geological structure, and it significantly influences the stress wave propagation and its response to rock mass under the seismic or blasting loads. In the past studies, the researches focus on vibration isolation performance and transmissivity of stress wave propagation at intercalation. However, the energy evolution of stress wave in the process of multiple refraction and reflection in intercalation are seldom investigated, and the stress response and failure of intercalation have not been well analysed. Therefore, the variation laws of energy coefficients in the propagation process of stress waves were studied by theoretical analysis. The influence of the wave impedance of rock mass and the angle of incidence of stress wave to the accumulated energy coefficients of stress wave in the intercalation are analysed, as well as the intercalation stress response and the dynamic safety coefficients of a plane failure slope. As a result, the residual energy coefficients of stress wave decreased exponentially with the times of refraction and reflection during the stress wave propagation in the intercalation. It was found that the residual energy of stress waves could be neglected after the fourth refraction and reflection. The differences in accumulated energy coefficients of stress waves in the different media increased with the relative differences of wave impedance between the intercalation and surrounding rock. Under the incident of the plane harmonic wave, the shear stress and shear strength in the intercalation exhibited a fluctuation of the same frequency as the incident wave. Compared to P-wave incident, SV-wave incident generated greater shear stress in the intercalation, and caused the greatest impact on the slope stability. When the SV-wave was incident, the safety factor of the slope was more sensitive to the dip angle of intercalation than that when P-wave incident, and the safety factor decreased more rapidly with the increase of the dip angle.

**Keywords:** intercalation; energy coefficients; stress response

收稿日期: 2016-11-04

基金项目: 国家自然科学基金国际合作重点项目 (No.41520104002); 中国科学院前沿科学重点研究项目 (No.QYZDY-SSW-DQC006); 中国科学院国际合作局对外合作重点项目 (No.131551KYSB20160002)。

This work was supported by the Major International Joint Research Project of NSFC (41520104002), the Key Research Program of Frontier Sciences, CAS(QYZDY-SSW-DQC006) and the International Partnership Program of the Chinese Academy of Sciences (131551KYSB20160002).

第一作者简介: 刘传正, 男, 1987 年生, 博士研究生, 主要从事滑坡发生机制与防治等方面的研究。E-mail: lcuazheng@yeah.net

通讯作者: 崔鹏, 男, 1957 年生, 博士, 研究员, 主要从事以泥石流为主的地质灾害和水土保持等方面的研究。E-mail: pengcui@imde.ac.cn

## 1 引 言

工程地质中夹层往往指夹杂在岩体中具有有一定厚度的层状岩体, 往往具体可能是断裂破碎带、泥化夹层等, 其力学性质与周边围岩力学性质具有明显的差异。因为夹层往往对局部工程场地稳定性产生显著响应, 所以常作为一类地质结构进行研究和处理。根据夹层厚度, 将薄夹层简化为无厚度二维结构面进行处理, 应力波非连续面的传播问题得到了较好地解决<sup>[1-3]</sup>。当夹层厚度相对应力波波长不可忽略时, 则需要考虑夹层厚度的影响; 夹层对地震边坡稳定性影响的关键因素体现在两个方面: ①夹层对岩体应力波传播影响, 表现为夹层对边坡动力响应的影响; ②边坡中的夹层, 特别是软弱夹层往往是边坡失稳的关键部位, 边坡失稳的滑移面往往沿着软弱夹层延伸形成。因此, 研究岩体中夹层对应力波传播的影响规律以及夹层在应力波作用下的应力响应和失稳破坏规律具有重要意义。

夹层应力波传播研究仍处于发展阶段, 目前已取得了一定的研究进展。Haskell<sup>[4]</sup>通过传递矩阵法研究了应力波穿过多层层状介质的折、反射特征。Kausel 等<sup>[5]</sup>则在此基础上建立了求解应力波多层介质传播的刚度矩阵法。徐红玉等<sup>[6]</sup>求得平面谐波 SH 波在弹性夹层传播的解析解, 并讨论了反射系数、透射系数与夹层厚度和入射角之间的关系。范留明等<sup>[7]</sup>以平面 P 波为例建立了弹性夹层对平面波的透射模型, 并分析了应力波在夹层传播时的反射能量系数和透射能量系数等, 初步讨论了应力波相互干涉产生的波形畸变现象。王卫华等<sup>[8]</sup>利用离散元 3DEC 对应力波夹层传播进行模拟分析发现, 夹层会产生一定的应力波衰减与相位超前等现象。罗松南等<sup>[9]</sup>利用勒让德多项式假设分析了弹性波在非均匀损伤介质中的传播规律, 给出了弹性波在二次曲线变化的非均匀损伤介质中传播的解析解, 其研究对无损检测技术等具有重要的意义。胡世丽等<sup>[10]</sup>利用 CDEM 程序模拟了应力波垂直入射一组平行节理传播行为, 并分析了正规化刚度系数、波频、结构面间距对透射系数的影响。黄润秋等<sup>[11]</sup>通过数值方法研究发现, 当软弱夹层的波速小于围岩波速的 30% 时, 会对地震动产生明显的放大作用, 其受介质波速与夹层厚度之间的关系所制约。田振农等<sup>[12]</sup>针对爆炸波在含软弱夹层岩体内的传播衰减问题, 利用数值模型发现由于软弱夹层的存在使得应力波

产生了较大的衰减, 且与爆源的距离相关。王观石等<sup>[13]</sup>假设软弱夹层损伤度沿夹层厚度按照二次曲线变化, 提出了一种基于波形变化规律的应力波测量夹层弹性模量方法, 并通过波速法进行了校核。胡世丽等<sup>[14]</sup>通过研究 Ricker 子波通过采用二次损伤模型的软弱夹层时的波形变化规律, 对波形变化系数, 夹层的损伤度、透射系数等进行了分析。从以上综述可见, 应力波在夹层介质中的研究多集中于夹层的折、反射规律的研究, 较少研究和分析应力波在夹层介质中传播时, 夹层内部的应力状态的响应以及夹层破坏规律。

综上所述, 为了分析应力波在夹层介质传播过程中波动能量分布与演化规律, 本文基于波动理论建立夹层应力波传播模型, 对应力波能量在空间中的分布与变化规律进行了分析, 并对平面破坏型边坡中夹层的应力响应规律与动力安全系数进行了讨论, 对边坡的动力失稳破坏机制有了更深入的认识。

## 2 夹层应力波传播理论分析

### 2.1 夹层的应力传播模型

由前面对夹层的讨论, 设局部工程场地中存在的夹层 I 将岩土体划分为两个半无限介质 A 与 B。夹层 I 力学性质与围岩有明显的差异, 因此, 这里设夹层两侧的介质力学性质相近。介质 A、B 的密度  $\rho_A = \rho_B$ , 纵波波速  $C_{Ad} = C_{Bd}$ , 横波波速  $C_{As} = C_{Bs}$ ; 而夹层的密度与纵波、横波波速为  $\rho_l$ 、 $C_{ld}$ 、 $C_{ls}$ 。岩体中夹层应力波传播模型可以按照应力波的来源分为两种: 一种是来源于夹层两侧外部介质中的应力波, 向夹层入射, 传播路径如图 1(a) 所示; 另一种是应力波从夹层内部向外部介质入射, 传播路径如图 1(b) 所示。当应力波入射至厚度为  $h$  的夹层时, 介于模型夹层的上、下界面相互平行, 因此, 夹层内部同型波在保持恒定入射角下发生多次折、反射。当 P 波或 SV 波入射时, 其每次在界面发生的折、反射将入射 P 波和 SV 波分解为两个反射波和两个透射波, 因此, 介质中应力波的数量随着折、反射的次数呈指数形式增加。SH 波在夹层内部传播时, 其每次在夹层界面发生折、反射时分解为一个同型反射波和一个同型透射波。

### 2.2 夹层应力波传播过程分析

为了分析应力波在夹层介质中传播时能量的演化规律, 需分析应力波在夹层中传播的具体过程。如图 1 所示, 应力波在夹层上下界面发生折、反射时除了发生波型转换、应力波数量加倍之外,

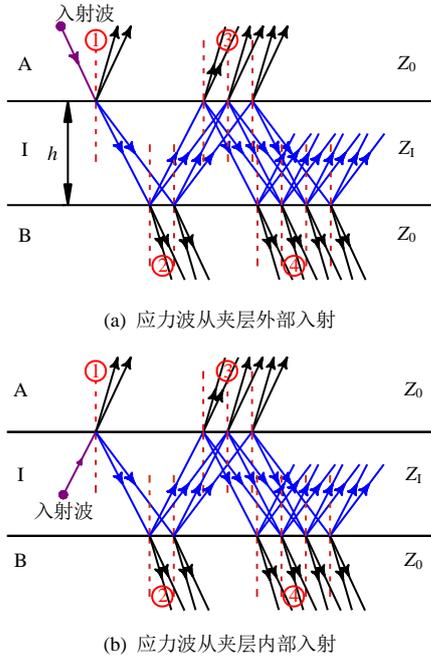


图 1 应力波在夹层内部传播模型

Fig.1 Stress wave propagation model in the intercalation

其幅值系数也因为波动能量的分解而减小。以 P 波为例，当 P 波从上层介质 A 入射时，其应力波的传播过程如图 1(a)所示。波源  $P_A^0$  波入射至夹层上表面时发生第 1 次折、反射，此时在夹层内产生透射波为  $P_{11}^1$  波与  $S_{11}^1$  波(SV 波)；此  $P_{11}^1$  波与  $S_{11}^1$  波在夹层下部界面处发生第 2 次折、反射，此时产生反射波分为两个 P 波  $P_{11}^2$  与  $P_{12}^2$  和两个 SV 波  $S_{11}^2$  与  $S_{12}^2$ ，且在夹层的上界面处发生第 3 次折、反射；由此类推，可知在夹层内，每发生一次折、反射，夹层内的应力波的数量增加 1 倍，同时向夹层外的介质 A 或介质 B 中透射出同样数量的应力波。这里将夹层内部每次折、反射产生的应力波进行编号如图 2 所示，其中， $n$  为折、反射次数， $i$  为第  $i$  个波。而当 SV 波从外部介质入射（用  $S_A^0$  表示），或 P 波和 SV 在夹层内部入射（用  $P_I^0$  和  $S_I^0$  表示）时，其夹层内部应力波的折、反射过程相同，只是在发生第 1 次折、反射时有所不同。

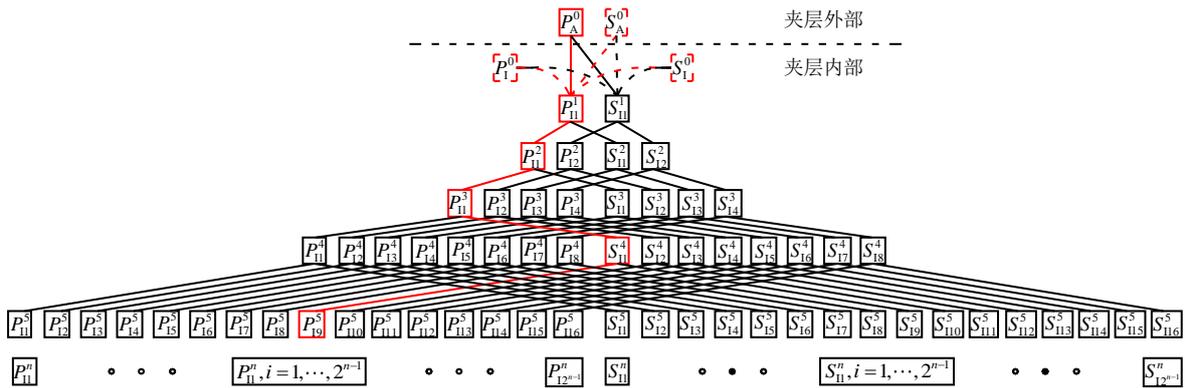


图 2 夹层内部应力波转换关系示意图与编号 (P 波或 SV 波入射)

Fig.2 Relationship between stress waves in the intercalation and their ID number (P-wave or SV-wave incident)

图 2 中 P 波作为波源从夹层外部入射时，在经历了第  $n$  次折、反射后，夹层内部产生了  $2^{n-1}$  个 P 波和  $2^{n-1}$  个 SV 波，对于其中的每个应力波都可以追踪其上一次入射波的波源。在经历第 5 次折、反射后，编号为  $P_{19}^5$  的 P 波是由第 4 次折、反射后产生的编号为  $S_{11}^4$  的 SV 波入射所产生的，并以此类推可以追溯到入射波源  $P_A^0$ （如图 2 中的红色线路标记）。同时利用此递推方法可以求得在经历任意次数后任一应力波的幅值为

$$A_{IP_i}^n = \begin{cases} A_{IP_i}^{n-1} R_{IA,P \rightarrow P} & i \leq 2^{n-2} \\ A_{ISV(i-2^{n-2})}^{n-1} R_{IA,SV \rightarrow P} & i > 2^{n-2} \end{cases}$$

$$A_{IP_i}^{n-1} = \begin{cases} A_{IP_i}^{n-2} R_{IA,P \rightarrow P} & i \leq 2^{n-3} \\ A_{ISV(i-2^{n-3})}^{n-2} R_{IA,SV \rightarrow P} & i > 2^{n-3}, \dots \end{cases}$$

$$A_{IP_i}^2 = \begin{cases} A_{IP_1}^1 R_{IA,P \rightarrow P} & i \leq 1 \\ A_{ISV_1}^1 R_{IA,SV \rightarrow P} & i > 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$A_{ISV_i}^n = \begin{cases} A_{IP_i}^{n-1} R_{IA,P \rightarrow SV} & i \leq 2^{n-2} \\ A_{ISV(i-2^{n-2})}^{n-1} R_{IA,SV \rightarrow SV} & i > 2^{n-2} \end{cases}$$

$$A_{ISV_i}^{n-1} = \begin{cases} A_{IP_i}^{n-2} R_{IA,P \rightarrow SV} & i \leq 2^{n-3} \\ A_{ISV(i-2^{n-3})}^{n-2} R_{IA,SV \rightarrow SV} & i > 2^{n-3}, \dots \end{cases}$$

$$A_{ISV_i}^2 = \begin{cases} A_{IP_1}^1 R_{IA,P \rightarrow SV} & i \leq 1 \\ A_{ISV_1}^1 R_{IA,SV \rightarrow SV} & i > 1 \end{cases} \quad (2)$$

式中： $A_{IP_i}^n$  为编号为  $P_i^n$  的 P 波的振幅值； $A_{ISV_i}^n$  为编号为  $S_i^n$  的 SV 波的振幅值； $R_{IA,P \rightarrow P}$  为 P 波从夹层 I 入射介质 A 时 P 波的反射系数； $R_{IA,P \rightarrow SV}$  为 P 波从

夹层 I 入射到介质 A 时, 反射 SV 波的反射系数;  $R_{IA,SV \rightarrow P}$  为 SV 波从夹层入射至介质 A 时, 反射 P 波的反射系数;  $R_{IA,SV \rightarrow SV}$  为 SV 波从夹层 I 入射至介质 A 时, 反射 SV 波的反射系数。对于不同的入射波, 第 1 次折、反射后产生的应力波的幅值如下:

(1) 当入射波源为夹层外 P 波时, 则  $A_{IP1}^1 = A_{AP}^0 T_{AI,P \rightarrow P}$ ,  $A_{ISV1}^1 = A_{AP}^0 T_{AI,P \rightarrow SV}$ 。其中,  $T_{AI,P \rightarrow P}$  为从介质 A 到夹层 I 的透射 P 波的透射系数;  $T_{AI,P \rightarrow SV}$  为从介质 A 到夹层 I 的透射 SV 波的透射系数。

(2) 当入射波源为夹层外 SV 波源时, 则  $A_{IP1}^1 = A_{ASV}^0 T_{AI,SV \rightarrow P}$ ,  $A_{ISV1}^1 = A_{ASV}^0 T_{AI,SV \rightarrow SV}$ 。

(3) 当入射波源为夹层内部 P 波时, 则  $A_{IP1}^1 = A_{IP}^0 R_{IA,P \rightarrow P}$ ,  $A_{ISV1}^1 = A_{IP}^0 R_{IA,P \rightarrow SV}$ 。

(4) 当入射波源为夹层内部 SV 波时, 则  $A_{IP1}^1 = A_{ISV}^0 R_{IA,SV \rightarrow P}$ ,  $A_{ISV1}^1 = A_{ISV}^0 R_{IA,SV \rightarrow SV}$ 。

如果是 SH 波入射至夹层或 SH 波在夹层内部入射时, 由于 SH 波对于任何入射角都仅反射或折射 SH 波 (不发生波型转换), 因此, SH 波在夹层中的传播相对 P 波或 SV 波简单很多, 其在夹层内部的 SH 波的数量不会随着折、反射次数的增加而加倍。因此, SH 波在夹层内发生第  $i$  次折、反射后的 SH 波幅值为

$$A_{ISH}^n = A_{ISH}^{n-1} R_{IA,SH \rightarrow SH} = A_{ISH}^1 (R_{IA,SH \rightarrow SH})^{n-1} \quad (3)$$

式中: 当 SH 波源从夹层外部入射时,  $A_{ISH}^1 = A_{ASH}^0 T_{AI,SH \rightarrow SH}$ ; 当 SH 波源从夹层内部入射时,  $A_{ISH}^1 = A_{ISH}^0 R_{IA,SH \rightarrow SH}$ 。

### 3 能量系数演化规律分析

#### 3.1 能量系数随时间的变化规律

为了分析夹层对应力波能量分布的影响, 基于波强 (即平均能流密度  $I = \rho C \omega A^2 / 2$ , 其中,  $\rho$  为介质密度,  $C$  为波速,  $\omega$  为角速度,  $A$  为振幅) 定义应力波的能量系数。对于介质中所研究的平面谐波, 其能量系数为所研究的应力波波强的总和与原入射波波强的比值, 表达式为

$$E_n = \frac{Z_k \sum_{i=1}^n A_{ki}^2 \cos \alpha_{ki}}{Z_0 A_0^2 \cos \alpha_0} \quad (4)$$

式中:  $Z_0$ 、 $A_0$  和  $\alpha_0$  分别为入射波介质的波阻抗、幅值和入射角;  $Z_k$ 、 $A_{ki}$  和  $\alpha_{ki}$  分别为某一介质中某一应力波的波阻抗、幅值和反射角或折射角 (可能为入射介质 A、夹层介质 I 或透射介质 B);  $E_n$  为能量系数, 是这里作为研究对象所选取的应力波的

能量系数, 可以是不同时刻产生的一个或多个应力波。

应力波幅值与折、反射角可以通过 Zoeppritz 方程和 Snell 定律求出。由于夹层介质与围岩介质解均假设为线弹性介质, 无阻尼作用, 且能量系数基于平均能流密度来定义, 因此, 对于应力波的能量系数而言, 夹层厚度除了对应力波的传播时间产生影响, 对能量系数并不会产生影响。

理论上来说, 应力波在夹层内部会进行往复无数次反射, 但由于大多数情况下 (发生全反射情形除外), 由于应力波能量都从夹层内部向外部介质中散射, 夹层内部应力波的幅值会随着折、反射次数的增加而逐渐减小, 因此, 每次折反射产生的反射波与透射波的能量也是随着时间而逐渐减小的。例如当 P 波或 SV 波入射时, 第  $n$  次折、反射后, 在夹层内部所产生的 P 波、SV 波的能量系数可以表示为

$$\left. \begin{aligned} E_{IP} &= \frac{Z_1 \cos \alpha_{IP} \sum_{k=1}^{2^{n-1}} (A_{IPk}^n)^2}{Z_0 A_0^2 \cos \alpha_0} \\ E_{ISV} &= \frac{Z_1 \cos \alpha_{ISV} \sum_{k=1}^{2^{n-1}} (A_{ISV k}^n)^2}{Z_0 A_0^2 \cos \alpha_0} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中:  $\alpha_{IP}$  为夹层内部 P 波的反射角;  $\alpha_{ISV}$  为夹层内部 SV 波的反射角。

如果折、反射次数  $n$  为奇数, 则此时会有 P 波、SV 波透射至上部介质 A 中, 则第  $n$  次折射到介质 A 中的 P 波与 SV 的能量系数可以表示为

$$\left. \begin{aligned} E_{AP} &= \frac{Z_A \cos \alpha_{AP} \sum_{k=1}^{2^{n-1}} (A_{APk}^n)^2}{Z_0 A_0^2 \cos \alpha_0} \\ E_{ASV} &= \frac{Z_A \cos \alpha_{ASV} \sum_{k=1}^{2^{n-1}} (A_{ASV k}^n)^2}{Z_0 A_0^2 \cos \alpha_0} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中:  $\alpha_{AP}$  为介质 A 中 P 波的折射角;  $\alpha_{ASV}$  为介质 A 中 SV 波的折射角。

如果折、反射次数  $n$  为偶数, 则此时会有 P 波、SV 波透射至下部介质 B 中, 则第  $n$  次折射到介质 B 中的 P 波、SV 波的能量系数为

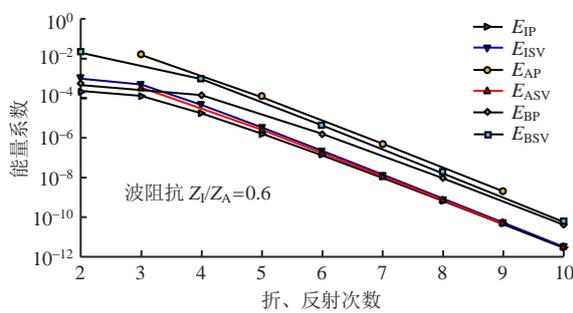
$$\left. \begin{aligned} E_{BP} &= \frac{Z_B \cos \alpha_{BP} \sum_{k=1}^{2^{n-1}} (A_{BPk}^n)^2}{Z_0 A_0^2 \cos \alpha_0} \\ E_{BSV} &= \frac{Z_B \cos \alpha_{BSV} \sum_{k=1}^{2^{n-1}} (A_{BSV k}^n)^2}{Z_0 A_0^2 \cos \alpha_0} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中： $\alpha_{BP}$  为介质 A 中 P 波的折射角； $\alpha_{BSV}$  为介质 A 中 SV 波的折射角。类似的，可得入射波为 SH 波时的能量系数。

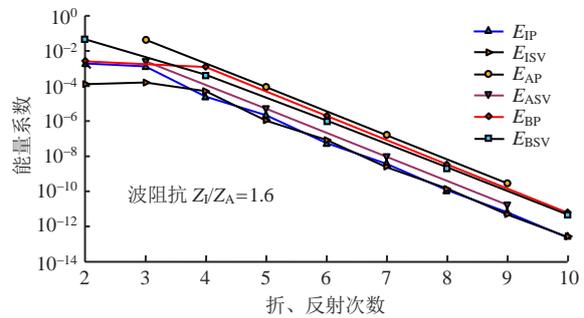
当 P 波、SV 波或 SH 波从上层介质 A 中以  $20^\circ$  入射至夹层 I 时，夹层内、外介质中每次折、反射产生的应力波的能量系数随着时间的变化趋势如图 3 所示。当入射波为 P 波或 SV 波时，随着应力波在夹层内部折、反射传播，每次所产生各型应力波的数量虽然呈指数形式增加（如图 2 所示），但其能量系数随次数呈负指数形式减小。当应力波（P 波、SV 波或 SH 波）从夹层 I 内部向外部介质 A 以

$20^\circ$  入射时（此时无全反射），夹层内外每次折、反射产生的所有 P 波、SV 波或 SH 波的能量系数（见图 4）随折、反射次数增加同样呈现指数曲线形式衰减。综合图 3、4 可以看出，当夹层内发生第 4 次折、反射后，介质中各型应力波的能量系数小到可以忽略不计。因此，在研究夹层中应力波传播规律时，对介质中波场强度能够产生显著影响的应力波考虑至第 3 次折、反射后则足够精确。

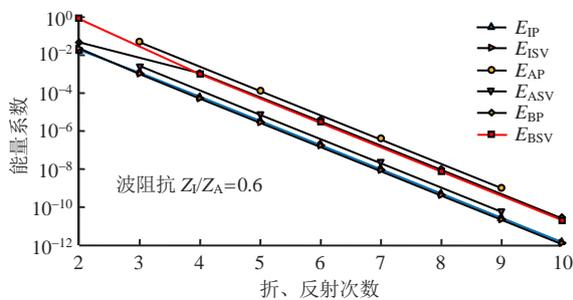
上述研究是在入射角较小，且应力波在夹层中折反射时无全反射现象发生的情形下的分析与结论。由 Snell 定律可知，应力波在介质分界面上传



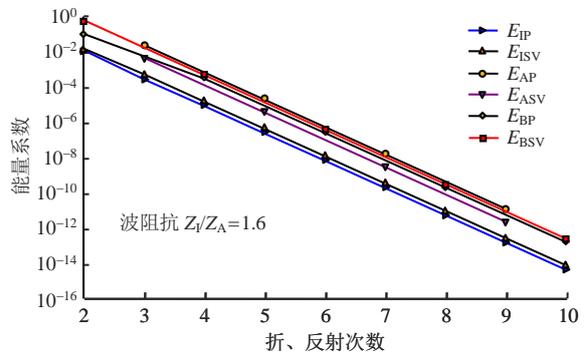
(a) P 波从介质 A 入射至夹层 I，夹层为波疏介质



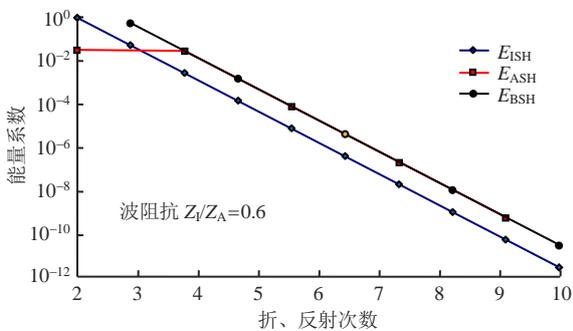
(b) P 波从介质 A 入射至夹层 I，夹层为波密介质



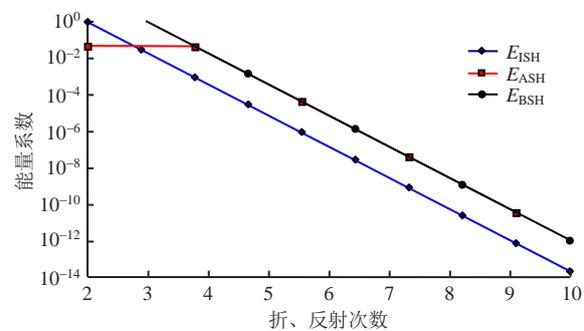
(c) SV 波从介质 A 入射至夹层 I，夹层为波疏介质



(d) SV 波从介质 A 入射至夹层 I，夹层为波密介质



(e) SH 波从介质 A 入射至夹层 I，夹层为波疏介质



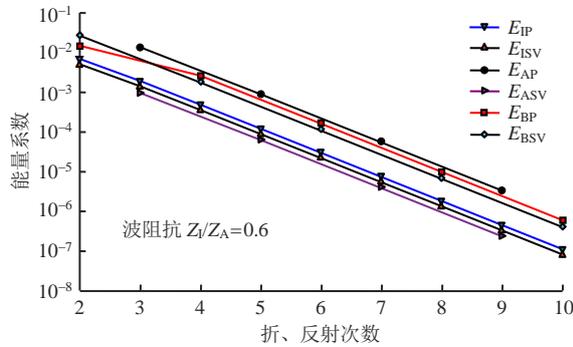
(f) SH 波从介质 A 入射至夹层 I，夹层为波密介质

图 3 夹层外部入射时剩余能量系数随折反射次数的变化规律

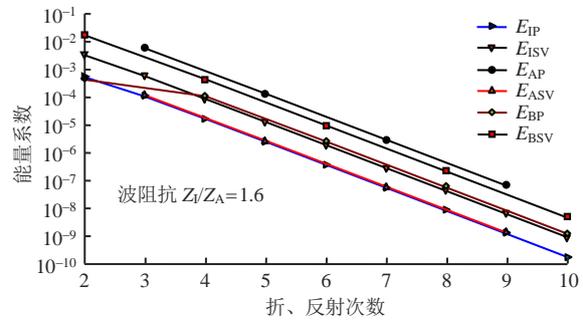
Fig.3 Residual energy coefficients change with time when stress wave incident from medium A to intercalation I

播时会存在多种形式的临界角，在入射角接近临界角时，介质中一些应力波幅值发生剧烈变化。值得注意的是，当夹层介质与围岩介质的波阻抗相差较大或入射角大于临界角时，会发生全反射现象，导

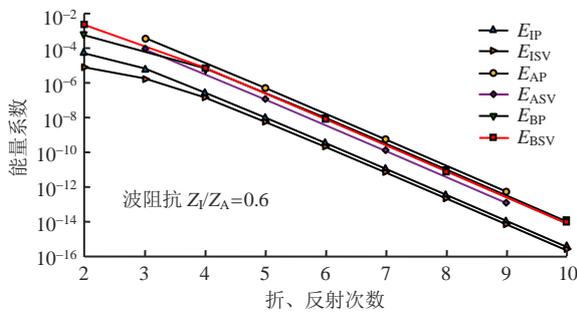
致部分波型无法透射或产生，而且在不同条件下会产生多种变化与现象。因此，夹层介质中的应力波传播是一个非常复杂的过程。本文是在小入射角小下，对相关特性进行分析。



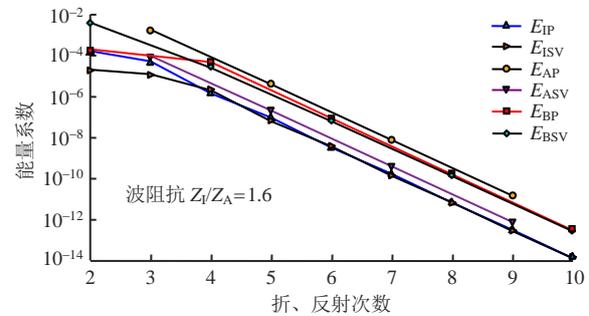
(a) P波从夹层 I 入射至介质 A, 夹层为波疏介质



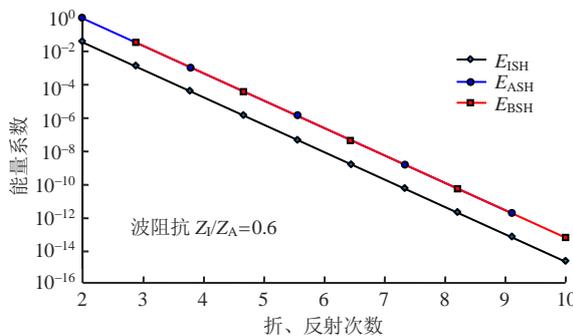
(b) P波从夹层 I 入射至介质 A, 夹层为波密介质



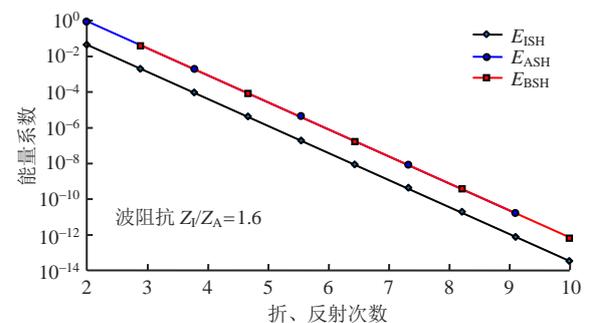
(c) SV波从夹层 I 入射至介质 A, 夹层为波疏介质



(d) SV波从夹层 I 入射至介质 A, 夹层为波密介质



(e) SH波从夹层 I 入射至介质 A, 夹层为波疏介质



(f) SH波从夹层 I 入射至介质 A, 夹层为波密介质时

图 4 夹层内部入射时剩余能量系数随折、反射次数的变化规律

Fig.4 Residual energy coefficients versus time when stress wave incident from intercalation I to medium A

### 3.2 应力波持续入射下的能量系数分析

在实际工程中，入射应力波通常会持续作用一段时间，在此时间段内，应力波在夹层中多次折、反射，使得夹层内、外介质中的波场由多个不同时刻产生的应力波叠加而成，因此，介质中所有应力波的能量总和会逐渐趋于稳定值，这里称这个能量

系数为应力波的累积能量系数。从 3.1 节分析中可知，应力波在夹层的上、下界面处发生 4 次折、反射后剩余能量系数可以忽略不计，因此，夹层内、外介质中应力波的波场可由前 3 次折、反射产生的所有存在的应力波叠加而成。例如当 P 波从介质 A 向夹层 I 入射时，夹层 I 内部 P 波与 SV 波的累积能

量系数可以表示为

$$\left. \begin{aligned} E_{IP} &= \frac{Z_1 \cos \alpha_{IP} \sum_{n=1}^3 \left( \sum_{k=1}^{2^{n-1}} (A_{IPk}^n)^2 \right)}{Z_0 A_0^2 \cos \alpha_0} \\ E_{ISV} &= \frac{Z_1 \cos \alpha_{ISV} \sum_{n=1}^3 \left( \sum_{k=1}^{2^{n-1}} (A_{ISVn}^n)^2 \right)}{Z_0 A_0^2 \cos \alpha_0} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

类似的，介质 A 中除了有原始的入射波  $P_A^0$ ，还有第 1 次和第 3 次折、反射产生的 P 波和 SV，因此，介质 A 的累积能量系数可以表示为

$$\left. \begin{aligned} E_{AP} &= \frac{Z_A \cos \alpha_{AP} \left( (A_{API}^1)^2 + \sum_{k=1}^{2^{3-1}} (A_{APk}^n)^2 \right)}{Z_0 A_0^2 \cos \alpha_0} \\ E_{ASV} &= \frac{Z_A \cos \alpha_{ASV} \left( (A_{ASV1}^1)^2 + \sum_{k=1}^{2^{3-1}} (A_{ASVn}^n)^2 \right)}{Z_0 A_0^2 \cos \alpha_0} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

从以往研究得知，夹层相对围岩波阻抗  $Z_1/Z_A$  对应力波的传播具有重要影响。图 5 表示当简谐波 P 波、SV 波与 SH 波以  $20^\circ$  从介质 A 或从夹层 I 内部入射时，夹层内、外介质中应力波的累积能量系

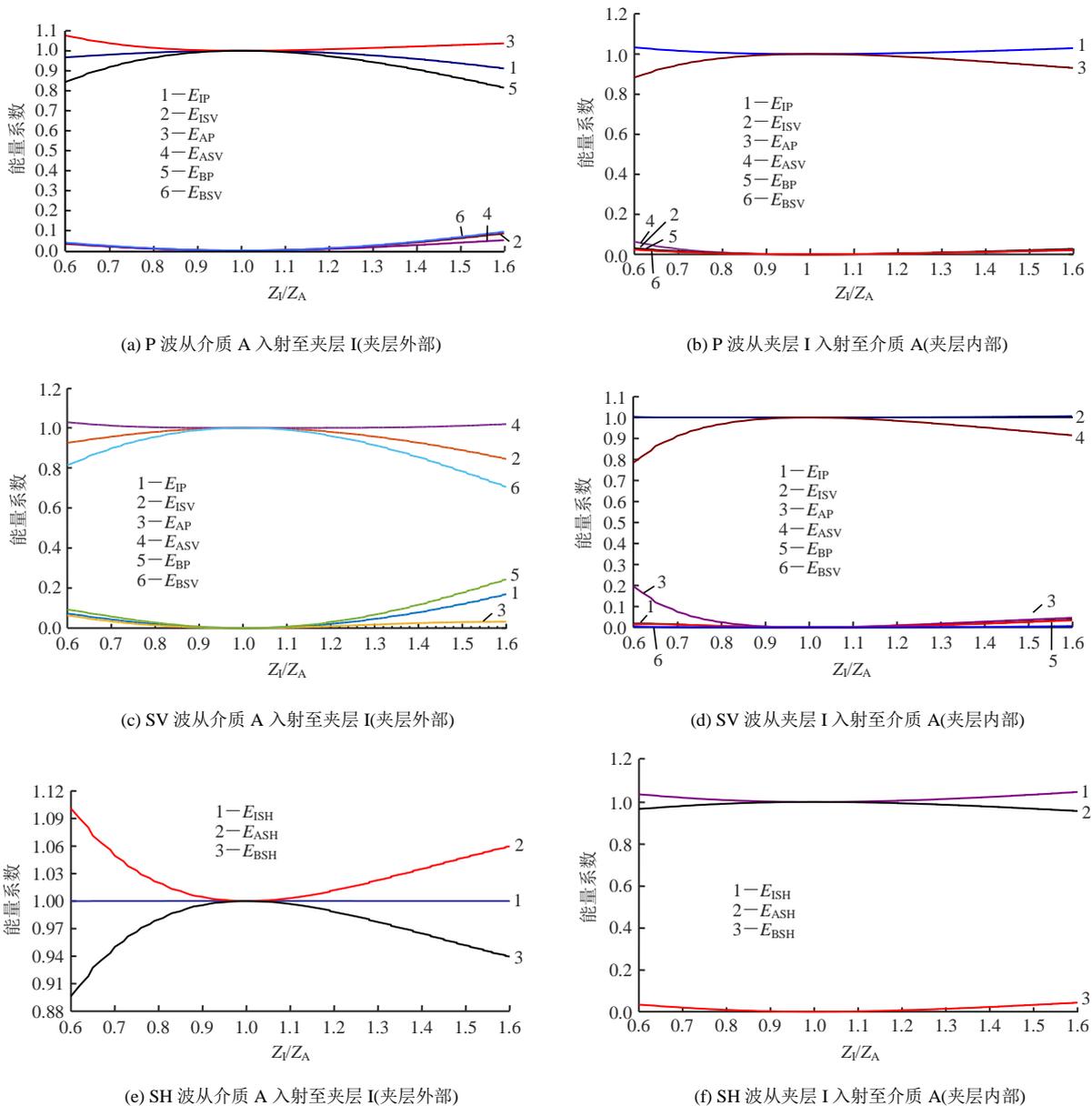


图 5 累积能量系数与夹层相对波阻抗的变化曲线（入射角为  $20^\circ$ ）

Fig.5 Accumulated energy coefficients change with the ratio of wave impedance (with the incident angle of  $20^\circ$ )

数随夹层相对围岩波阻抗  $Z_1/Z_A$  的变化规律。当 P 波或 SV 波入射时，夹层与外部介质 A、B 中的同型波的累积能量系数明显大于转换波的累积能量系数；当夹层相对外部围岩的波阻抗为  $Z_1/Z_A = 1$  时，此时应力波直接从夹层中穿过，相当于无夹层存在，介质中与入射波同型的应力波的能量系数为 1.0，无其他类型转换波形成。随着波阻抗比  $Z_1/Z_A$  偏离  $Z_1/Z_A = 1$  而增大，转换波的累积能量系数随之增大。当波源位于夹层上部介质 A 中时，随着波阻抗比  $Z_1/Z_A$  偏离  $Z_1/Z_A = 1$  增大，介质 A 中的同型波累积能量系数大于 1，且逐渐增大，这是由于介质 A 为波源入射介质累积能量系数大于等于 1；而同时夹层 I 与下层介质 B 中的同型波的累积能量系数有所减小。当波源位于夹层 I 中向介质 A 入射时，随着波阻抗之比  $Z_1/Z_A$  偏离  $Z_1/Z_A = 1$  增大，夹层 I 中的同型波的累积能量系数大于 1 且逐渐增大，而介质 A 中的同型波的累积能量系数有所减小；且此时与入射波同型波在介质 I、A 中的累积能量系数相对占优，这是由于入射波向上首次入射至介质 A 中使得大多数能量透射到上层半无限介质 A 中。

#### 4 夹层应力响应与边坡稳定性分析

在工程实际中，不仅关注含有夹层的岩土体中应力波强度特征，还关注夹层的破坏与否，因此，定量分析夹层内部的应力响应尤为重要。如前述讨论可知，夹层内部应力波在经历第 4 次折、反射后能量即可以忽略，因此，夹层内任意一点的波场可以由前 3 次折、反射所产生所有应力波的叠加而成，如图 6 所示，当 P 波以一定入射角从介质 A 入射至夹层 I 时，通过叠加前 3 次折、反射所产生所有应力波得出夹层内部点 o 的位移波动方程为

$$\left. \begin{aligned} u_x &= (u_{IP1}^1 + u_{IP1}^2 + u_{IP2}^2 + u_{IP1}^3 + u_{IP2}^3 + u_{IP3}^3 + u_{IP4}^3) \sin \alpha_3 + \\ & (u_{ISV1}^1 - u_{ISV1}^2 - u_{ISV1}^3 + u_{ISV1}^3 + u_{ISV2}^3 + u_{ISV3}^3 + u_{ISV4}^3) \cos \beta_3 \\ u_y &= (-u_{IP1}^1 + u_{IP1}^2 + u_{IP2}^2 - u_{IP1}^3 - u_{IP2}^3 - u_{IP3}^3 - u_{IP4}^3) \cos \alpha_3 + \\ & (u_{ISV1}^1 + u_{ISV1}^2 + u_{ISV1}^3 + u_{ISV1}^3 + u_{ISV2}^3 + u_{ISV3}^3 + u_{ISV4}^3) \sin \beta_3 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中： $u_{IPi}^n$  为夹层内部第 n 次折、反射所产生的第 i 个 P 波的位移波动方程，即如图 2 所示的  $P_{ii}^n$  波产生的位移； $u_{ISVi}^n$  为夹层内部波  $S_{ii}^n$  所产生的位移； $\alpha_3$ 、 $\beta_3$  分别为夹层内 P 波与 S 波相对夹层层面的反射角。

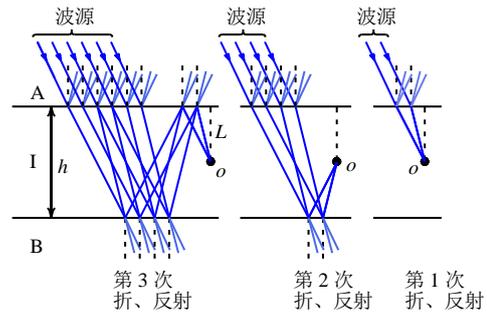


图 6 夹层内应力波的波场叠加示意图 (P 波或 SV 波入射)

Fig.6 Composition of stress wave field (P-wave or SV-wave incident)

由于这些应力波在夹层内传播时间不同，导致在同一点处的相位有所不同，因此在位移波动方程中应该考虑由于传播时间不同产生的相位差。由以上位移分量，再通过几何方程和胡克定律，可以得出夹层内部的应力分量  $\sigma_{ij}$ 。由前述研究可知，夹层介质的应力分量是介质材料参数、入射角、夹层厚度等参数的函数  $\sigma_{ij}(\rho, Z, \alpha, h)$ 。夹层厚度 h 对夹层应力分量影响体现在相位上，其决定了夹层内部各个应力波因在夹层中传播时间的不同而产生的相位差。而入射角则通过改变折反射系数和角度关系改变夹层内部的应力分量。

为了分析软弱夹层对工程稳定性的影响，这里以软弱夹层控制的平面滑移型边坡模型为例。边坡示意图如图 7 所示，夹层长度为 L，倾角为  $\theta$ ，且夹层上部岩体重量为 W，地震波从边坡底部向上传播。分析夹层的参数对边坡稳定性的影响，并解释软弱夹层对边坡的影响机制。夹层内应力为波动应力与静载应力的叠加，由此可得夹层内部任一点的应力分量  $\sigma_{ij}(\rho, Z, \theta, h, W)$ 。如果令夹层平行坐标面 XOZ，假设夹层上部岩体重量 W 均匀作用在夹层上，

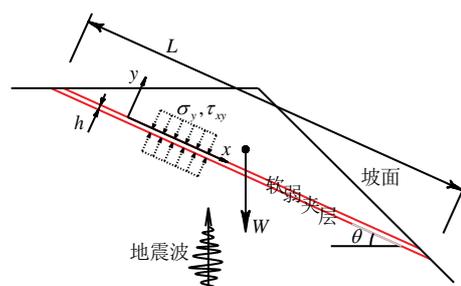


图 7 含软弱夹层平面滑移型边坡

Fig.7 Plane failure slope with weak intercalation

则夹层内部应力分量简化为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y &= \sigma_y^w - \frac{W}{L} \cos \theta \\ \sigma_x &= \sigma_x^w - \frac{\nu}{1-\nu} \frac{W}{L} \cos \theta \\ \tau_{xy} &= \tau_{xy}^w + \frac{W}{L} \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中： $\sigma_{ij}^w$  为波动应力分量； $L$  为夹层延展长度； $\nu$  为夹层材料的泊松比。

在获取了夹层内部应力分量后，即可对边坡的破坏机制与稳定性进行分析，如果使用 Mohr 准则来描述夹层介质的强度，夹层介质内潜在在剪切滑移面的上应力为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_n &= \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \sin \varphi \\ \tau_s &= \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \cos \varphi \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中： $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$  为主应力； $\varphi$  为内摩擦角； $\sigma_n$ 、 $\tau_s$  为夹层介质材料中最大剪应力面上的法向应力与剪应力。

对夹层控制的平面型边坡而言，通常在设计分析中认为，平行夹层的剪应力  $\tau_{xy}$  为下滑力，而对应的抗滑力（抗剪强度）为  $\tau_{xycr} = c - \sigma_y \tan \varphi$ ， $c$  为黏结强度。然而对于采用 Mohr 强度准则且具有一定厚度的软弱夹层材料，潜在破坏面并不一定平行于夹层，滑移面的方向是动态变化的，真实剪切力为  $\tau_s$ ，抗剪强度  $\tau_{scr} = c - \sigma_n \tan \varphi$ 。这里对这两种情况下夹层内部的剪切应力和抗剪强度进行分析，并且对其安全系数（平行夹层剪切面安全系数  $F_{Sx} = \tau_{xycr} / \tau_{xy}$ ，滑面由 Mohr 准则确定时安全系数为  $F_{Ss} = \tau_{scr} / \tau_s$ ）的变化规律进行分析。

如图 8 所示，边坡夹层内的剪切应力与抗剪强度随时间的波动曲线，入射地震波为幅值 0.001 m，频率为 100 Hz 的简谐 P 波或 SV 波，夹层倾角为  $20^\circ$ 。此时夹层内的剪切应力与抗剪强度呈波动变化，且频率皆对应 100 Hz。当入射波为 P 波时，如图 8(a) 所示，此时平行夹层方向剪应力  $\tau_{xy}$  小于由 Mohr 确定的滑面上的剪应力  $\tau_s$ ，且抗剪强度  $\tau_{xycr}$  也基本大于真实滑面上的抗剪强度  $\tau_{scr}$ 。由于抗剪强度远远大于下剪切应力，此时边坡为安全状态。同样幅值大小的 SV 波入射时，夹层内剪应力明显高于 P 波入射时剪应力，如图 8(b) 所示，此时平行夹

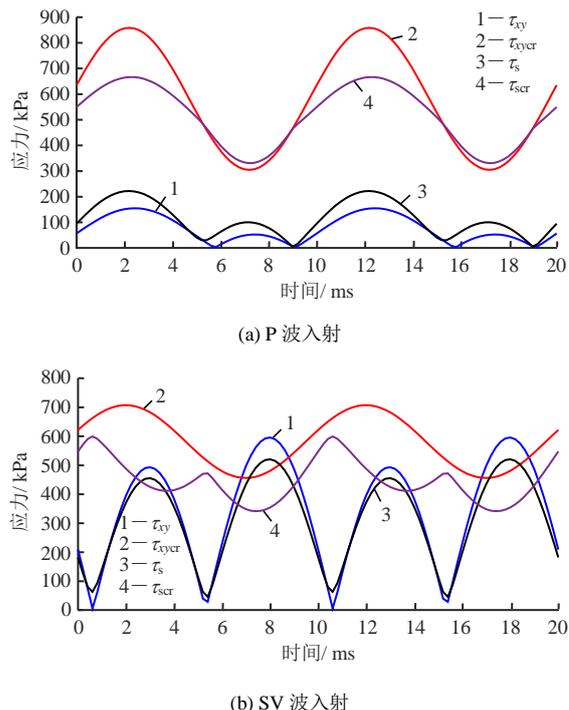


图 8 简谐波入射时剪应力与抗剪强度的波动曲线（入射角为  $20^\circ$ ）

Fig.8 Wave curves of slip force and resistance force when harmonic wave incident (with the incident angle of  $20^\circ$ )

层的剪应力  $\tau_{xy}$  大于由 Mohr 确定的滑面上的剪应力  $\tau_s$ ，而抗剪强度  $\tau_{xycr}$  仍然大于真实滑面上的抗剪强度  $\tau_{scr}$ 。由于此情形下剪应力在某些时段上大于抗剪强度，因此，边坡处于非稳定状态，在动荷载的作用下发生逐渐累积的变形。边坡的安全系数  $F_s$  随时间的变化规律如图 9 所示，在简谐波的作用下边坡的安全系数呈周期性变化，除了较短的时间内出现较大的安全系数波峰，大部分时间内处于较平缓的变化状态。由平行夹层方向剪切应力与抗剪强度所确定的安全系数  $F_{Sx}$  大于真实滑面上应力所确定的安全系数  $F_{Ss}$ 。

在简谐波作用下，边坡的安全系数呈周期性波动变化，然而最小安全系数决定了边坡的稳定性发展与变化，因此，图 10 给出了最小安全系数随夹层倾角的变化规律。由本文模型可知，夹层的倾角不仅控制岩土体作用在夹层上静压力和静剪应力的大小，还控制地震波入射角的大小。随着夹层倾角的增大，边坡的安全系数呈现减小的趋势，通过平行夹层的剪应力和正应力计算所得的安全系数  $\min(F_{Sx})$  明显大于由 Mohr 强度准则所确定破坏面上剪应力和正应力所计算的边坡的安全系数  $\min(F_{Ss})$ 。当 P 波入射时，边坡处于安全状态，如图 10(a) 所示，安全系数  $\min(F_{Sx})$  随着夹层倾角的增

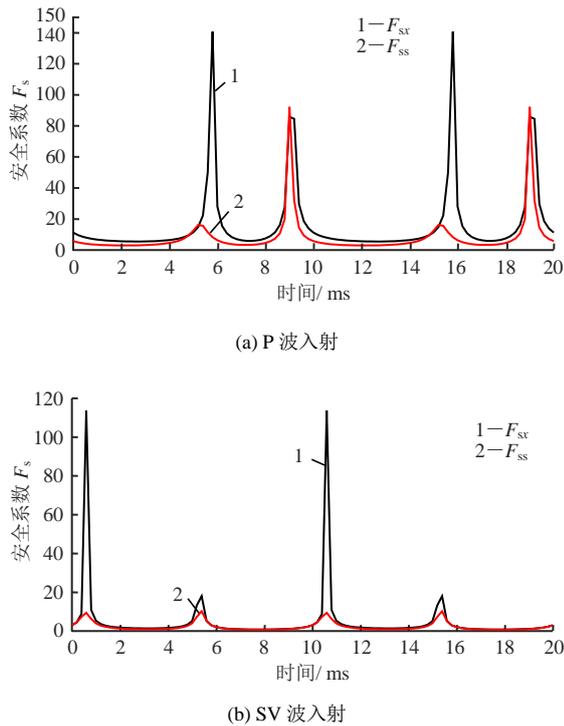


图9 简谐波入射时边坡安全系数波动曲线(入射角为 $20^\circ$ )  
**Fig.9 Fluctuation curve of slope safety factor when harmonic wave incident (with the incident angle of  $20^\circ$ )**

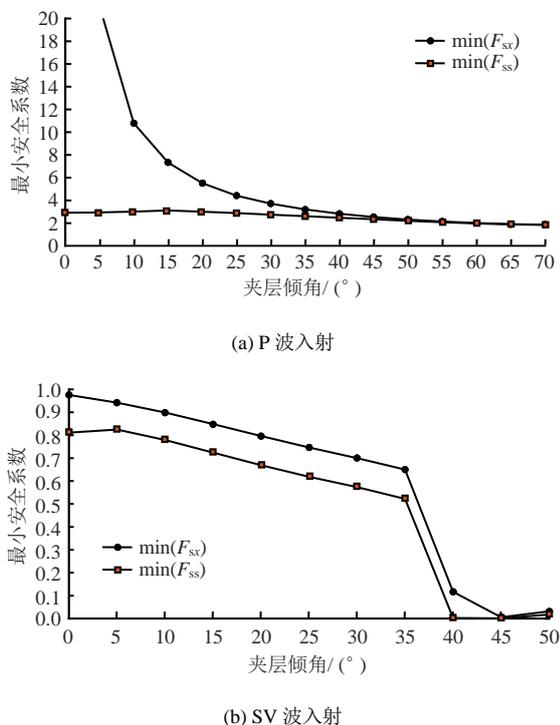


图10 简谐波入射时边坡最小安全系数随夹层倾角的变化规律

**Fig.10 Minimum safety factors change with dip angle of weak intercalation when harmonic wave incident**

大顺序降低且逐渐逼近安全系数  $\min(F_{S_x})$ 。而安全系数  $F_{S_s}$  随入射角的变化相对要平缓的多。当 SV 波

入射时,其最小安全系数小于 1,边坡处于非稳定状态,此时系数  $\min(F_{S_x})$  与  $\min(F_{S_s})$  变化趋势基本一致,在夹层倾角为  $45^\circ$  附近边坡的安全系数处于最低值。

## 5 讨论与结论

本文研究了应力波在夹层介质中动态传播的能量分布与演化规律,分析了夹层控制型边坡的应力响应特征与破坏规律。研究得出以下结论:

(1) 夹层内部剩余的应力波能量是随着折、反射次数而呈指数曲线衰减,在经历 4 次折、反射后应力波的剩余能量系数微小,可忽略不计。

(2) 夹层与围岩波阻抗相差越大,与入射波同型波的累积能量系数在空间分布上的差异越大,且转换波的累积能量系数也就越大。

(3) 相对 P 波,同幅值的 SV 波对软弱夹层控制的平面滑动型边坡稳定性影响更大,更多体现夹层介质中剪应力的增大。

(4) 当夹层介质采用 Mohr 强度准则时,若直接采用平行夹层的剪应力与垂直夹层正应力计算边坡的安全系数会高估了安全性,而由强度准则所确定潜在破坏面上的剪应力和正应力计算边坡安全系数更合理。

(5) 夹层控制平面滑动型边坡中夹层倾角越大,边坡稳定性理所当然会越差,但是相对 P 波入射,这一规律在 SV 波入射时更为明显。

本文对夹层中应力波传播进一步分析和讨论,是对以往研究的补充,但仍存以下不足:

(1) 本文所采用含有软弱夹层平面型边坡模型做了较多简化,虽能较好地体现本文研究目的,但如要对工程边坡分析评价,还需要考虑更多岩体地质方面的细节。

(2) 将岩土体中的夹层和围岩视为线弹性体过于简化,未考虑非线性与离散性等复杂性质。

本文作为后期研究的基础,将逐渐解决这些问题和不足。

## 参考文献

- [1] SCHOENBERG M. Elastic wave behavior across linear slip interfaces[J]. *Acoustical Society of America Journal*, 1980, 68(5): 1516—1521.
- [2] ZHAO J, CAI J G. Transmission of elastic P-waves across single fractures with a nonlinear normal deformational

- behavior[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2011, 34(1): 3—22.
- [3] PYRAK-NOLTE L J, MYER L R, COOK N G W. Transmission of seismic wave across single natural fractures[J]. **Journal of Geophysical Research**, 1990, 95(6): 8617—8638.
- [4] HASKELL N A. The dispersion of surface waves on multilayered media[J]. **Bulletin of the Seismological Society of America**, 1953, 73: 17—34.
- [5] KAUSEL E, ROESSET J M. Stiffness matrices for layered soils[J]. **Bulletin of the Seismological Society of America**, 1981, 71(6): 1743—1761.
- [6] 徐红玉, 陈殿云, 杨先健, 等. 弹性介质中平面 SH 波通过弹性夹层时的传播特性[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(2): 304—308.  
XU Hong-yu, CHEN Dian-yun, YANG Xian-jian, et al. Propagation characteristics of plane SH wave passing through elastic interlining in elastic medium[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2003, 22(2): 304—308.
- [7] 范留明, 李宁. 软弱夹层的透射模型及其隔震特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(14): 2456—2462.  
FAN Liu-ming, LI Ning. Transmission model of weak intercalation and its vibration isolation properties[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(14): 2456—2462.
- [8] WANG W H, LI X B, ZUO Y J, et al. 3DEC modeling on effect of joints and interlayer on wave propagation[J]. **Transactions of Nonferrous Metals Society of China**, 2006, 16: 728—734.
- [9] 罗松南, 周正平, 童桦. 具有非均匀损伤带状区域中波的传播[J]. 振动与冲击, 2006, 25(5): 74—79.  
LUO Song-nan, ZHOU Zheng-ping, TONG Hua. Wave propagation in an inhomogeneous damaged zone[J]. **Journal of Vibration and Shock**, 2006, 25(5): 74—79.
- [10] 胡世丽, 罗嗣海, 王观石. 结构面间距对透射波的影响[J]. 矿业工程, 2011, 31(4): 5—13.  
HU Shi-li, LUO Si-hai, WANG Guan-shi. Influence of structural face interval on transmission wave[J]. **Mining and Metallurgical Engineering**, 2011, 31(4): 5—13.
- [11] 黄润秋, 余嘉顺. 软弱夹层特性对地震波强度影响的模拟研究[J]. 工程地质学报, 2011, 11(3): 312—317.  
HUANG Run-qi, YU Jia-shun. Modelling of the effects of properties of a buried weak layer on seismic waves[J]. **Journal of Engineering Geology**, 2003, 11(3): 312—317.
- [12] 田振农, 张乐文. 岩体中软弱夹层影响爆炸波传播规律的数值分析[J]. 沈阳工业大学学报, 2010, 32(3): 349—354.  
TIAN Zhen-nong, ZHANG Le-wen. Numerical analysis of blast wave propagation in rock mass containing weak interlayer[J]. **Journal of Shenyang University of Technology**, 2010, 32(3): 349—354.
- [13] 王观石, 王星光, 胡世丽. 岩体软弱夹层的弹性模量动力测试方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(9): 1829—1835.  
WANG Guan-shi, WANG Xing-guang, HU Shi-li. A dynamic measurement method of elastic modulus of weak interlayer of rock mass[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2015, 34(9): 1829—1835.
- [14] 胡世丽, 王星光, 王观石. 子波传过软弱夹层的波形变化规律[J]. 地球物理学进展, 2015, 30(4): 1896—1902.  
HU Shi-li, WANG Xing-guang, WANG Guan-shi. Waveform change rule of wavelet propagation across soft interlayer[J]. **Progress in Geophysics**, 2015, 30(4): 1896—1902.